AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
SUMQAYIT DÖVLƏT UNİVERSİTETİ
AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Sumqayıt Dövlət Universitetinin yaradılmasının 55 illiyinə həsr olunur

RİYAZİYYATIN NƏZƏRİ VƏ TƏTBİQİ PROBLEMLƏRİ

BEYNƏLXALQ ELMİ KONFRANSIN

MATERİALLARI

25-26 may 2017-ci il

SUMQAYIT-2017

TƏŞKİLAT KOMİTƏSİ

HƏMSƏDRLƏR:

Elxan Hüseynov	Sumqayıt Dövlət Universitetinin rektoru, professor
Misir Mərdanov	AMEA Riyaziyyat və Mexanika Institutunun direktoru, AMEA-nın müxbir üzvü, professor

SƏDR MÜAVİNLƏRİ:

Ramazan Məmmədov	SDU-nun elm və innovasiyalar üzrə prorektoru, professor
Vaqif Quliyev	AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun direktor müavini, AMEA-nın müxbir üzvü, professor

ÜZVLƏR:

Natiq Talıbov	SDU-nun tədrisin təşkili və təlim texnologiyaları üzrə prorektoru, dosent
Qafar Atayev	SDU-nun qiyabi, distant və əlavə təhsil üzrə prorektoru, dosent
Ramiz Hüseynov	SDU-nun humanitar məsələlər üzrə prorektoru, dosent
Naib Hacıyev	SDU-nun iqtisadi məsələlər üzrə prorektoru
Zəfər Hüseynov	SDU-nun Riyaziyyat fakültəsinin dekanı, dosent
Qadir Mənsurov	Elmi hissənin müdiri, dosent
Sabir Xəlilov	SDU-nun Doktorantura və magistratura şöbəsinin müdiri, dosent
Turqay Hüseynov	SDU-nun Beynəlxalq əməkdaşlıq şöbəsinin müdiri, dosent
Sevda Əkbərova	Məsul katib, dosent

PROQRAM KOMİTƏSİ

Andrey Fursikov	Moskva Dövlət Universiteti, professor, Rusiya
Bilal Bilalov	AMEA-nın müxbir üzvü, professor, Azərbaycan
Həmidulla Aslanov	professor, Azərbaycan
Telman Məlikov	professor, Azərbaycan
Fikrət Feyziyev	professor, Azərbaycan
Kamil Sabitov	professor, Başqırdıstan, Rusiya
Mikola İvançov	professor, Ukrayna
Qabil Yaqub	professor, Türkiyə
Vladimir Yemeliçev	professor, Belorusiya
Tamaz Tadumadze	professor, Gürcüstan
Məmməd Yaqubov	professor, Azərbaycan
Məmməd Bayramoğlu	professor, Azərbaycan
Arif Səlimov	professor, Türkiyə
Daniyal İsrafilov	professor, Türkiyə
Firdovsi Şərifov	professor, Ukrayna
Sedat Akleylek	professor, Türkiyə
Abubəkir Магомедов	professor, Dağıstan, Rusiya
Urfat Nuriyev	professor, Türkiyə
Natiq Əhmədov	professor, Azərbaycan
Knyaz Məmmədov	professor, Azərbaycan
Hamlet Quliyev	professor, Azərbaycan
Polad Qəhrəmanov	professor, Azərbaycan
Əkbər Məmmədov	dosent, Azərbaycan

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

СОПРЕДСЕДАТЕЛИ:

Эльхан Гусейнов	ректор Сумгаитского государственного университета, профессор
Мисир Марданов	директор Института математики и механики НАНА, член-корр. НАНА, профессор

ЗАМЕСТИТЕЛИ ПРЕДСЕДАТЕЛЯ:

Рамазан Мамедов	проректор по науке и инновациям СГУ, профессор
Вагиф Кулиев	зам. директора института математики и механики НАНА, профессор

ЧЛЕНЫ ОРГКОМИТЕТА:

Натиг Талыбов	проректор по организации учебного процесса и технологиям обучения СГУ, доцент
Гафар Атаев	проректор по заочному, дистанционному и дополнительному образованию СГУ, доцент
Рамиз Гусейнов	проректор по гуманитарным вопросам СГУ, доцент
Наиб Гаджиев	проректор по экономическим вопросам СГУ
Зафар Гусейнов	декан факультета математики СГУ, доцент
Гадир Мансуров	заведующий научной частью СГУ, доцент
Сабир Халилов	заведующий отделом докторантуры и магистратуры СГУ, доцент
Тургай Гусейнов	заведующий отделом международного сотрудничества СГУ, доцент
Севда Акперова	ответственный секретарь, доцент

ПРОГРАМНЫЙ КОМИТЕТ

Андрей Фурсиков	Московский Государственный Университет, профессор, Россия
Билал Билалов	Институт математики и механики НАНА, член-корр. НАНА, профессор, Азербайджан
Гамидулла Асланов	профессор, Азербайджан
Телман Меликов	профессор, Азербайджан
Фикрет Фейзиев	профессор, Азербайджан
Камиль Сабитов	профессор, Башкортостан, Россия
Микола Иванчов	профессор, Украина
Габиль Ягуб	профессор, Турция
Владимир Емеличев	профессор, Белоруссия
Тамаз Тадумадзе	профессор, Грузия
Мамед Ягубов	профессор, Азербайджан
Мамед Байрамоглы	профессор, Азербайджан
Ариф Салимов	профессор, Турция
Даниял Исрафилов	профессор, Турция
Фирдовси Шарифов	профессор, Украина
Седат Аклейлек	профессор, Турция
Абубекир Магомедов	профессор, Дагестан, Россия
Урфат Нуриев	профессор, Турция
Натиг Ахмедов	профессор, Азербайджан
Князь Мамедов	профессор, Азербайджан
Гамлет Кулиев	профессор, Азербайджан
Полад Гахраманов	профессор, Азербайджан
Акпер Мамедов	доцент, Азербайджан

ORGANIZING COMMITTEE

CO-CHAIRMEN:

Elkhan Huseynov	Rector of Sumgait State University, professor
Misir Mardanov	Director of ANAS Institute of Mathematics and Mechanics, associate member of ANAS, professor

VICE-CHAIRMEN:

Ramazan Mammadov	Vice-Rector on Science and Innovations of SSU, professor
Vagif Guliyev	Deputy director of ANAS Institute of Mathematics and Mechanics, associate member of ANAS, professor

MEMBERS:

Natig Talibov	Vice-Rector on Education management and training technologies of SSU, associate professor
Gafar Atayev	Vice-Rector on Correspondence, distant and extra-education, associate professor
Ramiz Huseynov	Vice-Rector on Humanitarian Issues of SSU, associate professor
Naib Hajiyev	Vice-Rector on Economic Issues of SSU
Zafar Huseynov	Dean of faculty of Mathematics, SSU, associate professor
Gadir Mansurov	Head of Scientific Section, SSU, associate professor
Sabir Khalilov	Head of Doctorate and masters' Program of SSU, associate professor
Turgay Huseynov	Head of the International Cooperation Office, SSU, associate professor
Sevda Akberova	Executive secretary, associate professor

PROGRAM COMMITTEE

Andrei Fursikov	Moscow State University, professor, Russia
Bilal Bilalov	Associate member of ANAS, professor, Azerbaijan
Hamidulla Aslanov	professor, Azerbaijan
Telman Melikov	professor, Azerbaijan
Fikrat Feyziyev	professor, Azerbaijan
Kamil Sabitov	professor, Bashgortostan, Russia
Mikola Ivanchov	professor, Ukraine
Gabil Yagub	professor, Turkey
Vladimir Yemelichev	professor, Belarus
Tamaz Tadumadze	professor, Georgia
Mammad Yagubov	professor, Azerbaijan
Mammad Bayramoghlu	professor, Azerbaijan
Arif Salimov	professor, Turkey
Daniel Israfilov	professor, Turkey
Firdovsi Sharifov	professor, Ukraine
Sedat Akleylek	professor, Turkey
Abubakir Mahammadov	professor, Dagestani, Russia
Urfat Nuriyev	professor, Turkey
Natiq Ahmedov	professor, Azerbaijan
Knyaz Mammadov	professor, Azerbaijan
Hamlet Guliyev	professor, Azerbaijan
Polad Gahramanov	professor, Azerbaijan
Akbar Mammadov	professor, Azerbaijan

PLENAR İCLAS

ПЛЕНАРНОЕ ЗАСЕДАНИЕ

PLENARY SESSION

ИЗ ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИКИ В АЗЕРБАЙДЖАНЕ

Марданов М.Дж., Асланов Р.М., Гасанова Т.Х.
Институт математики и механики НАН Азербайджана, Азербайджан

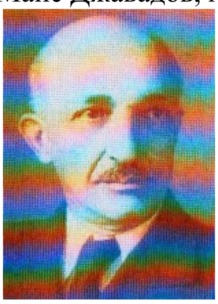
Хорошо известно, что царица наук -математика одна из самых древних и фундаментальных наук. Многими математическими знаниями люди пользовались уже в глубокой древности – тысячи лет назад. Эти знания были необходимы древним купцам и строителям, воинам и землемерам, жрецам и путешественникам. Развитие и состояние образования любой страны зависит от развития математической науки.

Развитие математики в Азербайджане берёт своё начало с древних времён. Ещё в X веке, живший в городе Тебризе, великий учёный Тебризи написал ряд ценных трудов по математике и астрономии. Великие мыслители XII века Абдулгасан Бахманяр ибн Марзбан и Хатиб Тебризи, выдающийся астроном XII века Фаридаддин Али ибн Абдул Карим Ширвани, известный инженер-учёный Амираддин Масуд Нахчивани, врач и философ XII века, живший вблизи Халхала Афзалатдин Абдулмалик Хунджи, создали ценные научные труды, дошедшие до нашего времени.

Мухаммед Насираддин Туси (17.02.1201-25.06.1274) - выдающийся азербайджанский мыслитель, учёный энциклопедист, математик и астроном разносторонний учёный XIII века.

В XII-XIV веке азербайджанская наука получила мощный толчок к развитию. На крепком фундаменте, заложенном Н. Туси, дали благодатные всходы астрономия, математика и история. Перевод оригинальных трудов Н. Туси на языки народов Европы и Азии оказал большое влияние на развитие математики и астрономии того времени. В 1594 году в Риме был издан труд Н. Туси " Тахрири оглидис" на арабском, а в 1657 году - на латинском языках.

В деле развития математической науки в Азербайджане и в формировании научных направлений большую помощь оказали такие видные советские математики, как Андрей Колмогоров, Мстислав Келдыш, Сергей Никольский, Лев Кудрявцев, Николай Мусхелишвили, Андрей Тихонов, Иван Петровский, Лев Понтрягин, Сергей Бернштейн, Александр Гельфонд, Лазарь Люстерник, Павел Александров, Александр Александров, Николай Боголюбов, Марк Наймарк, Марк Крейн, Георгий Шилов, Ольга Олейник, Ольга Ладыжинская, Евгений Ландис, а также азербайджанские учёные Мамедбек Эфендиев, Заид Халилов, Максуд Джавадов, Ярослав Лопатинский, Борис Розенфельд, Ашраф Гусейнов, Ибрагим Ибрагимов, Маджид Расулов, Кошкар Ахмедов, Джалал Аллахвердиев, Ариф Бабаев, Яхья Мамедов, Фарамаз Максудов, Мираббас Гасымов, Рашид Мамедов, Гашим Агаев, Маис Джавадов, Акиф Гаджиев Али Новрузов, Ильхам Мамедов, Бала Искендеров и др.



Мамед Рашид оглы Эфендиев (02.10.1887- 03.06.1977) – профессор, учёный в области математического образования, первый азербайджанец, получивший высшее образование в конце XIX, начале XX веков (1908-1913 гг. Петербургский университет, математическое отделение физико-математического факультета). Мамед-бек – один из первых учёных, написавших книгу в области математики «Программа и задания по алгебре», «Контрольные задания по математическому анализу» (1935г.), «Обыкновенные дифференциальные уравнения» (1950 г.). Он был деканом факультета «Математики и естествознания» Азербайджанского педагогического университета (1933-1935 гг.) и сыграл большую роль в формировании математических терминов в Азербайджане.

Джавадов Максуд Алисимран оглы (1902 - 1972) – член-корреспондент НАН Азербайджана, первый и единственный известный учёный в области геометрии в Азербайджане.

Защитил кандидатскую диссертацию под руководством профессора Петра Рашевского в Казанском университете. Автор семи учебников и учебных пособий на азербайджанском языке, он также участвовал в создании новых терминологий на родном языке. Им построена теория неевклидовых пространств над алгебрами, являющимися обобщением неевклидовых геометрий.

Халилов Заид Исмаил оглы (14.01.1911 - 07.02.1974) - академик НАН Азербайджана, известный учёный в области функционального анализа и математической физики. Заид Халилов сыграл исключительную роль в развитии математической науки. Научные исследования в области теории функций многих комплексных переменных были начаты в 1936 г. под научным руководством профессора Стефана Бергмана. Будучи с 1937 г. аспирантом Тбилисского математического института, он стал работать под руководством профессора Николая Мусхелишвили. В 1946 г., в возрасте 35 лет, он стал первым азербайджанцем доктором наук в области математики. Заид Халилов, приглашенный в 1942 г. на работу, становится первым и единственным математиком Сектора физики АзФАНа. Созданная и возглавляемая им уже через три месяца секция математики и теоретической физики, стала тем ядром, из которого впоследствии выросли Институт математики и механики и Институт кибернетики АН Азерб. ССР. Первым директором Института математики и механики НАНА был Заид Халилов (1959, 1967-1974), являющийся основоположником школы функционального анализа самой развитой области математики в нашей республике. Написанная им книга «Основы функционального анализа» (1949) была первой книгой в бывшем Советском Союзе по функциональному анализу. Он до конца жизни являлся членом редакционной коллегии Всесоюзного журнала «Функциональный анализ». Следует отметить, что, именно, в Баку в 1959 году была проведена первая Всесоюзная конференция по функциональному анализу. В 1962-1967гг.он был президентом Академии наук Азерб.ССР.

Гусейнов Ашраф Искендер оглы (20.09.1907 – 26.08. 1980) – академик НАНА, известный учёный в области интегральных уравнений и его приложений к задачам математической физики. Защитил кандидатскую диссертацию под руководством академика Андрея Тихонова.

Научные работы А.И. Гусейнова относятся к теории потенциалов, где различные задачи и их обобщения сведены к системе интегральных уравнений и изучен спектр соответствующих интегральных операторов. В области нелинейных сингулярных интегральных уравнений им исследованы нелинейные сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши, введены новые пространства, получены теоремы существования и единственности. Разработанная теория находит приложение в различных областях механики, в частности в теории движения жидкостей и газа через проницаемые пространства.

Ибрагимов Ибрагим Ибиш оглы (28.02.1912 - 06.10.1994) – академик НАНА, известный учёный в области теории функций, теории приближения, создатель школы теории функций в Азербайджане. В 1959 – 1963 г.г. директором института был академик Ибрагим Ибрагимов являющийся основателем школы теории функций в Азербайджане, а также создателем и первым руководителем отдела «Теория функций».

В 1939 году защитил кандидатскую диссертацию под руководством чл.-корр. АН СССР профессора А.О. Гельфанда и оказался первым кандидатом наук по математике среди азербайджанцев. И.И. Ибрагимов являлся автором 3-х монографий, 5-и учебников. Перевёл с русского на азербайджанский язык 2-а учебника. Его монография «Методы интерполяции функций и их приложения» издана в издательстве «Наука» г. Москва. Им был найден точный критерий представимости любой целой функции в виде интерполяционного ряда Ньютона (совместно с М.В. Келдышем), и в виде интерполяционного ряда Абеля-Гончарова, изучена проблема единственности аналитических функций, производные которых равны нулю в двух точках. Эти результаты вошли в математическую литературу под названием «Проблема о двух точках».

Расулов Меджид Лятиф оглы (06.07.1916 – 11.02.1993) – академик НАН Азербайджана, известный учёный в области теории дифференциальных уравнений и математической физики.

В 1949 году защитил кандидатскую диссертацию под руководством академика АН Украины Я.Б.Лопатинского, г. Баку. В 1965 году он являлся членом редакционной коллегии, вновь созданного Всесоюзного ежемесячного журнала «Дифференциальные уравнения».

М.Л. Расулов фундаментальную монографию «Метод контурного интеграла», изданную издательством «Наука», г. Москва, что принесло ему известность в мировой математике, как крупного специалиста в математической физике, создателя вычетного метода и метода контурного интеграла, решения задач теории дифференциальных уравнений в частных производных. Дальнейшие исследования М.Л. Расулова нашли отражение в его следующих монографиях «Применение метода контурного интеграла к решению задач для параболических систем второго порядка», изданная также издательством «Наука» АН СССР, г. Москва.

Ахмедов Кошкар Теймур оглы (25.10.1917 – 10.02.1975) – член-корреспондент НАН Азербайджана, учёный в области дифференциальных уравнений.

В 1960 году защитил докторскую диссертацию. С 1958 года и до конца жизни возглавлял кафедру «Дифференциальные и интегральные уравнения» Азербайджанского государственного университета. В течение ряда лет был деканом физико-математического и механико-математического факультетов АГУ (ныне БГУ). Автор учебника на азербайджанском языке «Обыкновенные дифференциальные уравнения». Он основоположник школы «Математические методы оптимального управления» в Азербайджане.

Аллахвердиев Джалал Эйваз оглы (17.09.1929 - 19.01.2017) – академик НАН Азербайджана, известный учёный в области функционального анализа. Защитил кандидатскую диссертацию под руководством академика Мстислава Келдыша. В 1970-1988 годах - директор Института Кибернетики НАН Азербайджана, а с 1988 до конца жизни возглавлял отдел «Математические задачи управления», с 1994 по 2017 гг. заведовал кафедрой «Исследования операций и математическая теория» Бакинского государственного университета.

Максудов Фарамаз Газанфар оглы (20.03.1930 – 31.07.2000) - академик, президент НАН Азербайджана, учёный в области функционального анализа, теории дифференциальных уравнений и спектральной теории функций.

Защитил кандидатскую диссертацию под руководством академика Заида Халилова. С 1974-2000 гг. был директором Института математики и механики. Он уделял большое внимание расширению научных связей института и развитию новых направлений математики и механики, привлекая молодых специалистов, а также подготовке докторов наук. В 1997-2000 гг. был президентом НАН Азербайджана. Он автор многих книг и монографий по математике ,а также был знаток и глубокий ценитель восточной поэзии и азербайджанской музыки.

Гасымов Мираббас Геогджа оглы (11.07.1939 – 06.09.2008) – академик НАНА, известный учёный в области спектрального анализа.

Защитил кандидатскую диссертацию под руководством профессора Ф.А. Березина. Награждён золотой медалью имени академика М.В. Келдыша за весомый вклад в развитие науки. Он является автором ряда популярных статей по математике, одним из переводчиков трёхтомника «Линейные операторы» Данфорда и Дж. Шварца, автором раздела «Спектральная теория операторов» пятитомника «Математическая энциклопедия». М.Г. Гасымовым получены важные результаты о явном построении спектрального анализа большого класса обыкновенных дифференциальных операторов с периодическими коэффициентами.

Гаджиев Акиф Джафар оглы (08.12.1937 – 03.02.2015) - академик НАН Азербайджана, учёный в области теории функций и функционального анализа. Защитил кандидатскую диссертацию под руководством академика Ибрагима Ибрагимова. В 2004-2013гг. директор Института математики и механики, 2001-2015гг. академик-секретарь Отделения физико-математических и технических наук, 2013-2015гг. вице-президент Национальной Академии наук Азербайджана, с 2004 года и до конца свой жизни заведовал кафедрой «Математика и механика» Национальной академии авиации Азербайджана. Автор 4 монографий.

Бабаев Ариф Алигейдар оглы (11.11.1934 - 05.06.1998) - член-корреспондент НАНА, профессор, учёный в области математического анализа. Защитил кандидатскую диссертацию под руководством академика Гусейнова. С 1965 по 1998 гг. зав. кафедрой математического анализа БГУ, в 1978-1994 годы являлся деканом механико-математического факультета Бакинского государственного университета. Он один из основных представителей азербайджанской школы по сингулярным уравнениям, крупный математик – теоретик, видный специалист в области особых интегралов, граничных задач, аналитических функций, сингулярных интегральных уравнений и нелинейного анализа.

Джавадов Маис Габиб оглы (22.03.1929 – 28.09.1992) - член – корреспондент НАНА, учёный в области теории несамосопряжённых дифференциальных операторов. Он защитил кандидатскую диссертацию под руководством академика Заида Халилова. Им получена полная асимптотика по малому параметру решения задачи Коши для общего гиперболического уравнения любого порядка с переменными коэффициентами, вырождающегося в гиперболическое уравнение более низкого порядка.

Мамедов Яхья Джафар оглы (10.10.1930 – 28.01.2000) – член – корреспондент НАНА, учёный в области нелинейного анализа и вычислительной математики. кандидатскую диссертацию под руководством академика НАН Азербайджана Ашрафа Гусейнова. В 1971-87 гг. проректор по научной работе в БГУ, в 1987 -89 гг. - ректор БГУ. В 1983 году избран чл.-корр. НАН Азербайджана. Я.Д. Мамедовым разработан метод решения нелинейных операторов дифференциальных уравнений. Ему также принадлежат разработки теории операторных уравнений Вольтерра. Является автором 4-х учебников и 8 монографий.

Мамедов Ильхам Тофик оглы (01.07.1955 – 10.12.2003) – член-корреспондент НАНА, учёный в области качественной теории дифференциальных уравнений с частными производными.

Защитил кандидатскую диссертацию под руководством профессора АлиНоврузова. В 1992 - 2000 гг. - зам. директора по научной работе, а в 2001-2003 гг. - директор Института математики и механики НАН Азербайджана.

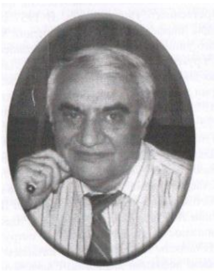
Искендеров Бала Ага – Гусейн оглы (21.12.1936 - 03.08.2012) - член-корреспондент НАН Азербайджана, учёный в области дифференциальных уравнений и её применения к прикладным задачам. Он защитил кандидатскую диссертацию под руководством профессора А.Г. Костюченко и М.В. Федорюка. С 1964 года и до конца своей жизни он работал в Институте математики и механики НАН Азербайджана. Под редакцией Б.Искендерова была издана книга «Избранные труды З.И. Халилова» и одна монография.

Агаев Гашим Мир Низам оглы (12.11.1916 – 02.08.1988) – доктор физико-математических наук, учёный в области дифференциальных уравнений в частных производных. Защитил кандидатскую диссертацию под руководством академика Заида Халилова. В 1964-1967гг. он был директором Института математики и механики и одновременно руководителем отдела «Дифференциальные уравнения». Автор 3 книг. Им исследовалась разрешимость нелинейных стационарных и нестационарных операторных уравнений в банаховых локально выпуклых линейных векторных топологических пространствах.

Мамедов Рашид Гамид оглы (02.05.1930 - 02.05.2000) – доктор физико-математических наук, профессор, учёный в области теории приближений.

Защитил кандидатскую диссертацию под научным руководством академика Ибрагима Ибрагимова. Является автором 5 монографий, 65 книг. Ряд его работ посвящён определению порядка и класса насыщения линейных операторов.

Новрузов Али Азиз оглы (28.04.1934 – 16.12.2000) - профессор, учёный в области качественной теории дифференциальных уравнений с частными производными.



Он защитил кандидатскую диссертацию под руководством профессора Е.М. Ландиса. А.А. Новрузов являлся создателем и руководителем научной школы по качественной теории дифференциальных уравнений в Азербайджане. Им существенно развита теория устойчивости академика М.В. Келдыша для линейных и квазилинейных эллиптических уравнений. С 1977 года и до конца своей жизни возглавлял кафедру «Высшая математика» Азербайджанского технического университета.

Габиб-заде Амир Шамиль оглы (23.01.1916 - 01.07.2009) – профессор, учёный в области функционального анализа и дифференциальных уравнений. Защитил кандидатскую диссертацию под руководством академика Заида Халилова. С 1948 года и до конца своей жизни работал в БГУ, а с 1964 по 1994 годы возглавлял кафедру «Теория функций и функциональный анализ». Он автор 3-х учебников на азербайджанском языке. Круг интересов А. Габиб-заде не ограничивался только математикой, являясь многогранной личностью, великолепно разбирался в искусстве, музыке и живописи.

В настоящее время математики Азербайджана, успешно продолжая научные исследования своих предшественников, вносят достойный вклад в мировую математическую науку.

Институт математики и механики, имеющий мощный научный потенциал, занимается развитием новых современных областей математики и механики и является одним из передовых научных центров Азербайджана.

В настоящее время в Институте функционируют 14 научных отделов: функциональный анализ, теория функций, дифференциальные уравнения, математический анализ, негармонический анализ, уравнения математической физики, алгебра и математическая логика, оптимальное управление, прикладная математика, вычислительная математика и информатика, волновая динамика, теория упругости и пластичности, механика жидкости и газа, теория ползучести.

В Азербайджане математическая наука в основном развивается в Институте математике и механики НАН Азербайджана, Бакинском государственном университете, Азербайджанском государственном педагогическом университете, Азербайджанском государственном университете нефти и промышленности, Азербайджанском техническом университете, Азербайджанском архитектурно-строительном институте и в других вузах Республики.

PARABOLIC EQUATION OF NORMAL TYPE CONNECTED WITH 3D HELMHOLTZ SYSTEM AND ITS NONLOCAL STABILIZATION

Fursikov A. V.
Lomonosov Moscow State University Faculty of Mechanics and Mathematics, Russia

The talk will be devoted to the normal parabolic equation (NPE) connected with 3D Helmholtz system whose nonlinear term **B(v)** is orthogonal projection of nonlinear term for Helmholtz system on the ray generated by vector v. Studies of NPE has been begun in [1] to understand better difficulties that one should overcome to solve Millenium problem on non local existence of smooth solution for 3D Navier-Stokes equations.

As it became clear the studies of NPE has been opened the way to construct the method of nonlocal stabilization by feedback control for 3D Helmholtz as well as for 3D Navier-Stokes equations, (Recall that local stabilization theory for Navier-Stokes system and close equation has been constructed in the main: see [2] and references therein)

The structure of dynamical flow corresponding to this NPE will be described (see [3]), Besides, the non local stabilization problem for NPE by starting control supported on arbitrary fixed subdomain will be formulated. The main steps of solution to this problem will be discussed (see [4],[5],[6]), At last how to apply this result for solution of nonlocal stabilization problem with impulse control for 3D Helmholtz system will be explained.

References

1. A.V.Fursikov, "The simplest semilinear parabolic equation of normal type, Mathematical Control and Related Fields (MCRF) v.2, N 2, June 2012, p. 141-170
2. A.V.Fursikov, A.V.Gorshkov, "Certain questions of feedback stabilization for Navier-Stokes equations, Evolution equations and control theory (EECT), v.l, N 1, 2012, p.109-140.
3. A.V.Fursikov, "On the Normal-tvpe Parabolic System Corresponding to the three-dimensional Helmholtz System".- Advances in Mathematical Analysis of PDEs. AMS Transl.Series 2, v.232 (2014), 99-118.
4. A.V.Fursikov "Stabilization of the simplest normal parabolic equation by starting control. Communication on Pure and Applied Analysis, v.13, September (2014), 1815-1854.
5. A.V.Fursikov, L.S.Shatina "On an estimate connected with the stabilization on a normal parabolic equation by start control. Journal of Mathematical Sciences 217:6 (2016) p.803-826
6. A.V.Fursikov, L.S.Shatina "Nonlocal stabilization of the normal equation connected with Helmholtz system by starting control. ArXiv: 1609,08679 v.2 [math,0c] 26 Feb. 2017, p.1-55

О НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ФРАНКЛЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ СМЕШАННОГО ТИПА

Сабитов К.Б.
Стерлитамакский филиал Института стратегических исследований РБ,
Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, Россия
sabitov_fmf@mail.ru

Рассмотрим уравнение смешанного типа

$$Lu \equiv K(y)u_{xx} + u_{yy} - \lambda(y)u = 0\,, \qquad (1)$$

где $K(y)$ и $\lambda(y)$ – заданные достаточно гладкие функции, при этом $yK(y) > 0$ при $y \neq 0$ в области *D*, ограниченной отрезком *AA'* оси $x = 0,\ -a < y < a,\ a > 0$; характеристикой *A'C* уравнения (1), $A' = (0,-a)$, $C = (c,0)$; отрезком *CB* оси $y = 0,\ c \le x \le b$, и кривой Γ из класса Ляпунова с концами в точках $B = (b,0)$ и $A = (0,a)$, лежащей в первой четверти.

Пусть $D_1 = D \cap \{y > 0\}$; *OP* – часть характеристики уравнения (1), исходящей из точки $O = (0,0)$ до пересечения с *A'C* в точке *P*; D_2 – область, ограниченная кривыми *OP*, *PC* и *OC*; D_3 – область, ограниченная кривыми *OA'*, *A'P* и *PO*.

В 1956 году Ф.И. Франкль [1], исследуя обтекание профилей потоком дозвуковой скорости со сверхзвуковой зоной, оканчивающейся прямым скачком уплотнения, пришел к математической модели, именуемой в настоящее время задачей Франкля.

Задача Франкля (Задача Ф). Найти функцию $u(x,y)$, удовлетворяющую условиям:

$$u(x,y)\in C(\overline{D})\cap C^1(D\cup OA\cup OA'\setminus OP)\cap C^2(D_1\cup D_2\cup D_3); \tag{2}$$

$$Lu(x,y)\equiv 0,\ (x,y)\in D_1\cup D_2\cup D_3\ ; \tag{3}$$

$$u(x,y)=\varphi_1(x,y),\ (x,y)\in\Gamma\ ; \tag{4}$$

$$u(x,0)=\varphi_2(x),\ c\le x\le b\ ; \tag{5}$$

$$u(0,y)-u(0,-y)=\varphi_3(y),\ 0\le y\le a\ ; \tag{6}$$

$$u_x(0,y)=0,\ 0<|y|<a, \tag{7}$$

при φ_1, φ_2, φ_3 – заданные достаточно гладкие функции, $\varphi_2(b)=\varphi_1(b,0)$.

Первые результаты по задаче Франкля для уравнений Лаврентьева: $u_{xx}+(\mathrm{sgn}\,y)u_{yy}=0$ и Чаплыгина: $K(y)u_{xx}+u_{yy}=0$, $K(0)=0$, $K'(y)>0$ в $\overline{D}$, получены А.В. Бицадзе [2] при дополнительном требовании, чтобы кривая Γ, кроме обычного условия гладкости (условия Ляпунова), удовлетворяла геометрическому условию

$$\frac{dy(s)}{ds}\ge 0, \tag{8}$$

где $x=x(s)$, $y=y(s)$ – параметрические уравнения кривой Γ, s – длина дуги границы области D, отсчитываемая от точки A' против часовой стрелки. Здесь при выполнении условия (8) доказана теорема единственности решения задачи Франкля, а в случае уравнения Лаврентьева на основании теоремы единственности методом интегральных уравнений также доказана теорема существования решения.

Далее задача Франкля была объектом изучения многих других работ (см. [3, с. 211] и обзорную статью [4]). В этих работах рассмотрены некоторые обобщения (в постановке) задачи Ф или аналоги задачи Ф или задача Ф изучалась для систем уравнений первого порядка или в специальных областях. Следует подчеркнуть, что ограничение типа (8) на кривую Γ всюду присутствует. Из обзора [4] следует, что задача Ф окончательно решена только для уравнения Лаврентьева-Бицадзе [5]. Естественно возникает вопрос о существенности ограничения (8) на кривую Γ при доказательстве единственности решения задачи Ф для уравнения Чаплыгина или уравнения (1). Аналогично задаче Трикоми возникают вопросы о существовании спектра задачи Ф и построении собственных значений и функций спектральной задачи Франкля. Этим вопросам и посвящен данный доклад. Здесь: 1) развивая метод вспомогательных функций Моравец, получены новые теоремы единственности решения задачи Ф для уравнения (1) при более слабых ограничениях на кривую Γ, функцию $K(y)$ и класс решений; 2) путем установления новых качественных свойств обобщенно аналитических функций окончательно решена проблема единственности решения задачи Ф для двух классов уравнений смешанного типа, среди которых уравнение Чаплыгина, для которого в 1956 году была поставлена задача Ф; 3) найдены собственные значения и соответствующие собственные функции спектральной задачи Франкля для оператора Лаврентьева-Бицадзе и изучены их свойства на полноту и базисность в пространстве L_p; 4) показаны применения этих результатов при разрешимости задачи Ф.

Литературы

1. Франкль Ф.И. Обтекание профилей потоком дозвуковой скорости со сверхзвуковой зоной, оканчивающейся прямым скачком уплотнения // Прикладная математика и механика. 1956. Т. 20, № 2. С. 196 – 202.
2. Бицадзе А.В. Об одной задаче Франкля // ДАН. 1956. Т. 109, № 6. С. 1091 – 1094.
3. Сабитов К.Б. К теории уравнений смешанного типа. М.: Физматлит. 2014. 304 с.
4. Сабитов К.Б. К теории задачи Франкля для уравнений смешанного типа // Известия РАН. Серия математическая. 2017. Т. 81. № 1. С. 3 – 40.
5. Солдатов А.П. Об одной задаче теории функций // Дифференц. уравнения. 1973. Т. 9, № 2. С. 325 – 332.

SOME QUESTIONS OF THE QUALITATIVE THEORY OF DELAY DIFFERENTIAL EQUATIONS: VARIATION FORMULAS OF SOLUTIONS, OPTIMIZATION, SENSITIVITY ANALYSIS

Tadumadze T., Dvalishvili P.
Tbilisi State University, Institute of Applied Mathematics, Georgia
tamaz.tadumadze@tsu.ge, pridon.dvalishvili@tsu.ge

As is known real economical, biological, physical and many various processes contain an information about their behavior in the past i. e., such processes contain effects that have delayed action and are described by delay differential equations. In the present work the following delay differential equation is considered

$$x(t) = f\ (t,x(t),x(t - ti),\ldots,x(t - Ts)),t\ E\ [to,ti] \qquad (1)$$

as with the continuous *initial* condition

$$x(t) = \wedge>(t),t < to \qquad (2)$$

and as well as with the discontinuous initial condition

$$x(t) = <\wedge(t),t < t_0,x(t_0) = x_0. \qquad (3)$$

Variation Formulas of Solutions: the linear representations of the main part of a solution increment with respect to perturbations of the initial data and right-hand side of the equation (1) is called the variation formula of a solution (variation formula) [1]. Here, under the initial data we mean the collection of the initial moment, constant delays, initial vector and initial function.The variation formula plays the basic role in proving the necessary conditions of optimality [1-3] and the sensitivity analysis of mathematical models [4]. Moreover, the variation formula allows one to construct an approximate solution of the perturbed equation. In the work variation formulas are given for the equation (1) with the initial condition (2) and (3) with respect to wide classes of variations . In the variation formulas the effects of perturbations of the initial moment and delays as well as the effects of continuous and discontinuous initial conditions are revealed.

Optimization: for the optimization problems with delays , general boundary conditions and functional, the necessary conditions of optimality are obtained in the form of equality or inequality for the initial and final moments , for delays and an initial vector and also in the form of the integral maximum principle for the initial function and control.

Sensitivity Analysis: sensitivity analysis of the differential equation consists in finding an analytic relation between solutions of the original and perturbed equations. It is an important tool for assessing properties of the mathematical models. For example, in an immune model [4], it allows one to determine dependence of viruses concentrations on the model parameters. The linear representation of the first order sensitivity coefficient is obtained with respect to perturbations of the initial data and parameters.

References

1. R.V. Gamkrelidze , Principles of optimal control theory. Plenum Pres, New York-London, 1978.
2. G.L. Karatishvili and T. A. Tadumadze, Formulas for the variation of a solution and optimal control problems for differential equations with retarded arguments. J.Math.Sci. 01(N.Y.) *140* (2007), No. 1, 1-175.
3. T. Tadumadze, Variation formulas of solutions for functional differential equations with several constant delays and their applications in optimal control problems. Mem.Differential Equations Math.Phys.,*70* (2017), 7-97.
4. G.A. Bocharov, G.I. Marchuk, Applied problems of mathematical modeling in immunology. (Russian) Zh. Vychisl.Mat.Mat.Fiz., 40:12 (2000), 1905-1920.

AN INVERSE PROBLEM FOR A STRONGLY DEGENERATE HEAT EQUATION IN A RECTANGULAR DOMAIN

Ivanchov M.
Ivan Franko National University of Lvov, Ukraine

We consider an inverse problem for the heat equation with strongly power degeneration at the initial moment. An unknown coefficient is supposed to be dependent on the time variable. Direct problems for degenerate parabolic equation have a wide application in different domains [1]-[3]. Inverse problems for such equations allow to determine unknown parameters of the process under investigation. Their study has begun by a one-dimensional case. There were established the conditions for existence and uniqueness of solutions in the cases of weak and strong degeneration [4]-[8]. The passage to a two-dimensional case has opened new classes of problem, i.e. an inverse problem for an anisotropic heat equation. Moreover, the approach that has been used in 1D case did not work in 2D one.

Consider an inverse problem for finding unknowns $(a(t), u(x,y,t))$ that satisfy a parabolic equation

$$u_t = a(t)t^{\beta}u_{xx} + b_1(x,y,t)u_x + b_2(x,y,t)u_y + c(x,y,t)u + f(x,y,t), \qquad (x,y,t) \in Q_T, \qquad (1)$$

initial condition

$$u(x,y,0) = \varphi(x,y), \qquad (x,y) \in \overline{D}, \qquad (2)$$

boundary conditions

$$u(0,y,t) = \mu_1(y,t), \qquad u(h,y,t) = \mu_2(y,t), \qquad (y,t) \in [0,l], \qquad (3)$$

$$u_y(x,0,t) = \upsilon_1(x,t), \qquad u_y(,l,t) = \upsilon_2(x,t), \qquad (x,t) \in [0,h] \qquad (4)$$

and over determination condition

$$a(t)u_x(0,y_0,t) = \kappa(t), \qquad t \in [0,T], \qquad (5)$$

where $D := \{(x,y): 0 < x < h, 0 < y < l\}$, $Q_T := D \times [0,T]$, $\beta \geq 1$, $y_0 \in (0,l)$.

Using the Green function $G_{12}(x,y,t,\xi,\eta,\tau)$ for the equation

$$u_t = a(t)t^{\beta}u_{xx}, \qquad (x,y,t) \in Q_T,$$

with conditions (2)-(4) we reduce the problem (1)-(4) to the integro-differential equation

$$u(x,y,t) = u_0(x,y,t) + \int_0^t \int_0^l \int_0^h G_{12}(x,y,t,\xi,\eta,\tau)(b_1(\xi,\eta,\tau)u_{\xi}(\xi,\eta,\tau) + b_2(\xi,\eta,\tau)u_{\eta}(\xi,\eta,\tau) + c(\xi,\eta,\tau)u(\xi,\eta,\tau))d\xi\, d\eta\, d\tau, \qquad (x,y,t) \in \overline{Q_T}. \qquad (6)$$

After finding the derivative u_x from (6) and substituting it into the condition (5), we obtain the equation with respect to $a(t)$. Then we establish the conditions for existence of solution of this equation and, hence, of the inverse problem (1)-(5).

References

1. *Caffarelli L., Friedman A.* Continuity of the density of a gas flow in a porous medium. Trans. Amer.Math.Soc. – 1979. – 252. -- P.99-113.
2. *Grebenev V.* On a system of degenerate parabolic equations that arises in fluid dynamics. Sib. Maht.J. – 1994. – 35. -- P.753-767.
3. *Berestycki H., Busca J., Florent I.* An inverse parabolic problem arising in finance. C.R.Acad.Sci. Paris. –2000. – 331. – P.965-969.
4. *Ivanchov M., Saldina N.* Inverse problem for a degenerate heat equation. Ukrainian Math.J.– 2005. – 57, №11. – P.1563-1570. (in Ukrainian)
5. *Ivanchov M., Saldina N.* An inverse problem for a strongly power degenerate parabolic equation. Ukrainian Math.J. – 2006. – 58 , №11. – P.1487-1500. (in Ukrainian)
6. *Ivanchov M., Saldina N.* An inverse problem for strongly degenerate heat equation . J.Inv. Ill-Posed Problems. – 2006. – 14, no 5. – P.465-480.
7. *Saldina N.* An inverse problem for a weakly degenerate parabolic equation. Math.Methods and Phys.-Mech.Fields. – 2006. – 49**,** no.3. – P.7-17. (in Ukrainian)
8. *Ivanchov M., Lorenzi A., Saldina N.* Solving a scalar degenerate multidimensional identification problem in Banach space. J.Inv.Ill-posed Problems.– 2008. – 16, no.4. P.397-415.

MODULYAR DİNAMİK SİSTEMLƏR NƏZƏRİYYƏSİNİN İNKİŞAFININ MÜASİR VƏZİYYƏTİ VƏ TƏTBİQİ PROBLEMLƏRİ

Feyziyev F.G., Mehdiyeva M.R.
Sumqayıt Dövlət Universiteti, Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan
feyziyevFG@mail.ru, mehdiyevamaral71@gmail.com

Sonlu ardıcıllıqlı maşınlar və ya modulyar dinamik sistemlər (MDS) [1,2] diskret sistemlərin bir sinfidir və onların giriş, çıxış və vəziyyət ardıcıllıqları sonlu çoxluqlardan qiymətlər alırlar. Y.Z.Tsıpkin, D.A.Xaffman, A.Gill [1], R.H.Fərəcov [2,3], Y.S.Popkov, S.L.Blyumin, R.X.Latıpov, M.Ş.Baybatşayev, A.T.Nagıyev, F.G.Feyziyev [3-5] və işlərində MDS-lər nəzəriyyəsinin müxtəlif məsələləri tədqiq olunmuşdur. MDS-lərin bir və çox parametrli sinifləri geniş tədqiq olunmuşdur. Bu sahədə alınan nəticələr [1-4] monoqrafiyalarında geniş şərh olunmuşdur. Bir parametrli MDS-lər aşağıdakı tənliklərlə təsvir olunurlar:

$$s[n+1] = F(s[n], x[n]), \quad y[n] = G(s[n], x[n]). \tag{1}$$

Burada n diskret zaman və ya taktdır. n mənfi olmayan tam qiymətlər alır. $s[n] = (s_1[n],..., s_m[n])$ vəziyyət, $x[n] = (x_1[n],..., x_r[n])$ giriş, $y[n] = (y_1[n],..., y_k[n])$ isə çıxış ardıcıllıqlarıdır, F və G uyğun olaraq keçid və çıxış funksiyaları adlanır. (1) düsturunda F və G funksiyaları elə olmalıdır ki, istənilən $(s[n], x[n]) \in S \times X$ üçün $F(s[n], x[n]) \in S$ və $G(s[n], x[n]) \in Y$ olsun. Əgər X, S və Y çoxluqları q sayda element olarsa, onda F və G funksiyaları $q-$qiymətli məntiq funksiyalarıdır. $X \equiv Y \equiv S = \{0,1,\ldots,q-1\}$ kimi götürülür. q–qiyməti məntiqdə $\mathrm{mod}\, q$ üzrə toplama və vurma əməlləri birlikdə bazis əmələ gətirir. $\{0,1,\ldots,q-1\}$ çoxluğu $\mathrm{mod}\, q$ üzrə toplama və vurma əməllərinə görə halqa əmələ gətirir. Bu halqa $G(q)$ ilə işarə olunur. $q = p$ olarsa, harada ki, p ədədi sadə ədəddir, $G(p)$ halqası meydan olur və bu meydan $GF(p)$ ilə işarə olunur. Buradan alınır ki, F və G funksiyalarının təşkil olunduğu əməllər $\mathrm{mod}\, p$ üzrə toplama və vurma əməlləri olmalıdır. Belə olduqda (1) düsturunun sol tərəfində göstərilən ardıcıllıqlar da $\{0,1,\ldots,p-1\}$ sonlu çoxluğundan qiymətlər alır. Odur ki, (1) düsturunu aşağıdakı kimi yazılır:

$$s[n+1] = F(s[n], x[n]), GF(p), \quad y[n] = G(s[n], x[n]), GF(p). \tag{2}$$

Burada $GF(p)$ yazısı onu göstərir ki, F və G funksiyalarının təşkilində istifadə olunan əməllər $GF(p)$ meydanının əməlləri, yəni $\mathrm{mod}\, p$ üzrə toplama və vurma əməlləridir. $GF(p)$ meydanı sonlu meydan, yaxud da Qalua meydanı adlanır: $GF(p) = (\{0,1,\ldots,p-1\}, \oplus, \otimes)$. Burada $\oplus$ və $\otimes$ əməlləri uyğun olaraq $\mathrm{mod}\, p$ üzrə toplama və vurma əməllərinin işarələridir. Qeyd edək ki, $\oplus$ və $\otimes$ əməlləri aşağıdakı kimi başa düşülür: Tutaq ki, $a, b \in \{0,1,..., p-1\}$. Əgər $a + b = \ell \cdot p + \alpha$ isə, onda $a \oplus b = \alpha$ götürülür, harada ki, $\ell, \alpha \le p-1$. Əgər $a \cdot b = \ell \cdot p + \alpha$ olarsa, onda $a \otimes b = \alpha$ götürülür, harada ki, $\ell, \alpha \le p-1$. Qeyd edək ki, q sadə ədəd olmadıqda $\oplus$ və $\otimes$ əməlləri üzrə $\{0,1,\ldots,q-1\}$ çoxluğu meydan təşkil etmədiyi üçün (2) düsturlarında $GF(p)$ əvəzinə $G(q)$ yazılmalıdır. q ədədi hər hansı bir sadə ədədin qüvvəti olarsa, yəni $q = p^{\ell}$ olarsa, onda $\{0,1,\ldots,q-1\}$ Qalua meydanı təşkil edir və toplama və vurma əməlləri xüsusi qaydada təyin olunmuş toplama və vurma əməli olur və bu halda meydan $GF(p^{\ell})$ ilə işarə olunur. $GF(p^{\ell})$ meydanı $GF(p)$ meydanının genişlənməsidir və bu genişlənmə prosesində $GF(p)$ meydanı üzərində ℓ dərəcəli hər hansı bir $f(x)$ çoxhədlisi götürülür, $GF(p)$ meydanı üzərində bütün çoxhədlilər $f(x)$ çoxhədlisi modulu üzrə siniflərə bölünür. Bu siniflərdən hər birindən ən kiçik dərəcəli bir çıxıq götürülür və bir çoxluq qurulur. Bu çoxluğun elementləri $f(x)$ çoxhədlisi modulu üzrə toplama və vurma əməllərinə görə ümumi halda halqa, $f(x)$ çoxhədlisi sadə çoxhədli olduğu halda isə meydan əmələ gətirir və bu meydan da məhz $GF(p^{\ell})$ meydanıdır.

(2) – də F və G funksiyaları xətti olduqda xətti MDS-lərin (XMDS) tənliyi alınır:

$$s[n+1] = A \cdot s[n] + B \cdot x[n], GF(p), \quad y[n] = C \cdot s[n] + D \cdot x[n], GF(p). \tag{3}$$

Burada A, B, C və D matrisləri $GF(p)$ meydanı üzərində $m \times m$, $m \times r$, $k \times m$ və $k \times r-$ ölçülü matrislərdir. Əgər (2) – də F keçid və G çıxış funksiyaları xətti deyildirsə, onda belə MDS-lər qeyri-xətti

MDS-lər (QMDS) adlandırılır. QMDS-lər üçün universal forma almaq üçün F və G funksiyalarını $GF(p)$ meydanı üzərində modulyar polinomlar şəklində göstərmək lazımdır.

(1) – (3) münasibətlərində MDS-lər "giriş – vəziyyət – çıxış" münasibətləri ilə verilir. Çox zaman MDS-lər "giriş – çıxış" münasibətləri ilə də verilir. "Giriş – çıxış" dilində sonlu MDS-lər aşağıdakı kimi funksional şəkildə təsvir olunurlar :

$$y[n] = G\{x[m] \mid n - n_0 \le m \le n\}, GF(p). \tag{4}$$

Burada n_0 kəmiyyəti MDS-in qeyd olunmuş yaddaş dərinliyi adlandırılır. Ümumi halda (4) münasibəti Volterra polinomlarının sonlu qiymətli analoqu şəkilində yazılır. $p = 2$ olduğu halda (4)-ə uyğun Volterra polinomunun sonlu qiymətli analoqu aşağıdakı kimidir:

$$y[n] = \sum_{i=0}^{n_0+1} \sum_{\overline{m} \in \Phi(i)} h_i[\overline{m}] x[n - m_1] \ldots x[n - m_i], GF(2). \tag{5}$$

Burada $h_i[\overline{m}], i = 1,2,..., n_0 + 1,$ kəmiyyətləri (5) QMDS-in əmsalları və ya impuls xarakteristikası adlanır, $\Phi(i)$ çoxluğu isə $\Phi(i) = \{\overline{m} = (m_1, \ldots, m_i) \mid 0 \le m_1 < \ldots < m_i \le n_0, m_\alpha \in \{0,1,\ldots,n_0\}, \alpha = \overline{1,i}\}$ kimidir. (4) münasibətində $x[n] \in GF^r(p)$, $y[n] \in GF^k(p)$ $G\{...\} = (G_1\{...\}, ..., G_k\{...\})$. Bu halda da (4) funksional münasibəti üçün (5)-in ümumiləşməsi olan və Volterra polinomunun sonlu qiymətli analoqu şəklində ifadə alınmışdır [3,4].

Qeyd edək ki, çox parametrli MDS-lər ümumi çox parametrli diskret sistemlərin (və ya $nD-$sistemlərin) altsistemidir. $nD-$sistemlər nəzəriyyəsi müasir dövrdə geniş tədqiq olunmuşdur. Çox parametrli MDS-lər adi, MDS-lər kimi özlərini aparırlar, lakin onlar təkcə zaman deyil və həm də xanalar fəzasında evolyusiya edirlər. Ona görə də $nD-$MDS-lər adi MDS-lərlə müqayisədə daha geniş tətbiq imkanlarına malikdirlər. Buna baxmayaraq ümumi halda $nD-$MDS-lər çox az tədqiq olunmuşdur və bu tədqiqatlar da əsasən $2D-$ və 3D- MDS-lər üçün aparılmışdır. $nD-$ MDS-lərin müxtəlif sinifləri, məsələn, qeyri-xətti çoxölçülü 2D–, $3D-$, $4D-$MDS və s. kimi sistemlər üçün həm nəzəri və həm də tətbiqi məsələlərin tədqiqi böyük nəzəri və praktiki əhəmiyyətə malikdir. Belə sistemlər çoxölçülü məlumatların emalı, mikro-elektron qurğuların, paralel fəaliyyəti rəqəm texnikasının tədqiqi prosesində geniş istifadə oluna bilər. Çoxparametrli ardıcıllıqlı maşınlara və ya modulyar dinamik sistemlərə ardıcıllıqlı – xanalı maşınlar və ya da çoxparametrli MDS-lər (ÇPMDS-lər) də deyirlər. Fəza strukturuna malik olmaqlıq ÇPMDS-lərə adi MDS-lərə nisbətən daha geniş tətbiq imkanları verir. ÇPMDS-lərin tənlikləri aşağıdakı kimidir [3-4]:

$$s[n+1, c] = F(n, c, \hat{S}[n, c, P_0(n,c)], \Phi[n, c, P_1(n,c)]), GF(p), \quad s[0,c] = s^0[c], \tag{7}$$

$$y[n,c] = G(n, c, \hat{S}_1[n, c, P_2(n,c)], \Phi_1[n, c, P_3(n,c)]), GF(p), \tag{8}$$

$$\hat{S}[n,c,P_0(n,c)] = \{s[n,c'] \mid c' \in P_0(n,c)\}, \quad \Phi[n,c,P_1(n,c)] = \{x[n,c'] \mid c' \in P_1(n,c)\},$$

$$\hat{S}_1[n,c,P_2(n,c)] = \{s[n,c'] \mid c' \in P_2(n,c)\}, \quad \Phi_1[n,c,P_3(n,c)] = \{x[n,c'] \mid c' \in P_3(n,c)\}. \tag{9}$$

(7) – (9) da n zaman, c isə xana arqumentidir və $n \in T$, $c \in C$, harada ki, T zaman anları çoxluğu və ya zaman oblastı, C isə xanalar çoxluğu və ya xanalar oblastı adlanır və $T = \{n \mid n = 0,1,\ldots\}$, $C = \{c = (c_1, \ldots, c_\nu) \mid c_i \in \{\ldots,-1,0,1,\ldots\}, i = \overline{1,\nu}\}$. Burada ν xanalar oblastının ölçüsüdür. (7)–(9) münasibətlərində $s[n,c]$, $y[n,c]$ və $x[n,c]$ uyğun olaraq vəziyyət, çıxış və giriş ardıcıllıqlarıdır və $s[n,c] \in GF^m(p)$, $y[n,c] \in GF^m(p)$, $x[n,s] \in GF^m(p)$. $P_0(n,c), P_1(n,c), P_2(n,c)$ və $P_3(n,c)$ çoxluqları uyğun olaraq "vəziyyətlərə görə vəziyyətlər", "girişlərə görə vəziyyətlər", "vəziyyətlərə görə çıxışlar" və "girişlərə görə çıxışlar" xarakteristik ətrafları (qonşuluq şablonlarıdır). Qeyd edək ki, qeyri-xətti MDS-lərə də diqqət yetirilir və qeyri-xətti ÇPMDS-lər təbii ki, daha geniş tətbiq sahələrinə malikdirlər. Qeyri-xətti ÇPMDS-ləri aşağıdakı tənliklərlə yazmaq olar:

$$s[n+1,c] = F(n, c, \{s[n, c+\xi] \mid \xi \in P_0(n,c)\}, \{x[n, c+\xi] \mid \xi \in P_1(n,c)\}), GF(p), \tag{10}$$

$$y[n,c] = G(n, c, \{s[n, c+\xi] \mid \xi \in P_2(n,c)\}, \{x[n, c+\xi] \mid \xi \in P_3(n,c)\}), GF(p). \tag{11}$$

Əgər (10),(11) – də $F(\cdot)$ və $G(\cdot)$ operatorları və $P_0(n,c), P_1(n,c), P_2(n,c)$ və $P_3(n,c)$ qonşuluq şablonları n zaman arqumentindən asılı deyildirlərsə, onda belə ÇPMDS stasionar, əgər c xana arqumentindən asılı deyildirlərsə, onda bircins ÇPMDS adlanır. Stasionar və bircins sonlu ÇPMDS-in tənliyi aşağıdakı kimidir:

$$s[n+1,c] = F\left(n,c,\left\{s[n,c+\xi] \| \xi \in P_0\right\},\left\{x[n,c+\xi] \| \xi \in P_1\right\}\right), GF(p),$$
$$y[n,c] = G\left(n,c,\left\{s[n,c+\xi] \| \xi \in P_2\right\},\left\{x[n,c+\xi] \| \xi \in P_3\right\}\right), GF(p).$$

Əgər (7), (8) və ya (10), (11) – də $F(\cdot)$ və $G(\cdot)$ operatorları xətti olarsa, onda ÇPMDS xətti, əks halda isə qeyri-xətti adlanırlar. (10), (11)-ə uyğun xətti ÇPMDS aşağıdakı tənliklərlə təsvir olunur:

$$s[n+1,c] = \sum_{\xi \in P_0(n+1,c)} \Phi(n+1,c;n,\xi)\, s[n,c+\xi] + \sum_{\xi \in P_1(n+1,c)} \Psi(n+1,c;n,\xi)\, x[n,c+\xi], GF(p), \tag{12}$$

$$y[n,c] = \sum_{\xi \in \mathrm{P}_2(n+1,c)} H(n,c;n,\xi)\, s[n,c+\xi] + \sum_{\xi \in \mathrm{P}_3(n+1,c)} L(n,c;n,\xi)\, x[n,c+\xi], GF(p). \tag{13}$$

Xətti ÇPMDS stasionar və bircins olarsa, onda (12) və (13) tənlikləri aşağıdakı şəklə düşər:

$$s[n+1,c] = \sum_{\xi \in P_0} \Phi(\xi)\, s[n,c+\xi] + \sum_{\xi \in P_1} \Psi(\xi)\, x[n,c+\xi], GF(p), \tag{14}$$

$$y[n,c] = \sum_{\xi \in \mathrm{P}_2} H(\xi)\, s[n,c+\xi] + \sum_{\xi \in \mathrm{P}_3} L(\xi)\, x[n,c+\xi], GF(p). \tag{15}$$

(10)-(15) tənliklərində sonlu ÇPMDS "giriş – vəziyyət – çıxış" dilində təsvir olunub. Sonlu ÇPMDS-ləri həm də "giriş – çıxış" dilində də təsvir etmək olar [3-4]:

$$y[n,c] = G\left(n,c,\Phi[n,c,P(n,c),N(n,c)]\right), GF(p). \tag{16}$$

Burada $\Phi[n,c,P(n,c),N(n,c)] = \left\{f[n',c'] \| n' \in N(n,c), c' \in P(n,c)\right\}$, $N(n,c)$ və $P(n,c)$ isə uyğun olaraq yaddaş çoxluğu və məhdud əlaqə çoxluğudur və $N(n,c)$ çoxluğunun elementləri $n-$ni aşmayan tam ədədlərdir. (16) tənliyini aşağıdakı kimi də yazmaq olar:

$$y[n,c] = G\left(n,c,x[n-\eta,c+\xi] \| \eta \in [0,n_0(n,c)], \xi \in P(n,c)\right), GF(p) \tag{17}$$

və ya

$$y[n,c] = G\left(n,c,x[n-\eta,\xi] \| \eta \in [0,n_0(n,c)], \xi \in P(n,c)\right), GF(p)\,, \tag{18}$$

harada ki, $n_0(n,c)$ ÇPMDS-in qeyd olunmuş yaddaşı adlanır, $n_0(n,c)$ mənfi olmayan tam ədəddir və $[0,n_0(n,c)] \equiv \{0,1,...,n_0(n,c)\}$. (16)-(18) ÇPMDS-ləri üçün Volterra polinomlarının sonlu qiymətli analoqu şəkilində ifadələr alınmışdır [3- 4].

MDS-lər üçün riyazi məsələlərə MDS-lərin idarəolunmaqlıq, müşahidəolunmaqlıq və diaqnostikaolunmaqlıq, dayanıqlıq və stabiləlolunmaqlıq, dönərlik, invariantlıq, həssaslıq, periodiklik məsələləri, MDS-lər üçün optimal idarəetmə, MDS-lərin optimal sintezi məsələri, informasiya itkisiz MDS-lər, gətirilməyən MDS-lər və MDS-lərin realizəsi məsələsi, MDS-lərlə eksperimentlər, stoxastik və adaptiv MDS-lərin tədqiqi məsələsi və s. aiddir [4]. Məruzədə MDS-lər üçün müxtəlif riyazi məsələlərin tədqiqinin nəticələri və problemləri şərh olunur. MDS-lər kompüter texnikasında, diaqnostika sistemlərində, kodlaşdırılma və dekodlaşdırılma sistemlərində, kriptologiyada, kompüter sistemlərində verilənlərin və proqram təminatının tamlığının qorunmasında, kəsilməz və diskret obyektlərin modelləşdirilməsində, idarə edilməsində və elm və texnikanın başqa sahələrində geniş tətbiq olunurlar [1,2,4]. Məruzədə MDS-lərin müxtəlif sahələrdə tətbiqinin nəticələri və problemləri şərh olunur.

Ədəbiyyat

1. Гилл А. Линейные последовательностные машины. М.: Наука, 1974.
2. Фараджев Р.Г. Линейные последовательностные машины. М.: Сов.радио, 1975, 248 с. (обзор) // Автоматика и телемеханика, 1982, №2, с.125-163.
3. Фараджев Р.Г., Фейзиев Ф.Г. Методы и алгоритмы решения задачи квадратичной оптимизации для двоичных последовательностных машин, Баку: Элм, 1996, 180 с.
4. Фейзиев Ф.Г., Фараджева М.Р. Модулярные последовательностные машины: Основные результаты по теории и приложению Баку: Изд-во Элм, 2006, 234 с.

I BÖLMƏ

FUNKSİONAL ANALİZ VƏ FUNKSİYALAR NƏZƏRİYYƏSİ

I СЕКЦИЯ

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ

PART 1

FUNCTİONAL ANALYSİS AND FUNCTİONS THEORY

BİR SİNİF SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN FREDHOLUMLUĞU HAQQINDA

Ağayeva G.A.
Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan
gulsumm_agayeva@mail.ru

Seperabel $H-$hilbert fəzasinda belə bir sərhəd məsələsinə baxaq.

$$-\frac{d^2u(t)}{dt^2}+\rho(t)A^2u(t)+(A_1+C_1)\frac{du(t)}{dt}+(A_2+C_2)u(t)=f(t) \qquad (1)$$

$$u(0)=0\ , \qquad u(1)=0 \qquad (2)$$

belə ki, $u(t)$, $f(t)$ funksiyaları $[0,1]$-də sanki hər yerdə təyin olunmuş, qiymətləri H -da olan vektor funksiyalardır,operator əmsalları isə aşağıdakı şərtləri ödəyir.

1) $A-$öz-özünə qoşma müsbət-müəyyən operatordur;
2) A^{-1} operatoru H -da tamam kəsilməz operatordur;
3) A_1A^{-1}, A_2A^{-2} operatorlari H -da məhdud, C_1A^{-1}, C_2A^{-2} isə H -da tamam kəsilməz operatorlardir;
4) $\rho(t)$ $-$ölçülən, $0<\alpha\le\rho(t)\le\beta<\infty$

şərtini ödəyən ədədi funksiyadır.

Aşağıdakı Hilbert fəzalarına baxaq.

$$L_2((0,1):H)=\left\{\ f(t)\ ;\ \|f\|^2_{L_2((0,1):H)}=\int_0^1\|f(t)\|^2dt<\infty\ \right\}$$

$$\overset{\circ}{W}{}_2^2((0,1):H)=\left\{\ u(t);\ \|u(t)\|^2_{W_2\,2((0,1):H)}=\left\|A^2u\right\|^2_{L_2((0,1):H)}+\|u''\|^2_{L_2((0,1):H)}<\infty\ u(0)=0\ ,\quad u(1)=0\right\}$$

Tərif. Əgər (1), (2) məsələsi ilə törədilən operator $\overset{\circ}{W}{}_2^2((0,1):H)$ fəzasından $L_2((0,1):H)$ fəzasına təsir edən Fredholm operatorudursa, onda deyəcəyik ki, (1), (2) məsləsi fredholm həll olunandır.

Aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem1. Tutaq ki, 1)-4) şərtləri ödənir və aşağıdakı bərabərsizlik ödənir

$$2^{-1}\alpha^{-1/2}\left\|A_1A^{-1}\right\|+\alpha^{-1}\left\|A_2A^{-2}\right\|<1$$

Burada α ədədi 4) şərtindən müəyyən olunur. Onda (1),(2) məsələsi fredholm həll olunandır.

Ədəbiyyat

1. Mirzoyev S.S. G.A.Ağayeva "On correct solvability of one boundary value problems for the differential equations of the second order on Hilbert space" Applied Mathematical Sciences 2013,v.7, №79, p.3935-3945.
2. Mirzoyev S.S. G.A.Ağayeva "On the solvability conditions of solvability of one boundary value problems for the second order differential equations with operator coefficients." Inter. Journal of Math.Analyzis, 2014, v.8, №4, 149-156.

DÖRDÜNCÜ TƏRTİB BİR DİFERENSİAL OPERATORUN İZİ HAQQINDA

Bayramov A.M., Alməmmədov M.S.

Azərbaycan Dövlət İqtisad Universiteti, Azərbaycan

$H_1 = L_2(0,\pi;H)$ Hilbert fəzasında

$$l(y) = y^{(4)}(x) + Q(x)y(x)$$
$$y(0) = y'(\pi) = 0$$
$$y''(0) = y'''(\pi) = 0$$

sərhəd şərtləri ilə doğrulmuş L operatorunun ikinci requlizə edilmiş izi hesablanır.

Burada $Q(x)$ operator funksiyası aşağıdakı şərtləri ödəyir.

1. $Q(x)$-in $[0,\pi]$ parçasında ikinci tərtib zəif törəməsi var və ixtiyari $x \in [0,\pi]$ üçün $Q^i(x): H \to H$ $(i = 0,1,2)$ öz-özünə qoşma operatordur.
2. $\|Q\| < \frac{1}{2}$.

H Hilbert fəzasında elə $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ ortonormal bazis var ki, $\sum_{n=1}^{\infty}\|Q(x)\varphi_n\|_{H_1} < \infty$.

Requlizə edilmiş iz düsturları $[1-3]$ məqalələrində hesablanmışdır. Burada iz haqqında aşağıdakı teorem isbat edilmişdir.

Teorem. $Q(x)$ operator funksiyası 1.-3. şərtlərini ödəyirsə

$$\sum_{m=1}^{\infty}\left\{\sum_{n=1}^{\infty}(\lambda_{mn}^2 - (m-1/2)^8) - \frac{2(m-1/2)^4}{\pi}\int_0^{\pi} trQ(x)dx + +\frac{(m-1/2)^2}{2\pi}[trQ'(\pi) - trQ'(0)] + c\right\} =$$
$$= \frac{c}{2} + \frac{1}{32}\left[trQ^{(4)}(0) - trQ^{(4)}(\pi)\right] + \frac{1}{4}[trQ^2(0) + trQ^2(\pi)]$$

düsturu doğrudur. Burada

$$c = \frac{1}{8\pi}[trQ'''(\pi) - trQ'''(0)] - \frac{1}{4\pi^2}tr\left[\int_0^{\pi} trQ(x)dx\right]^2 - \frac{3}{4\pi}\int_0^{\pi} trQ^2(x)dx,$$

λ_{mn} isə L operatorunun məxsusi ədədləridir.

Ədəbiyyat

1. İ.M.Gelfand, B.M.Levitan, On a formula for eigenvalues of a differential operator of second order, Doklady Akademii Nfuk SSSR, 88 (1953) 593-595.
2. V.A.Sadovnichii, V.E.Podolskii, Trace of operators,Uspekhi Mat.Nauk, 61 (2006) 89-156.
3. K.Koklu, İ.Albayrak, A.Bayramov, A reqularized trace formula for second order differential operator equations, Mathematics Scandinavica,107 (2010) 123-138.

YENİ TİP FƏRQ TƏNLİKLƏRİ CÜTLÜKLƏRİNİN DƏQİQ HƏLLƏRİ: UİLSON VƏ KƏSİLMƏZ HAN ÇOXHƏDLİLƏRİ

Cəfərova A.M., Cəfərov E.İ.
AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu, AMEA Fizika İnstitutu, Azərbaycan
aynure.jafarova@gmail.com

Kəsilməz ortoqonal çoxhədliləri sinifinə aid olan Uilson çoxhədliləri ortoqonal çoxhədlilərin Aski sxeminə daxil olan iki ən mürəkkəb çoxhədlilərdən biridir. n-ci dərəcədən x dəyişənli $W_n(x^2;a,b,c,d)$ Uilson çoxhədlisi $(n = 0,1,\ldots)$ hiperhəndəsi funksiyaların köməyi ilə aşağıdakı şəkildə təyin olunur [1,2]:

$$\frac{W_n(x^2;a,b,c,d)}{(a+b)_n(a+c)_n(a+d)_n} = {}_4F_3\left(\begin{matrix} -n, n+a+b+c+d-1, a+ix, a-ix \\ a+b, a+c, a+d \end{matrix}, 1\right).$$

Bu çoxhədli $[0,\infty)$ kəsilməz fəzada $Re(a,b,c,d) > 0$ ortoqonallıq şərtini ödəyir. Digər tərəfdən, Uilson çoxhədliləri məlum fərq tənliyinin və irəli və geri sürüşmə operatorları kimi də məlum olan rekurrent tənliklər cütlüyünün dəqiq həllidir.

Göstərmək olar ki, bu çoxhədlilər həm də aşağıdakı rekurrent münasibətlər cütlüyünü ödəyir:

$$W_n(x^2;a,b,c,d) = \frac{n+a+b+c+d-1}{2n+a+b+c+d-1} W_n(x^2;a,b,c,d+1) - \frac{n(n+a+b-1)(n+c-1)(n+b+c-1)}{2n+a+b+c+d-1} W_{n-1}(x^2;a,b,c,d+1)$$

$$(x^2+d^2)W_n(x^2;a,b,c,d+1) = \frac{(n+a+d)(n+b+d)(n+c+d)}{2n+a+b+c+d} W_n(x^2;a,b,c,d) - \frac{1}{2n+a+b+c+d} W_{n+1}(x^2;a,b,c,d)$$

və eyni zamanda, aşağıdakı fərq tənlikləri cütlüyünün də dəqiq həllidir:

$$\left[\frac{(a+ix)(b+ix)}{2ix} e^{-\frac{i}{2}\partial_x} - \frac{(a-ix)(b-ix)}{2ix} e^{\frac{i}{2}\partial_x}\right] W_n\left(x^2; a+\frac{1}{2}, b+\frac{1}{2}, c, d\right) = (n+a+b) W_n\left(x^2; a, b, c+\frac{1}{2}, d+\frac{1}{2}\right),$$

$$\left[\frac{(c+ix)(d+ix)}{2ix} e^{-\frac{i}{2}\partial_x} - \frac{(c-ix)(d-ix)}{2ix} e^{\frac{i}{2}\partial_x}\right] W_n\left(x^2; a, b, c+\frac{1}{2}, d+\frac{1}{2}\right) = (n+c+d) W_n\left(x^2; a+\frac{1}{2}, b+\frac{1}{2}, c, d\right).$$

Ortonormal Uilson funksiyaları daxil edərək, yuxarıdakı tənliklər cütlüyünü daha da kompakt şəkildə yaza bilərik:

$$\left[e^{-\frac{i}{2}\partial_x} - \frac{(a-ix)(b-ix)}{2ix} e^{\frac{i}{2}\partial_x} \frac{(c+ix)(d+ix)}{2ix}\right] \tilde{W}_n\left(x^2; \frac{1}{2}, 0\right) = \sqrt{(n+a+b)(n+c+d)}\, \tilde{W}_n\left(x^2; 0, \frac{1}{2}\right),$$

$$\left[e^{-\frac{i}{2}\partial_x} - \frac{(c-ix)(d-ix)}{2ix} e^{\frac{i}{2}\partial_x} \frac{(c+ix)(d+ix)}{2ix}\right] \tilde{W}_n\left(x^2; 0, \frac{1}{2}\right) = \sqrt{(n+a+b)(n+c+d)}\, \tilde{W}_n\left(x^2; \frac{1}{2}, 0\right).$$

Burada, $\tilde{W}_n\left(x^2;\frac{1}{2},0\right) \equiv \tilde{W}_n\left(x^2; a+\frac{1}{2}, b+\frac{1}{2}, c, d\right)$ və $\tilde{W}_n\left(x^2;0,\frac{1}{2}\right) \equiv \tilde{W}_n\left(x^2; a, b, c+\frac{1}{2}, d+\frac{1}{2}\right)$. Raka və Han çoxhədliləri arasında məlum limitdən və Han çoxhədlilərindən də kəsilməz Han çoxhədlilərinə keçid vasitəsilə kəsilməz Han çoxhədlilərinin dəqiq həlli olduğu aşağıdakı fərq tənlikləri cütlüyünün də mövcudluğunu analoji olaraq göstərə bilərik:

$$\left[(ix+b)e^{-\frac{i}{2}\partial_x} - (ix-d)e^{\frac{i}{2}\partial_x}\right] p_n\left(x; 0, \frac{1}{2}\right) = (n+b+d) p_n\left(x; \frac{1}{2}, 0\right),$$

$$\left[(ix+b)e^{-\frac{i}{2}\partial_x}-(ix-c)e^{\frac{i}{2}\partial_x}\right]p_n\left(x;\tfrac{1}{2},0\right)=(n+a+c)p_n\left(x;0,\tfrac{1}{2}\right).$$

Burada, $p_n\left(x;\frac{1}{2},0\right)\equiv p_n\left(x;a,b+\frac{1}{2},c,d+\frac{1}{2}\right)$ və $p_n\left(x;\frac{1}{2},0\right)\equiv p_n\left(x;a+\frac{1}{2},b,c+\frac{1}{2},d\right)$ və kəsilməz Han çoxhədliləri də aşağıdakı şəkildə təyin olunur [3]:

$$\frac{p_n(x;a,b,c,d)}{(a+c)_n(a+d)_n}=\frac{i^n}{n!}\,{}_3F_2\left(\begin{matrix}-n,n+a+b+c+d-1,a+ix\\ a+c,a+d\end{matrix},1\right).$$

Bu iş Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Elmin İnkişafı Fondunun maliyyə yardımı ilə yerinə yetirilmişdir.

Ədəbiyyat

1. Koekoek R., Lesky P.A., Swarttouw R.F., Hypergeometric Orthogonal Polynomials and their q-Analogues, Springer Monographs in Mathematics (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg), 2010
2. Atakishiyev N.M, Jafarov E.I, Jafarova A.M., Van der Jeugt J, On a pair of difference equations for the Wilson polynomials, Abstract of the International conference "On actual problems of mathematics and informatics" dedicated to the 90-th anniversary of Haydar Aliyev, p.17-18, (2013)
3. Atakishiyev N.M., Suslov S.K., The Hahn and Meixner polynomials of an imaginary argument and some of their applications // Journal of Physics A: Mathematical and General, 1985, 18 1583

BİR SPEKTRAL MƏSƏLƏNİN MƏXSUSİ ƏDƏDLƏRİNİIN ASİMPTOTİKASININ TAPILMASI

Əhmədov S.Z., Mehdiyev A.Ə.

Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan

salehmedov0@gmail.com, abbasmehdiyev@mail.ru

İşdə baxılan spektral məsələ müxtəlif istilikkeçirmə əmsallarına malik olan çubuqlarda istiliyin yayılma prosesini xarakterizə edir.

$$p_1p_2y^{IV}-(p_1+p_2)\lambda^2y''+\lambda^4y-by''-a\lambda^2y=f(x,\lambda) \qquad (1)$$

$$l_1(u)\equiv\sum_{k=1}^{4}\alpha_{1k}y^{(k-1)}(0,\lambda)+\sum_{k=1}^{4}\beta_{1k}y^{(k-1)}(1,\lambda)+\lambda^2\sum_{k=1}^{2}\gamma_{1k}y^{(k-1)}(0,\lambda)+\lambda^2\sum_{k=1}^{2}\delta_{1k}y^{(k-1)}(1,\lambda)=\varphi_1$$

$$l_2(u)\equiv\sum_{k=1}^{4}\alpha_{2k}y^{(k-1)}(0,\lambda)+\sum_{k=1}^{4}\beta_{2k}y^{(k-1)}(1,\lambda)+\lambda^2\sum_{k=1}^{2}\gamma_{2k}y^{(k-1)}(0,\lambda)+\lambda^2\sum_{k=1}^{2}\delta_{2k}y^{(k-1)}(1,\lambda)=\varphi_2$$

$$l_3(u)\equiv\sum_{k=1}^{4}\alpha_{3k}y^{(k-1)}(0,\lambda)+\sum_{k=1}^{4}\beta_{3k}y^{(k-1)}(1,\lambda)+\lambda^2\sum_{k=1}^{2}\gamma_{3k}y^{(k-1)}(0,\lambda)+\lambda^2\sum_{k=1}^{2}\delta_{3k}y^{(k-1)}(1,\lambda)=\varphi_3 \qquad (2)$$

$$l_4(u)\equiv\sum_{k=1}^{4}\alpha_{4k}y^{(k-1)}(0,\lambda)+\sum_{k=1}^{4}\beta_{4k}y^{(k-1)}(1,\lambda)+\lambda^2\sum_{k=1}^{2}\gamma_{4k}y^{(k-1)}(0,\lambda)+\lambda^2\sum_{k=1}^{2}\delta_{4k}y^{(k-1)}(1,\lambda)=\varphi_4$$

burada $f(x,\lambda)=\lambda^2\varphi(x)-(p_1+p_2)\varphi''(x)-a(x)\varphi(x)+\psi(x)$, $\varphi(x),\psi(x)$ həqiqiqiymətli funksiyalar p_1,p_2,a,b $(a=-q_1-q_2,\quad b=p_1q_2+\quad p_2q_1)$, $\alpha_{ij},\beta_{ij}\left(i,j=\overline{1,4}\right)$ və $\gamma_{nk},\delta_{nk}\,(n,k=1,2)$ həqiqi ədədlərdir və $p_2>p_1>0$

$\varphi_k=\gamma_{k1}\varphi(0)+\gamma_{k2}\varphi'(0)+\delta_{k1}\varphi(1)+\delta_{k2}\varphi'(1),k=\overline{1,4}$ şərti ödənilir.

1° şərti dedikdə $L(\alpha_4,\beta_4,\gamma_2,\delta_2)\neq 0,$

2° şərti dedikdə isə $L(\alpha_4,\beta_4,\gamma_2,\delta_2)=0,$

$$\begin{aligned}&\left(\omega_1^3\omega_3^6-\omega_1^4\omega_3^5-\omega_1^5\omega_3^4+\omega_1^6\omega_3^3\right)\left(L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_4,\delta_2)-L(\alpha_4,\beta_3,\beta_4,\gamma_2)\right)+\\&+\left(\omega_1^2\omega_3^5-\omega_1^3\omega_3^4-\omega_1^4\omega_3^3+\omega_1^5\omega_3^2\right)\left(L(\alpha_3,\beta_4,\gamma_2,\delta_2)-L(\alpha_4,\beta_3,\gamma_2,\delta_2)\right)+\\&+\left(\omega_1^1\omega_3^6-\omega_1^4\omega_3^3-\omega_1^3\omega_3^4+\omega_1^6\omega_3^1\right)\left(L(\alpha_4,\beta_4,\gamma_1,\delta_2)-L(\alpha_4,\beta_4,\gamma_2,\delta_1)\right)+\\&+\left(\omega_1^2\omega_3^3-\omega_1^1\omega_3^4-\omega_1^4\omega_3^1+\omega_1^3\omega_3^2\right)\left(L(\alpha_4,\gamma_2,\delta_1,\delta_2)-L(\beta_4,\gamma_1,\gamma_2,\delta_2)\right)\neq 0\end{aligned}$$

münasibətləri başa düşəcəyik. Burada ω_k (k=$\overline{1,4}$) Birkhof mənada xarakteristik tənliyin kökləridir.

Lemma. Tutaq ki, $\varphi(x)\in C^2[0,1], \psi(x)\in C[0,1]$ olmaqla həqiqiqiymətli funksiyalar, $p_1>0, p_2>0, p_1\neq p_2, a, b, \alpha_{ij}, \beta_{ij}\ \left(i,j=\overline{1,4}\right), \gamma_{ij}, \delta_{ij}\ \left(i,j=1,2\right)$ həqiqi ədədlərdir.

Əgər 1° və yaxud 2° şərtlərindən biri ödənərsə, onda (1) – (2) spektral məsələnin məxsusi ədədlərinin asimptotikası uyğun olaraq aşağıdakı kimidir.

$$\lambda_n=\frac{1}{\omega_1+\omega_3}\left(\frac{1}{2}+n\right)\pi i+O\left(\frac{1}{n}\right),\qquad n\to\infty$$

$$\lambda_n=\frac{1}{\omega_1+\omega_3}\pi n i+O\left(\frac{1}{n}\right),\qquad n\to\infty\quad .$$

Ədəbiyyat

1. Расулов М.Л. Метод контурного интеграла. М., Наука, 1964, 462 стр.
2. Федорюк М.В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. М., Наука, 1983, 352 с.

GECİKƏN ARQUMENTLİ BİR SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN MƏXSUSİ ƏDƏDLƏRİ VƏ MƏXSUSİ FUNKSİYALARI HAQQINDA

Hüseynov V.H.

Azərbaycan Dövlət İqtisad Universiteti, Azərbaycan

karat_fm@mail.ru

Gecikən arqumentli Şturm-Liuvill tipli məsələyə [1]-də baxılmışdır. Sərhəddə parametr olduqda gecikən arqumentli məsələyə [2] və [3]-də baxılmışdır. $\left[0;\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2};\pi\right]$ aralığında

$$y''(x)+q(x)y(x-\Delta(x))+\lambda\rho(x)y(x)=0 \tag{1}$$

diferensial tənlik və

$$\sqrt{\lambda}\,y(0)+y'(0)=0 \tag{2}$$

$$m\cdot\lambda y(\pi)+y'(\pi)=0 \tag{3}$$

spektrial parametrli sərhəd şərti ilə və

$$y\left(\frac{\pi}{2}-0\right)-\delta y\left(\frac{\pi}{2}+0\right)=0 \tag{4}$$

$$y'\left(\frac{\pi}{2}-0\right)-\gamma y'\left(\frac{\pi}{2}+0\right)=0 \tag{5}$$

keçid şərtləri ilə doğrulan (1)-(5) sərhəd məsələsinə baxaq. Burada $q(x)$ $\left[0;\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2};\pi\right]$ aralığında həqiqi qiymətli kəsilməz funksiyadır və $q\left(\frac{\pi}{2}\pm0\right)=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}\pm0}q(x)$ sonlu limiti var, həqiqi qiymətli $\Delta(x)\geq 0$ funksiyası $\left[0;\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2};\pi\right]$ aralığında kəsilməzdir və $\Delta\left(\frac{\pi}{2}\pm0\right)=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}\pm0}\Delta(x)$ sonlu limiti var və $\rho(x)=\alpha_1^2,\ x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right)$ isə $\rho(x)=\alpha_2^2\ \ x\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right]$ isə, λ həqiqi müsbət spektral parametrdir.

$\alpha_1,\alpha_2,\delta,\gamma,m\neq0$ ixtiyari sabitlərdir.

Teorem 1. (1)-(5) məsələsinin məxsusi ədədləri sadədir.

Teorem 2. (1)-(5) məsələsinin məxsusi ədədləri və məxsusi funksiyaları üçün aşağıdakı asimptotik ifadələr doğrudur. $\sqrt{\lambda_n} = \dfrac{4n-3}{2[\alpha_1+\alpha_2]} + 0\left(\dfrac{1}{n}\right), \quad n \to \infty$

$$y_{1n} = \frac{1}{\alpha_1}\left\{\cos\left(\frac{[4n-3]\alpha_1^2\alpha_2 x}{2[\alpha_1+\alpha_2]}\right) - \sin\left(\frac{[4n-3]\alpha_2^2\alpha_1 x}{2[\alpha_1+\alpha_2]}\right)\right\} + \mathrm{O}\left(\frac{1}{n}\right) \quad n \to \infty \left[0; \frac{\pi}{2}\right) \text{ olduqda}$$

$$y_{2n} = \frac{\gamma}{\delta\alpha_1}\left\{\begin{array}{l}\cos\left(\dfrac{[4n-3]\alpha_2\alpha_1^2 x}{2[\alpha_1+\alpha_2]} + \dfrac{[4n-3][\alpha+\alpha_2]}{16[\alpha_1+\alpha_2]}\right) - \\ -\sin\left(\dfrac{[4n-3]\alpha_1\alpha_2^2 x}{2[\alpha_1+\alpha_2]} + \dfrac{[4n-3][\alpha+\alpha_2]\pi}{16[\alpha_1+\alpha_2]}\right)\end{array}\right\} + \mathrm{O}\left(\frac{1}{n}\right) \quad n \to \infty,\ x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right] \text{ olduqda.}$$

Ədəbiyyat

1. Norkin S.B. On boundary problem of Sturm Lionville type for second-order diferensial equation with retarded arqument. Isvestiya Vysshikh Uchebuykh Zavedeniy Matematika 1958; 6(7); 203-214 (Russian)
2. Şen E, Bayramov A. On a discontinuous Sturm-Liouville type problem with retarded arqument. International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics, American Institute of Physics Conference Proceedinqs 1389, Halkidiki, Greece 2011; 1172-1175

BİRTƏRTİBLİ QEYRİ-LOKAL DİFERENSİAL OPERATOR ÜÇÜN İZ DÜSTURU

Hüseynov H.M., Lətifova A.R.
Bakı Dövlət Universiteti, AMEA Riy

aziyyat və Mexanika İnstitutu, Azərbaycan
Email: hmhuseynov@gmail.com

Aşağıdakı məsələyə baxaq:

$$iy'(x) + v(x)y_- = \lambda y(x), \quad -\pi < x < \pi, \tag{1}$$

$$y_+ + 2i(y,v)_{L_2} = 0, \tag{2}$$

burada $v \in L_2(-\pi,\pi)$, λ – spektral parametr, $y_- = y(\pi) - y(-\pi)$, $y_+ = y(\pi) + y(\pi)$ isə $y(x)$ funksiyasının sərhəd qiymətləridir.

(1)-(2) məsələsi $L_2(-\pi,\pi)$-də öz-özünə qoşma operator doğurur. Bu operatorun məxsusi ədədləri təkrarlanan da ola bilər. Məxsusi ədədlər $iy'(x) = \lambda y(x),\ \ y(\pi) = y(\pi)$ məsələsinin məxsusi ədədləri ilə növbələşir [1] və

$$\lambda_n = \lambda_n^0 + \delta_n, \qquad \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |\delta_n|^2 < \infty$$

asimptotik göstərilişə malikdir. Burada λ_n^0 $\ v(x) \equiv 0$ olduqda (1)-(2) məsələsinin məxsusi ədədləridir.

Teorem. (1)-(2) məsələsinin məxsusi ədədləri üçün aşağıdakı iz düsturu doğrudur:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(\lambda_n - \lambda_n^0) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{(-1)^n\alpha_n}{n+\frac{1}{2}}\left[1 + \frac{2}{\left(n+\frac{1}{2}\right)^2}\left(\pi(n+\frac{1}{2}cth\pi\left(n+\frac{1}{2}\right) - 1\right)\right]$$

burada $\alpha_n = -iv_n + i\overline{v_n} + 2\pi(-1)^n|v_n|^2$, $\ v_n$ isə $v(x)$-in Furye əmsallarıdır:

$$v(x) = \textstyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} v_k e^{ikx}.$$

Ədəbiyyat

1. L.Nizhnik. Tamkang Journal of Mathematiks v.42, №3, 2011, p. 385-394.

KVADRATİK OPERATOR DƏSTƏNİN REZOLVENTASININ BİR QIYMƏTLƏNDİRİLMƏSİ HAQQINDA

İsmayılov E.U.
Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan

H -separabel Hilbert fəzasında

$$L(\lambda)=\lambda^2E-A^2+\lambda A_1+A_2$$

kvadratik operator dəstəsinə baxaq. Burada λ -spektral parametr, E vahid operator, A, A_1, A_2 isə aşağıdakı şərtləri ödəyir.

1) A - tamam kəsilməz tərsi olan müsbət-müəyyən, öz-özünə qoşma operatordur;

2) A_1A^{-1}, A_2A^{-2} operatorları H - da məhdud operatorlardır.

Əgər $\lambda \in$ C üçün $L^{-1}(\lambda)$ varsa, məhduddursa və bütün H fəzasında təyin olunubsa, onda $L^{-1}(\lambda)$-ə $L(\lambda)$ operator dəstəsinin rezolventası deyilir.Əgər $\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ A operatorunun məxsusi ədədləridirsə və $\rho>0$ üçün $\sum_{n=1}^{\infty}\lambda_n^{-\rho}<\infty$ ödənirsə, deyilir ki, $A^{-1}\in\sigma_\rho$ $(0<\rho<\infty)$.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

<u>Teorem 1.</u> Tutaq ki, 1) və 2) şərtləri ödənir və və A_1, A_2 operatorları

$$\|A_1A^{-1}\|+2\|A_2A^{-2}\|<2\sin\alpha$$

şərtini ödəyir. Onda $\Gamma_{\pm\alpha}=\{\lambda : \pm\arg\lambda=\alpha\}$.

Şuaları üzərində $L^{-1}(\lambda)$ rezoliventası var və aşağıdakı kimi qiymətləndirmə doğrudur:

$$\|L^{-1}(\lambda)\|\le const\left(|\lambda|^2+1\right)^{-1}$$

<u>Teorem 2.</u> Tutaq ki, Teorem 1 –in bütün şərtləri ödənir $A^{-1}\in\sigma_\rho$ $(0<\rho<\infty)$ və $\varphi(\lambda)=a_0+\lambda a_1+...+\lambda^n a_n$ $a_i\in H$ ($i=0,n$) üçün $\psi(\lambda)=L^{-1}(\lambda)\varphi(\lambda)$tam funksiyasıdır. Onda $\|A_1A^{-1}\|+2\|A_2A^{-2}\|<2\sin\frac{\pi}{2\rho}$ bərabərsizliyi ödəndikdə $\psi(\lambda)$ funksiyası ən çoxu $(n-2)$ tərtibli vektor-çoxhədlidir.

Ədəbiyyat

1. Келдыш М.В.О полноте собственных функций некоторых классов несамосопряженных уравнений // УМН,1971,т.26, №4, с.15-41.

İBTİDAİ SİNİF RİYAZİYYAT DƏRSLƏRİNDƏ MODELLƏŞDİRMƏ METODUNUN KÖMƏYİ İLƏ MƏSƏLƏ HƏLLİ

Məmmədova T.B.
Bakı Slavyan Universiteti, Azərbaycan
tamara64@bk.ru

İbtidai siniflərdə riyaziyyat tədrisinin təkmilləşməsi mövcud inkişafetdirici təlim texnologiyalarından götürülmüş innovativ metodların inteqrasiyası olmadan mümkün deyil. İbtidai siniflərdə riyaziyyat təliminin məzmununun modernləşdirilməsinin əsas istiqamətlərindən biri şagirdlərin məntiqi təfəkkürünün inkişaf etdirilməsi məqsədilə nəzəri biliklərin praktik istiqamətlərinin gücləndirilməsidir. Şagirdlər ən çox real proseslərin riyazi modellərrinin təsvir edilməsi və onun köməyi ilə hesablamalar aparılması, real asılılıqların qrafiklərinin qurulması və oxunması, hesablamaların nəticələrinin qiymətləndirilməsi ilə bağlı məsələlərdə çətinlik çəkirlər. Bu istiqamətdə tədrisin inkişafı məqsədilə modelləşdirmə metodundan istifadə olunur. Modelləşdirmə əyani-praktik tədris metodudur.

Məsələ həlli şagirdlərin məntiqi təfəkkürünün inkişafında böyük rola malikdir. Məsələ həllinin əsas üsulu kimi aktiv olaraq modeldən istifadə etmək olar. Bu, şagirdə məsələni görməyə, onu dərk etməyə və müstəqil olaraq həll yolunu tapmağa imkan verir. İbtidai təhsildə mətnli məsələlərin rolu böyükdür, onları həll edərək şagird riyazi biliklər əldə edir, qrafik fəaliyyətə hazırlaşır. Şagird məsələnin həllinə müstəqil gəlməlidir ki, gəldiyi nəticəni daha uzun müddət və yaxşı yadda saxlaya bilsin. Məsələlər şagirdlərin məntiqi təfəkkürünü inkişaf etdirir, analiz, sintez, müqayisə və ümumiləşmə aparma bacarığını formalaşdırır.

Model vasitəsi ilə məsələ həll etdikdə modelin hər hissəsi müəllim tərəfindən izah olunmalı, modelin qurulması üçün göstərişlər verilməli, istiqamətləndirici sualların köməyi ilə mərhələlərlə model qurulmalı, qurulmuş modeldə obyektlərin kəmiyyət xarakteristikaları göstərilməli, nəhayət, alınan nəticələr yoxlanılmalıdır. Model olaraq bir düz xətt üzərində olan parçalardan, paralel parçalardan, düzbucaqlılardan və digər fiqurlardan istifadə etmək olar. Bir düz xətt üzərində olan parcalardan istifadə olunan modellər birinci növ model adlanır. Bu üsulla cəm və fərq münasibətli məsələlər həll olunur.

Bəzən modeldən istifadə etməklə cəbri üsulla həll olunan məsələni asanlıqla hesabi yolla həll etmək olar. Bu halda “tam-hissə” adlanan modeldən istifadə olunur.

Məsələ. Samirin atasının və babasının yaşlarının cəmi 95-dir. Samirin babası atasından 35 yaş böyükdür. Samirin babasının neçə yaşı var?

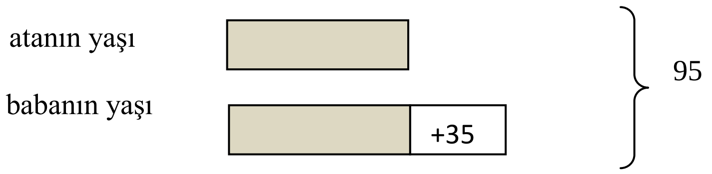
Həlli: Əvvəlcə məsələni analitik yolla həll edək. Fərz edək ki, Samirin atasının x yaşı var, onda babasının yaşı x+35 olar. Şərtə görə

x+x+35=95

2x=60, x=30(atanın yaşı)

30+35=65(babanın yaşı)

Indi isə məsələni həll etmək üçün modelləşdirmə metodundan istifadə edək. Tam-hissə modelini quraq:



Gördüyümüz kimi, cəmdən 35-i çıxsaq iki bərabər hissə alarıq.

95-35=60(yaş)

Alınan ədədi 2-yə bölsək, atanın yaşını tapırıq:

60:2=30

Modelə görə babanın yaşı 30+35=65 olar.

Göstərilən modellər şagird fəaliyyətinin istiqamətləndirici əsası olaraq həll üsulunu təsvir etməklə bərabər, məsələnin daxili strukturunu da açır. Onu da qeyd edim ki, göstərilən metodika universal deyil və ənənəvi üsullarla birlikdə tətbiq olunmalıdır. Hesab edirəm ki, modelləşdirmə üsulu məsələ həllinin öyrədilməsinin effektiv üsullarından biridir.

ARALIQ TÖRƏMƏLƏRİN QİYMƏTLƏNDİRİLMƏSİ HAQQINDA

Qazilova A.T.
Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan
aydan_9393@list.ru

Separabel H Hilbert fəzasında

$$l(\tau,u)=\left(\frac{du}{dt}-\tau A\right)\left(\frac{d^2u}{dt^2}-\tau^2 A\right)u(t),\quad \tau\in R=(-\infty,+\infty) \qquad (1)$$

operator diferensial ifadəsinə baxaq.

Tutaq ki, $L_2(R:H)$ $R=(-\infty,+\infty)$-da sanki hər yerdə təyin olunmuş, qiymətləri H -dan olan normaları kvadratı ilə inteqrallanan vektor funksiyaların Hilbert fəzasıdır. Belə ki,

$$\|f\|_{L_2(R;H)}=\left(\int_0^\infty \|f(t)\|^2 dt\right)^{1/2}<\infty .$$

$W_2^3(R:H)$ ilə $W_2^3(R;H)=\{u: u\in W_2^3(R;H),\ A^3u\in L_2(R;H)\}$ norması

$$\|u\|_{W_2^3(R;H)} = \left(\|u'''\|^2_{L_2(R;H)} + \|A^3 u\|^2_{L_2(R;H)} \right)^{1/2}$$

olan Hilbert fəzasını işarə edək. Aşağıdakı teoremlər doğrudur.

Teorem 1. Tutaq ki, A öz-özünə qoşma müsbət operatordur və $\tau > 0$. Onda (1) diferensial ifadəsi ilə təyin olunan $\|l(\tau,u)\|^2_{L_2(R;H)}$ norması $\|u\|_{W_2^3(R;H)}$ norması ilə ekvivalentdir.

Teorem 2. Tutaq ki, teorem 1-in şərtləri ödənir. Onda aşağıdakı qiymətləndirmələr doğrudur.

$$\|A^3 u'\|^2_{L_2(R;H)} \le \tau^{-3} \|l(\tau,u)\|_{L_2(R_+;H)}, \quad \|A^2 u''\|^2_{L_2(R;H)} \le \frac{2\sqrt{3}}{9} \tau^{-2} \|l(\tau,u)\|_{L_2(R_+;H)}$$

$$\|Au'''\|^2_{L_2(R;H)} \le \frac{2\sqrt{3}}{9} \tau^{-1} \|l(\tau,u)\|_{L_2(R_+;H)}, \quad \|Au^{(4)}\|^2_{L_2(R;H)} \le \|l(\tau,u)\|_{L_2(R_+;H)}$$

Ədəbiyyat

1. Лионс Ж.Л. Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. М.: Мир,1971,371 с.

BİR SİNİF SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN HƏLL OLUNMASI HAQQINDA

Zamanov H.İ.
Bakı Mühəndislər Universiteti, Azərbaycan
hasan_zamanli@yahoo.com

H separabel Hilbert fəzasında

$$(-1)^k u^{(n)}_{(t)} + A^n u_{(t)} + \sum_{j=0}^{n} A_{n-j} u^{(j)}_{(t)} = 0, \quad t \in (0,1) \tag{1}$$

$$u^{(\nu)} = \varphi_\nu, \quad u^{(\nu)}(1) = \varphi_\nu, \quad \nu = \overline{0,k-1} \tag{2}$$

burada $n = 2k(k = 1,2,...)$ $f(t)$ və $u(t)$ (0,1) intervalında sanki hər yerdə təyin olunmuş, qiymətləri H-dan olan vektor-funksiyalar olub, qiymətləri H fəzasındandır, $\varphi_0,\ \varphi_1 \in H,\ A,\ A_0,...,\ A_n$ əmsalları isə aşağıdakı şərtləri ödəyir

1) A - öz-özünə qoşma müsbət operatordur;
2) $B_j = A_j A^{-j}$ operatorları H-da məhduddurlar $\left(j = \overline{0,n}\right)$.

Burada $L_2((0,1);H)$ ilə (0,1) intervalında təyin olunmuş, qiymətləri isə H-dan olan bütün $f(t)$vektor funksiyaların Hilbert fəzasıdır, belə ki, $\|f\|_{L_2((0,1);H)} = \left(\int_0^1 \|f(t)\|^2 dt \right)^{1/2}$.

Aşağıdakı Hilbert fəzasını təyin edək

$$W_2^n((0,1):H) = \left\{ u : u^{(n)} \in L_2((0,1):H), A_\nu^n \in L_2((0,1):H) \right\},$$

$$(f,g)_{W_2^n((0,1);H)} = \left(u^{(n)}, v^{(n)}\right)_{L_2((0,1);H)} + \left(A_u^n, A_\nu^n\right)_{L_2((0,1);H)}.$$

Tərif. İstənilən $\varphi_\nu \in D\left(A^{n-2\nu-1/2}\right),\ \psi_\nu \in D\left(A^{n-2\nu-1/2}\right),\ \nu = \overline{0,k-1}$ üçün elə $u(t) \in W^n{}_2((0,1):H)$ varsa ki, o (1) tənliyini (0,1) intervalında sanki hər yerdə ödəyirsə, (2) sərhəd məsələsini isə

$$\lim_{t \to +0} \left\| A^{n-2\nu-1/2}\left(u^{(2\nu)}(t) - \varphi_\nu\right) \right\| = 0,$$

$$\lim_{t \to \varphi-0} \left\| A^{n-2\nu-1/2}\left(v^{(2\nu)}(t) - \psi_\nu\right) \right\| = 0$$

mənada ödəyirsə və $\|u\|_{W_2^n((0,1);H)} \le const\left(\sum_{\nu=0}^{k-1}\left\|A^{n-2\nu-1/2}\varphi_\nu\right\| + \sum_{\nu=0}^{k-1}\left\|A^{n-2\nu-1/2}\psi_\nu\right\|\right)$ qiymətləndirilməsi doğrudursa (1), (2) məsələsinə requlyar həll olunan deyilir.

Teorem. Tutaq ki, 1) 2) şərtləri ödənir və $q = \sum_{j=0}^{n} d_{n,j}\left\|B_j\right\| < 1$ bərabərsizliyi doğrudur. Burada

$$A_{n,j} = \begin{cases} 1, \ j=0, \ j=n \\ \left(\frac{j}{n}\right)^{\frac{j}{n}} \cdot \left(\frac{n-j}{n}\right)^{\frac{n-j}{n}}, \ j=1,\dots,n \end{cases}.$$

Onda (1), (2) məsələsi requlyar həll olunandır.

Ədəbiyyat

1. S.S. Mirzoev, G.A. Agaeva. O correct solvability of one boundary value problem for the differential equations of the second order on Hilbert space, Applied. Mathemat. Sienc., vol. 7, No 79, pp. 3935-3945, 2013.
2. H.İ. Zamanov, On the solvability one boundary value problem of fourth order operator differential equations, of the finit segment, Jour. Of Qafqaz University-Math. and Computer Science, v. 2, No 2, pp. 181-187, 2014.
3. Zamanov H.İ. Yüksək tərtibli operator-diferensial tənlik üçün bir sinif periodik tipli sərhəd məsələ haqqında.

THE EXİSTENCE AND NONEXISTENCE OF GLOBAL SOLUTİONS OF THE CAUCHY PROBLEM FOR A FRACTİONAL DAMPING SEMİ-LİNEAR PSEUDO-HYPERBOLİC EQUATİONS

Aliyev A.B., Pashayev A.F.

Azerbaijan Technical University ,IMM of NAS Azerbaijan, Azerbaijan

We consider the Cauchy problem

$$u_{k_{tt}} - \Delta u_{k_{tt}} + \Delta^2 u_k + (-\Delta)^{\alpha_k} u_{k_t} = f_i(u_1,u_2), \ k=1,2, \tag{1}$$

$$u_k(0,x) = \varphi_k(x), \ u_{k_t}(0,x) = \psi_k(x), \ k=1,2\ , \tag{2}$$

where $t>0, x\in R^n$, $(-\Delta)^{\alpha_k}$ is determined by the Fourier transformation. We assume that $f_1(u_1,u_2)$ and $f_1(u_1,u_2)$ are continuous differentiable functions. Let

$$0 \le \alpha_2 \le \alpha_1 \le \min\left\{1, \frac{n}{4}\right\}, \ 1 \le n \le 7 \ \text{ and } \quad \left|f_k(u_1,u_2)\right| \le c\left|u_1\right|^{\rho_{1k}} \cdot \left|u_2\right|^{\rho_{2k}}, \tag{3}$$

where

$$\rho_{1k} \ge 0, \rho_{2k} \ge 0, \quad 2 < \rho_{1k} + \rho_{2k} \le \left[\frac{n+1}{n-4}\right], \tag{4}$$

$$\frac{n-2\alpha_1}{2-\alpha_1}\rho_{1k} + \frac{n-2\alpha_2}{2-\alpha_2}\rho_{2k} > 2 + n\cdot r_k\ , \tag{5}$$

$r_k = \frac{1}{2-\alpha_2}$ if $\rho_1 \ge 0, 0 \le \rho_2 < 2$ and $r_k = \frac{2-\rho_{k2}}{2(2-\alpha_{1)}} + \frac{\rho_{k2}}{2(2-\alpha_{2)}}$ if $\rho_1 \ge 0, \rho_2 \ge 2$.

Theorem. Let conditions (3) -(5) be satisfied, then there exists $\delta_0 > 0$ such that for any $(\varphi_k,\psi_k) \in \left\{(\varphi,\psi): \|\varphi\|_{W^{3+\frac{n}{4}}(R^n)} + \|\varphi\|_{L_1(R^n)} + \|\psi\|_{W_2^2(R^n)} + \|\psi\|_{L_1(R^n)} < \delta\right\}$, the problem (1)-(2) has unique solution $u(\cdot) \in C([0,\infty); W_2^2(R^n)) \cap C^1([0,\infty); W_2^1(R^n))$

References

1. A.B.Aliev, B.H.Lichaei. Existence and non- existence of global solutions of the Cauchy problem for higher semi linear pseudo-hyperbolic equations, Nonlinear Analysis, Theory, Methods Applications, 72(2010), pp. 3275-3288.
2. A. B. Aliev, A.F. Pashayev.Global existence and nonexistence of solution for Cauchy problem for a Class of Fourth Order Semi-linear Pseudo-hyperbolic Equations with Structural Damping. Transactions of NAS of Azerbaijan, vol. XXXVI, No 4, 2016 ,3-21.

THE EMBEDDING THEOREMS IN GENERALIZED SOBOLEV-MORREY TYPE SPACE

Babayev R.F.
Institute of Mathematics and Mechanics of NAS of Azerbaijan, Azerbaijan

In the abstract, we study a point of view embedding theorems some properties of functions from space with parameters type

$$\bigcap_{i=0}^{n} L_{p^i,\varphi,\beta}^{<l^i>}(G) \tag{1}$$

where $G \subset R^n$, $1 \le p_\mu < \infty$, $l^i = (l_1^i, l_2^i, \ldots, l_n^i)$, $l_j^0 \in N_0^n$, i.e. $l_j^0 \ge 0$ is integer, $l_j^i \ge 0$ is integer $(i \ne j, j = 1,2,\ldots,n)$, $l_i^i \ge 0$ is integer; $\varphi(t) = (\varphi_1(t), \ldots, \varphi_n(t))$, $\varphi_j(t) > 0$ $(t > 0, j = 1,2,\ldots,n)$ is a Lebesgue measurable functions; $\lim\limits_{t \to +0} \varphi_j(t) = 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} \varphi_j(t) = \infty$, and $\beta \in [0,1]^n$.

The norm in space (1) define as:

$$\| f \|_{\bigcap_{i=0}^{n} L_{p^i,\varphi,\beta}^{<l^i>}(G)} = \sum_{i=0}^{n} \left\| D^{l^i} f \right\|_{p^i,\varphi,\beta;G},$$

where

$$\| f \|_{p,^i\varphi,\beta;G} = \sup_{x \in G, t > 0} \left(|\varphi([t]_1)|^{-\beta} \| f \|_{p,G_{\varphi(t)}(x)} \right),$$

$$|\varphi([t]_1)|^{-\beta} = \prod_{j=1}^{n} \left(\varphi_j([t]_1) \right)^{-\beta_j}; \; [t]_1 = \min\{1, t\},$$

$$G_{\varphi(t)}(x) = G \cap I_{\varphi(t)}(x) = G \cap \left\{ y : \left| y_j - x_j \right| < \frac{1}{2} \varphi_j(t), (j = 1,2,\ldots, n) \right\}.$$

This space in the case when $l_j^0 = 0$, $l^i = (0,\ldots,0,l_i,0,\ldots,0)$, $p^i = p$ $(i = 0,1,\ldots, n)$ coincides with spaces $W_{p,\varphi,\beta}^{l}(G)$, introduced and studied in the paper [1].

By the method of integral representations of functions proved embedding theorems of the type

1. $D^\nu : \bigcap_{i=0}^{n} L_{p^i,\varphi,\beta}^{<l^i>}(G) \to L_{q,\psi,\beta_1}(G)$ $(C(G))$ is hold;
2. it is also proved that for the function from space $\bigcap_{i=0}^{n} L_{p^i,\varphi,\beta}^{<l^i>}(G)$ the generalized derivatives $D^\nu f$ satisfy the Hölder condition in the metric $L_q(G)$ and $C(G)$.

References

1. A.M. Najafov, The embedding theorems of $W_{p,\varphi,\beta}^{l}(G)$. Mathematica Aeterna, v.3, no4, 2013, pp.299-308.

BESSEL FAMILIES AND UNCOUNTABLE FRAMES IN NON-SEPARABLE HILBERT SPACES

Bilalov B.T., Ismailov M.I., Nasibov Y.I.
Baku State University, Institute of Mathematics and Mechanics of NAS Azerbaijan,
Institute of Informations Technolology of NAS Azerbaijan, Azerbaijan
b_bilalov@mail.ru, miqdadismailov1@rambler.ru, yusifnasibov@gmail.com

The concepts of Bessel families and frames in non-separable Hilbert spaces are introduced in this work. Besselianness criterion for a family is found. Similar to the usual case, analysis, synthesis and frame operators are defined, their properties are studied. Many results related to usual frames are extended to new case. Let H be a non-separable Hilbert space and I be an index set equipotent with its topological dimension. Let $\{x_\alpha\}_{\alpha \in I} \subset H$ be some system. Accept the following definition.

Definition 1. *A system* $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ *is called a Bessel system in* H, *if there exists an absolute constant* $M>0$ *such that for* $\forall\omega\subset I: card\,\omega\le\theta_0$ *(The cardinality of the set* ω *is at most countable):*

$$\sum_{\alpha\in\omega}|(x,x_\alpha)|^2\le M\|x\|^2,\quad \forall x\in H, \tag{1}$$

where $(\cdot,\cdot)$ *is a scalar product in* H. *The number* $\inf\{M: \text{satisfying the inequality } (1)\}$ *is called a Bessel norm (* $B-$*norm) of the system* $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$. *We denote it by* $B[\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}]$.

The following theorem is valid.

Theorem 1. *Let* $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}\subset H$ *be some system. In order for this system to be a Bessel system in* H, *it is necessary and sufficient that the operator* T *defined by*

$$T\lambda=\sum_{\alpha\in I(\lambda)}\lambda_\alpha x_\alpha \quad , \tag{2}$$

act boundedly from $l_2(I^C)$ *to* H. *If so,* $B[\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}]=\|T\|^2$.

Definition 2. *A system* $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ *is called an uncountable frame or simply a frame in* H *if for* $\forall x\in H: cardI_x\le\theta_0$, *where* $I_x=\{\alpha\in I:(x;x_\alpha)\ne 0\}$, *there exist absolute constants* $A;B>0$ *such that*

$$A\|x\|^2\le\sum_{\alpha\in I}|(x;x_\alpha)_H|^2\le B\|x\|^2,\ \forall x\in H. \tag{3}$$

The numbers A and B are called the lower and upper frame bounds. A frame is called tight if we can take $A=B$ in (3). Consider the Hilbert space

$$l_2(I^C)=\left\{\lambda\in I^C: card\{\alpha\in I:\lambda_\alpha\ne 0\}\le\theta_0\wedge\sum_{\alpha\in I}|\lambda_\alpha|^2<+\infty\right\},$$

equipped with scalar product in $l_2(I^C)$ is defined by the formula $(\lambda;\mu)_{l_2(I^C)}=\sum_{\alpha\in I}\lambda_\alpha\overline{\mu}_\alpha,\quad \forall\lambda;\mu\in l_2(I^C)$.

Let $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}\subset H$ form a frame in H. Then it is clear that $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ is a Bessel system in H. From Theorem 1 it follows that the operator is defined by (2) is bounded. Clearly, the operator $S=TT^*$ is self-adjoint and is boundedly invertible. The following theorem on decomposition of arbitrary element with respect to frame is true.

Theorem 2. *Let the family* $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}\subset H$ *form a frame in* H *and* S *be the corresponding frame operator. Then* $x=\sum_{\alpha\in I}(x;S^{-1}x_\alpha)_H x_\alpha,\ \forall x\in H$.

Similarly we prove the following theorem.

Theorem 3. *Let the family* $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}\subset H_1$ *form a frame in* H_1 *and* $F\in L(H_1;H_2)$ *be some operator with closed range, i.e.* $\mathscr{R}_F=\overline{\mathscr{R}_F}$, *where* $H_k,\ k=1,2;$ *is a Hilbert space with the scalar product* $(\cdot;\cdot)_{H_k}$. *Then* $\{Fx_\alpha\}_{\alpha\in I}$ *is a frame family in* H_2 *with frame bounds* $A\|F^+\|^{-2},\ B\|F\|^2$, *where* A *and* B *are frame bounds of the family* $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ *in* H_1.

Theorem 4. *Let the family* $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}\subset H$ *form a frame in non-separable* H*-space* H. *Then, for* $\forall\beta\in I$, *the family* $\{x_\alpha\}_{\alpha\ne\beta}$ *either forms a frame in* H, *or is not complete in* H. *In other words: i) for* $(x_\beta;S^{-1}x_\beta)\ne 1$ *the family* $\{x_\alpha\}_{\alpha\ne\beta}$ *forms a frame in* H; *ii) for* $(x_\beta;S^{-1}x_\beta)=1$ *it is not complete in* H.

References

1. R. J. Duffin, A.C.Schaeffer, A class of nonharmonic Fourier series, Trans. Amer. Math. Soc. 72(1952), 341-366.
2. O. Christensen, An Introduction to Frames and Riesz Bases, Birkh¨ auser Boston, 2002.
3. Bilalov B.T., Guliyeva F.A., *t*-Frames and their Noetherian Perturbation, Complex Anal. Oper. Theory, 8(7), 2014, 1405-1418.

SOFT SEQUENCES IN SOFT TOPOLOGICAL SPACES

Cafarli V., Cigdem Gunduz Aras, Bayramov S.
Baku State University, Department of Mathematics, Kocaeli University, Azerbaijan, Turkey
ceferli_vefa@mail.ru, caras@kocaeli.edu.tr, [3]baysadi@gmail.com

In 1999, Russian researcher Molodtsov proposed the new concept of a soft set which can be considered as a new mathematical approach for vagueness. Soft topological spaces have been studied by some authors in recent years.

Let (X,τ,E) be a soft topological space, $\{x_{e_n}^n\}$ be a soft sequence and $x_{e_0}^0$ be a soft point in (X,τ,E).

Definition 1. a) The sequence $\{x_{e_n}^n\}$ is said to be convergent to $x_{e_0}^0$ in (X,τ,E) when for each soft neighborhood (F,E) of $x_{e_0}^0$ in (X,τ,E) there exists some $n_0 \in N$ with $n \geq n_0$ $x_{e_n}^n \in (F,E)$. The soft point $x_{e_0}^0$ is said to be a soft limit point of $\{x_{e_n}^n\}$ and it is denoted by $\lim\limits_{n\to\infty} x_{e_n}^n = x_{e_0}^0$.

b) The soft point $x_{e_0}^0$ is said to be a soft accumulation point of $\{x_{e_n}^n\}$ when for each soft neighborhood (F,E) of $x_{e_0}^0$ and $\forall n \in N$, there exists some $m \in N$ with $m \geq n$ and $x_{e_m}^m \in (F,E)$.

Definition 2. a) (X,τ,E) is said to be soft first countable if there exists a countable collection of soft open neighborhood of each soft point. (briefly A_1 - space)

b) (X,τ,E) is said to be soft second countable if there exists a countable base of τ r. (briefly A_2 -space)

Proposition 1. Let (X,τ,E) be a soft topological space. If (X,τ,E) is a soft A_i-space (i = 1, 2), then (X,τ_e) is A_i -space, for each $e \in E$.

The converse of the proposition is not true.

Theorem 1. Let (X,τ,E) be a soft topological space. If (X,τ,E) is a soft A_1-space, there exist soft neighborhood base as $V(x_e) = \{(V_n,E)\}_{n\in N}$ such that $(V_{n+1},E) \subset (V_n,E)$ of each soft point x_e.

Theorem 2. Any soft second countable space is a soft first countable.

Theorem 3. Let (X,τ,E) be a soft A_1-space.

a) (G,E) is a soft open set $\Leftrightarrow$ If $\lim\limits_{n\to\infty} x_{e_n}^n = x_{e_0}^0 \in (G,E)$, then there exists $n_0 \in N$ with $\forall n \geq n_0$, $x_{e_n}^n \in (G,E)$.

b) (F,E) is a soft closed set $\Leftrightarrow$ $\{x_{e_n}^n\} \subset (F,E)$ and if $\lim\limits_{n\to\infty} x_{e_n}^n = x_{e_0}^0$, then $x_{e_0}^0 \in (F,E)$ is satisfied.

References

1. D. Molodtsov, Soft set theory- first results, Comput. Math. Appl.37 (1999) 19-31
2. M.Shabir, M. Naz, On soft topological spaces, Comput. Math. Appl. 61 (2011) 1786-1799.
3. S. Bayramov, C. Gunduz(Aras), Soft locally compact and soft paracompact spaces, Journal of Mathematics and System Science, 3(2013) 122-130.

POTENTIAL OPERATORS IN MODIFIED MORREY SPACES DEFINED ON CARLESON CURVES

Dadashova I.B.
Baku State University, Azerbaijan
irada-dadashova@rambler.ru

In this paper we study the potential operator I_Γ^α, $0<\alpha<1$ in the modified Morrey space $\tilde{L}_{p,\lambda}(\Gamma)$ and the spaces $\mathrm{BMO}(\Gamma)$ defined on Carleson curves Γ. We prove that for $1<p<(1-\lambda)/\alpha$ the potential operator I_Γ^α is bounded from the modified Morrey space $\tilde{L}_{p,\lambda}(\Gamma)$ to $\tilde{L}_{q,\lambda}(\Gamma)$ and in the case of infinite curve only if $\alpha<1/p-1/q\leq\alpha/(1-\lambda)$, and from the spaces $\tilde{L}_{1,\lambda}(\Gamma)$ to $W\tilde{L}_{p,\lambda}(\Gamma)$ if in the case of infinite curve only $\alpha < 1 - \frac{1}{q} \le \frac{\alpha}{1-\lambda}$. Furthermore, for the limiting case $(1-\lambda)/\alpha \le p \le 1/\alpha$ we show that if Γ is an infinite Carleson curve, then the modified potential operator $\tilde{I}^{\alpha}$ is bounded from $\tilde{L}_{p,\lambda}(\Gamma)$ to $\mathrm{BMO}(\Gamma)$, and if Γ is a finite Carleson curve, then the operator I_{Γ}^{α} is bounded from $\tilde{L}_{p,\lambda}(\Gamma)$ to $\mathrm{BMO}(\Gamma)$.

Theorem. Let Γ be a Carleson curve, and let $0 < \alpha < 1$, $0 \le \lambda \le 1-\alpha$. Then

1) If Γ is infinite, then the modified potential operator $\tilde{I}_{\Gamma}^{\alpha}$ is bounded from $L_{\frac{1-\lambda}{\alpha},\lambda}(\Gamma)$ to $\mathrm{BMO}(\Gamma)$.

2) If Γ is finite, then the potential operator I_{Γ}^{α} is bounded from $L_{\frac{1-\lambda}{\alpha},\lambda}(\Gamma)$ to $\mathrm{BMO}(\Gamma)$.

3) M_{Γ}^{α} is bounded from $L_{\frac{1-\lambda}{\alpha},\lambda}(\Gamma)$ to $L_{\infty}(\Gamma)$.

THE WELL-POSEDNESS OF THE CAUCHY PROBLEM FOR ONE SYSTEM OF THERMOELASTİCİTY WİTH SİNGULAR COEFFİCİENT

Gadirova G.R.
IMM Azerbaijan National Academy of Sciences, Azerbaijan

We consider the Cauchy problem:

$$\begin{cases} u_{tt} - a(t)\Delta u + div\theta = 0 \\ \theta_t - \Delta\theta + div\ u_t = 0 \end{cases}, \qquad t \in [0,T],\ x \in R^n \tag{1}$$

with initial conditions

$$u(0,x) = u_0(x), \quad u_t(0,x) = u_1(x), \qquad \theta(0,x) = \theta_0(x), \quad x \in R^n. \tag{2}$$

We investigate the Cauchy problem for the system (1), (1) with singular coefficients a(t). For $s \ge 1$ we'll denote by $\gamma_{\beta}^{(s)}$ the functional space with the norm $\|\theta\|_{\gamma_{\beta}^{s}} = \left\{ \int_{R^n} \exp(\beta|\xi|^{\frac{1}{s}})|\hat{\theta}(\xi)|^2 d\xi \right\}^{\frac{1}{2}}$, where $\hat{\theta}(\xi)$ is the Fourier transformation of $\theta(x)$, i.e. $\theta(\xi) = F[\theta](\xi)$. By $\gamma^{(s)}$ we denote $\gamma^{(s)} = \bigcap_{\beta>0} \gamma_{\beta}^{(s)}$.

Theorem 1. *Let* $a(t) \in C^1(0,T]$, $a(t) > a_0$, $t \in (0,T]$, $t \cdot a'(t) \le c$, $t \in (0,T]$, *where* $a_0, c \in (0,\infty)$, *then Cauchy problem (1)-(2) is well-posed in* $C^1([0,T];C^{\infty}(R^n)) \times C([0,T];C^{\infty}(R^n))$.

Theorem 2. *Let* $a(t) \in C^1(0,T]$, $a(t) > a_0$, $t \in (0,T]$ *Let* $q > 1$ *and* $p \in [0,1)$ *with* $p < q-1$. *Suppose that there exist* $c_1, c_2 > 0$ *such that, for all* $t \in [0,T]$

$$t^q|a'(t)| \le c_1, \quad t^p a(t) \le c_2, \text{ where } q > 1,\ p \in [0,1) \cap [0,q-1),$$

then the Cauchy problem for the equation (1)-(3) is $\gamma^{(s)} \times \gamma^{(s)}$ $C^1([0,T];\gamma^{(s)}) \times C([0,T];\gamma^{(s)})$ *well-posed for all* $s < \frac{q-p}{q-1}$.

References

1. Gadirova G.R., Loss of smoothness of solution of a hyperbolic-parabolic system with singular coefficient, Transactions of NAS of Azerbaijan, 2014, vol. XXXIV, No 4, pp. 37-44. 37

ON A NUMERICAL SOLUTION OF A SHAPE OPTIMIZATION PROBLEM FOR THE EIGENVALUES OF PAULI OPERATOR

Gasimov Y.S., Aliyeva A.R.
Institute of Applied Mathematics Baku State University, Sumgait State University , Azerbaijan
gasimov.yusif@gmail.com

We study the eigenvalues of Pauli operator in the variable operator definition domain. As follows from the basic postulates of quantum physics, eigenvalues λ_n of Pauli operator describe the total energy of a quantum system (in our case an electron with spin in a magnetic field) in a state φ_n, where φ_n is an eigenfunction corresponding to the eigenvalue λ_n [1].

Let Ω be the set of all convex bounded closed domains from R^2 with smooth boundaries. Denote

$$K = \{D \in \Omega,\ \ \overline{D} \in \Omega_0,\ \ S_D \in C^2\},$$

where Ω_0 is some convex subset of Ω, $\overline{D}$ is a closure and S_D - boundary of the domain D. Consider the problem

$$F(\lambda_k(D)) \to \min,\quad D \in K\ . \tag{1}$$

Here F is continuously differentiable function, λ_k is the k-th eigenvalue of the following spectral problem

$$P\varphi = \lambda\varphi,\qquad x \in D \tag{2}$$

$$\varphi = 0,\qquad x \in S_D \tag{3}$$

where P is Pauli operator generated by the expression

$$P = P(a,v)\cdot J + \sigma B. \tag{4}$$

Here $J = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $P = (a,v) = (-i\nabla - a)^2 + V$, i is the imaginary unit, V - smooth enough function, $\nabla = \left\{\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}\right\}$, $a = (a_1, a_2) \in R^2$ is a vector potential, B - magnetic field generated by a, i.e. $B = \frac{\partial}{\partial x}a_2 - \frac{\partial}{\partial y}a_1$.

If to consider these entire definitions one can obtain the following explicit form of Pauli operator in two dimensional case

$$P = \begin{pmatrix} (-i\nabla - a)^2 + a_2\frac{\partial}{\partial x} - a_1\frac{\partial}{\partial y} + V & 0 \\ 0 & (-i\nabla - a)^2 - a_2\frac{\partial}{\partial x} + a_1\frac{\partial}{\partial y} + V \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -\Delta + (2ia_1 + a_2)\frac{\partial}{\partial x} + (2ia_2 - a_1)\frac{\partial}{\partial y} + a^2 + V & 0 \\ 0 & -\Delta + (2ia_1 - a_2)\frac{\partial}{\partial x} + (2ia_2 + a_1)\frac{\partial}{\partial y} + a^2 + V \end{pmatrix} \tag{5}$$

Taking $\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}$, where $\varphi_1, \varphi_2 \in L_2(D)$ from (2) and (5) we get

$$\begin{aligned} &-\Delta\varphi_1 + (2ia_1 + a_2)\frac{\partial\varphi_1}{\partial x} + (2ia_2 - a_1)\frac{\partial\varphi_1}{\partial y} + a^2\varphi_1 + V\varphi_1 = \lambda\varphi_1, \\ &-\Delta\varphi_2 + (2ia_1 - a_2)\frac{\partial\varphi_2}{\partial x} + (2ia_2 + a_1)\frac{\partial\varphi_2}{\partial y} + a^2\varphi_2 + V\varphi_2 = \lambda\varphi_2. \end{aligned} \tag{6}$$

Denote

$$P_1 = -\Delta + (2ia_1 + a_2)\frac{\partial}{\partial x} + (2ia_2 - a_1)\frac{\partial}{\partial y} + a^2 + V,\quad P_2 = -\Delta + (2ia_1 - a_2)\frac{\partial}{\partial x} + (2ia_2 + a_1)\frac{\partial}{\partial y} + a^2 + V\ .$$

Thus within some conditions on a we can consider eigenvalues of Pauli operator positive and numerated in increasing order considering their multiplicity $0 \le \lambda_1 \le \lambda_2 \le \dots$.

Replacing $\varphi_i' = e^{\alpha x + \beta y}\varphi_i$, $i = 1,2$, $\alpha,\ \beta \in R$ after some transformations (6) we get

$$-\Delta\varphi_1 + V\varphi_1 = \left(\lambda - \frac{1}{4}a^2\right)\varphi_1 \ , \ -\Delta\varphi_2 + V\varphi_2 = \left(\lambda - \frac{1}{4}a^2\right)\varphi_2 \tag{7}$$

Taking $\eta = \lambda - \frac{1}{4}a^2$ from (5), (7), (8) we can rewrite the problem (2), (3) in the form

$$\begin{aligned} &\tilde{P}\varphi = \eta\varphi, \quad x \in D, \\ &\varphi = 0 \quad , \quad x \in S_D , \end{aligned} \tag{9}$$

where $\tilde{P} = \begin{pmatrix} -\Delta + V & 0 \\ 0 & -\Delta + V \end{pmatrix}$. The following theorem is proved.

Theorem. In order to $D^* \in K$ provide minimum to the functional (1) subject to (2), (3) it is necessary the fulfillment of the condition $\max\limits_{\varphi_k^*} \int\limits_{S_{D^*}} \left|\nabla\varphi_k^*(x)\right|^2 \left[P_D(n(x)) - P_{D^*}(n(x))\right] ds \le 0$, for any $D \in K$.

Here $\varphi_k^*(x)$ is an eigenfunction corresponding to $\lambda_k^* = \lambda_k(D^*)$ in D^*, max is taken over all eigenfuctions φ_k^* corresponded to η_k in the case of its multiplicity, $P_D(x) = \max\limits_{l \in D}(x, l),\ \ x \in R^2$ is a support function of the domain D, s -is a boundary element..On the base of this result a numerical algorithm is offered for the solution of the problem (9).

References

1. Cycon H.L., Froese R., Kirsch W., Simon B. Schrodinger Operators with Applications in Quantum Physics and Global Geometry, Moscow, Mir, 1990, 406 p.
2. Demyanov V.F., Rubinov A.M. Basis of non-smooth analysis and quasidifferential calculus, Moscow, Nauka, 1990.
3. Gasimov Y.S. On a shape design problem for one spectral functional, Journal of Inverse and Ill-Posed problems, Vol.21, No.5, 2013, pp.629-637.

SOME THEOREMS FOR THE TYPE OF ENTIRE FUNCTIONS

Humbataliev R. Z.

Azerbaijan State Pedagogical University, Azerbaijan

rovshangumbataliev@rambler.ru

Abstract. *In the paper the growth of entire functions, i.e. order and type is studied.* Let $f(z) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ and $M(f;r) = \max\limits_{|z|=r}|f(z)|$. Further

$$\overline{\lim_{r\to\infty}} \frac{\ln M(r_n)}{r^\rho} = \begin{cases} T \\ \\ t \end{cases} .$$

It is called the type of function. Let's suppose that

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \frac{1}{e\rho} n|a_n|^{\frac{\rho}{n}} = \begin{cases} T^* \\ \\ t^* \end{cases} , 0 < \rho < \infty \cdot$$

It is known that, $T = T^*$ and if the functions $\psi_n = \dfrac{|a_n|}{|a_{n+1}|}$ are non-decreasing with respect to

$n(n > n_0)$, then $t = t^*$. Further, let the system of entire functions be given

$$\left\{ f_i(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^{(i)} z^n \right\}_{i=1}^{2}, \tag{1}$$

Theorem 1. *Let functions (1) have regular types and the same order $\rho\,(0 < \rho < \infty)$ For the types of these functions to be the same, it is necessary and sufficient that the conditions in, as* $\ln\left\{\left|a_n^{(1)}\right| / \left|a_n^{(2)}\right|\right\} = 0(\lambda_n)$*, to be fulfilled* $n \to \infty$.

Theorem2 (S.N.Srivastava E.J.). Let each function of system (4) be entire and have the order $\rho(0 < \rho < \infty), T_i(0 < T_i < \infty)$ $(i = 1{,}2)$, $M_i(r)$ $(i = 1{,}2)$ be the maximum of the modulus of the function $f_i(z)$ in domain $|z| = r$, provided

$$\ln M(r)\ \ln\{M_1(r) \cdot M_2(r)\} \tag{2}$$

Function (1) is entire, of order p and the type T is determined from the following inequality $T \le T_1 \cdot T_2$.

Theorem3. *let functions (1) be entire and have the same order* $\rho(0 < \rho < \infty)$, $t_2(0 < t_i < \infty)$ $(i = 1{,}2)$ *the lower type (1) function ($(n > n_0)$) be non-decreasing with respect to provided* $|a_n|, \left|a_n^{(1)}\right|^{\alpha_1}, \left|a_n^{(2)}\right|^{\alpha_2}, 0 < \alpha_1\alpha_2 < 1, \alpha_1 + \alpha_2 + 1$. *Then the functions will be entire, of order p and lower type* $t \ge t_1^{\alpha_1} \cdot t_2^{\alpha_2}$.

Theorem 4. *Let functions (1) be entire and have the same order, the lower type function be non-decreasing with respect to provided*

$$|a_n|, \left|a_n^{(1)}\right|^{\alpha_1}, \left|a_n^{(2)}\right|^{\alpha_2}, 0 < \alpha_1\alpha_2 < 1, \alpha_1 + \alpha_2 + 1$$

(1) then function will be entire, of order p and lower type $t \ge t_1^{\alpha_1} \cdot t_2^{\alpha_2}$.

References

1. S.N.Srivastava. On the order and type of integral functions, Riv. Mat. Univ. Parma (2), 2 (1961).
2. S.M.Shah. The maximum term of entire series (Vi), J. Indian Math. Soc., 14 (1950).

THE WELL-POSEDNESS OF AN INVERSE COEFFICIENT PROBLEM FOR A PARABOLIC EQUATION WITH A GENERAL IMPEDANCE BOUNDARY CONDITION

Ismailov M.I., Salimov M.Y.

Gebze Technical University, Sumgait State University, Turkey, Azerbaijan

mismailov@gtu.edu.ru

We consider the initial boundary value problem (IBVP) for the equation

$$u_t = u_{xx} + p(t)u + f(x,t), \qquad (x,t) \in \Omega_T$$

with a boundary condition (BC) of classical type (Dirichlet, Neumann or Robin BC) at $x = 0$ and the general impedance BC at $x = 1$ (the linear BC which contains the term of maximal order $u_{xx}(1,t)$), where $\Omega_T = \{(x,t): 0 < x < 1,\ 0 < t \le T\}$ with fixed $T > 0$.

When the function $p(t)$,$0 \le t \le T$ is unknown, the inverse problem is formulated as a problem of finding a pair of functions $\{p(t), u(x,t)\}$ which satisfies the mentioned equation, initial condition, boundary conditions and overdetermination condition

$$\int_0^1 u(x,t)\,dx = E(t), \qquad 0 \le t \le T$$

where $E(t)$ is a given function whilst the prescription of the total energy, or mass.

We study the inverse problem of finding the coefficient of lowest term in considered equation with a general nonlocal impedance BC. Under some regularity, consistency and orthogonality conditions on initial data and source term, the existence, uniqueness and stability of the classical solution are shown by using the generalized Fourier method.

The admissible form of nonlocal boundary conditions is considered in [1, 2] which the Green's function representation of the solution is obtained by the techniques of fundamental solution of heat equation. Some of the cases of nonlocal boundary conditions, when the fundamental solution of the heat equation does not work, we used the expansion in terms of eigenfunctions ([3]) for the auxiliary spectral problem corresponding to the considered IBVP. Then this method is extended to some of IBVPs with general impedance BC.

In contrast to direct problems, the inverse parabolic problems with dynamic (and the related general impedance) boundary conditions are scarce ([4, 5]) and need additional consideration.

References

1. Cannon J.R., Lin Y., Wang S. Determination of a control parameter in a parabolic partial differential equation, J. Aust. Math. Soc. Ser. B 1991, v. 33, p. 149--163.
2. Ivanchov M.I., On the determination of unknown source in the heat equation with nonlocal boundary conditions, Ukrainian Mathematics Journal 47, (1995) 1647--1652.
3. Ismailov, M. I., Kanca F., An inverse coefficient problem for a parabolic equation in the case of nonlocal boundary and overdetermination conditions, Math. Methods Appl. Sci. 34 (2011), 692-702.
4. Kerimov N.B., Ismailov M.I., An inverse coefficient problem for the heat equation in the case of nonlocal, J. Math. Anal. Appl. 396 (2012), 546–554.
5. Kerimov, N. B. and Ismailov, M. I., Direct and inverse problems for the heat equation with adynamic-type boundary condition. IMA J. Appl. Math. 80 (5) (2015) 1519--1533.

FRACTIONAL ORDER MODULUS AND APPROXIMATION IN WEIGHTED VARIABLE EXPONENT SPACES

Israfilov D.M., Ahmet Testici Varol

Balikesir University Department of Mathematics, Turkey

mdaniyal@balikesir.edu.tr, testiciahmet@hotmail.com

In this talk the direct and inverse theorems of approximation theory in the weighted variable exponent Lebesgue space in the term of the fractional order modulus of smoothness are discussed.

Let $\mathbb{T} := [0, 2\pi]$ and let $p(\cdot) := \mathbb{T} \to [0, \infty)$ be a Lebesgue measurable 2π periodic function. We say that $p(\cdot) \in \mathcal{P}_0(\mathbb{T})$ if the conditions : $1 < p_- := \operatorname{ess\,inf}_{x\in\mathbb{T}} p(x) \le \operatorname{ess\,sup}_{x\in\mathbb{T}} p(x) := p_+ < \infty$ and $|p(x) - p(y)| \ln(1/|x-y|) \le c$; $x, y \in \mathbb{T}$, $0 < |x-y| \le 1/2$ hold. The variable exponent Lebesgue space $L^{p(\cdot)}(\mathbb{T})$ is defined as the set of all Lebesgue measurable 2π periodic function f such that $\rho_{p(\cdot)}(f) := \int_0^{2\pi} |f(x)|^{p(x)} dx < \infty$. Equipped with the norm $\|f\|_{p(\cdot)} = \inf\{\lambda : \rho_{p(\cdot)}(f/\lambda) \le 1\}$ it becomes a Banach space. Let ω be a weighted function on $\mathbb{T}$, i.e. an almost everywhere positive and Lebesgue integrable function on $\mathbb{T}$.

Definition 1 *We say that* $\omega \in A_{p(\cdot)}(\mathbb{T})$ *if* $\sup_{I\subset\mathbb{T}} |I|^{-1} \|\omega\chi_I\|_{p(\cdot)} \|\omega^{-1}\chi_I\|_{p'(\cdot)} < \infty$, *where* $1/p(\cdot) + 1/p'(\cdot) = 1$ *and* $|I|$ *is the Lebesgue measure of the interval* $I \subset \mathbb{T}$ *with the characteristic function* χ_I.

For a given weight ω we define the weighted variable lebesgue space $L^{p(\cdot)}_\omega(\mathbb{T})$ as the set of all measurable functions f such that $f\omega \in L^{p(\cdot)}_\omega(\mathbb{T})$ with the norm $\|f\|_{p(\cdot),\omega} := \|f\omega\|_{p(\cdot)}$. We also define the weighted variable exponent Sobolev space as $\{f \in L^{p(\cdot)}_\omega(\mathbb{T}) : f^{(\beta)} \in L^{p(\cdot)}_\omega(\mathbb{T}) \text{ for } \beta \in \mathbb{R}\}$ and denote it by $W^{p(\cdot)}_{\omega,\beta}(\mathbb{T})$. For $f \in L^{p(\cdot)}_\omega(\mathbb{T})$ we define the best approximation number $E_n(f)_{p(\cdot),\omega} := \inf\{\|f - T_n\|_{p(\cdot),\omega} : T_n \in \Pi_n\}$ in the class Π_n of the trigonometric polynomials of degree not exceeding *n*.

Let $f \in L^1(\mathbb{T})$ with $\int_0^{2\pi} f(x)dx = 0$. For $\alpha \in \mathbb{R}^+$ the αth integral of f is defined by $I_\alpha(f,x) := \sum_{k\in\mathbb{Z}^*} c_k(f)(ik)^{-\alpha} e^{ikx}$ where $(ik)^{-\alpha} := |k|^{-\alpha} e^{(-1/2)\pi i\alpha\, sign k}$, $\mathbb{Z}^* := \{\pm 1, \pm 2, \dots\}$ and $c_k(f), k \in \mathbb{Z}^*$ are Fourier coefficients of f with respect to exponential system. For $\alpha \in (0,1)$ let $f^{(\alpha)}(x) := \frac{d}{dx} I_{1-\alpha}(f,x)$. If $r \in \mathbb{R}^+$ with integer part $[r]$, and $\alpha = r - [r]$, then r th integral of f is defined by

$f^{(r)}(x) := (f^{(\alpha)}(x))^{([r])} := \frac{d^{[r]+1}}{dx^{[r]+1}} I_{1-\alpha}(f,x)$ if the right sides exist [1, p.347].

Let $x, t \in \mathbb{R}$, $r \in \mathbb{R}^+$ and let $\Delta_t^r f(x) := \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k [C_k^r] f(x + (r-k)t)$ for $f \in L^1(\mathbb{T})$ where $[C_k^r] := r(r-1)\dots(r-k+1)/k!$ for $k > 1$, $[C_k^r] := r$ for $k = 1$ and $[C_k^r] := 1$ for $k = 0$.

Definition 2 *Let $f \in L_\omega^{p(\cdot)}(\mathbb{T})$, $p(\cdot) \in \mathcal{P}_0(\mathbb{T})$, $\omega \in A_{p(\cdot)}(\mathbb{T})$ and $r \in \mathbb{R}^+$. We define the rth modulus of smoothness as*

$$\Omega_r(f,\delta)_{p(\cdot),\omega} := \sup_{|h|\le\delta} \left\| \frac{1}{h} \int_0^h \Delta_t^r f(x) dt \right\|_{p(\cdot),\omega}, \quad \delta > 0.$$

Since $\Omega_r(f,\delta)_{p(\cdot),\omega} \le c(p) \|f\|_{p(\cdot),\omega}$ the modulus of smoothness is well defined.

By $c(\cdot), c(\cdot,\cdot), c(\cdot,\cdot,\cdot)$ we denote the different constants depending in general of parametres given in the brackets but independent of n. Main results discussed in this talk are following.

Theorem 1 *If $f \in W_{\omega,r}^{p(\cdot)}(\mathbb{T})$, $p(\cdot) \in \mathcal{P}_0(\mathbb{T})$, $\omega \in A_{p(\cdot)}(\mathbb{T})$ and $r \in \mathbb{R}^+$, then*

$$E_n(f)_{p(\cdot),\omega} \le \frac{c(p,r)}{n^r} E_n(f^{(r)})_{p(\cdot),\omega}, \qquad n = 1, 2, \dots .$$

Theorem 2 *If $f \in W_{\omega,k}^{p(\cdot)}(\mathbb{T})$, $p(\cdot) \in \mathcal{P}_0(\mathbb{T})$, $\omega \in A_{p(\cdot)}(\mathbb{T})$ and $r \in \mathbb{R}^+$, then for any $k \in [0,\infty)$*

$$E_n(f)_{p(\cdot),\omega} \le \frac{c(p,r,k)}{n^k} \Omega_r(f^{(k)}, 1/n)_{p(\cdot),\omega}, \qquad n = 1, 2, \dots .$$

The Following theorem is inverse of Theorem 2 in the case of $k = 0$.

Theorem 3 *If $f \in L_\omega^{p(\cdot)}(\mathbb{T})$, $p(\cdot) \in \mathcal{P}_0(\mathbb{T})$, $\omega \in A_{p(\cdot)}(\mathbb{T})$ and $r \in \mathbb{R}^+$, then*

$$\Omega_r(f, 1/n)_{p(\cdot),\omega} \le \frac{c(p,r)}{n^r} \sum_{k=0}^{n} (k+1)^{r-1} E_k(f)_{p(\cdot),\omega}, \qquad n = 1, 2, \dots .$$

For the integer modulus of smoothness these results were announced in [2].

Acknowledgement This work was supported by TUBITAK grant 114F422: "*Approximation Problems in the Variable Exponent Lebesgue Spaces*".

References

1. Samko G. S., Kilbas A. A. and Marichev I. O. , Fractional Integrals and Derivatives Theory and Applications, Gordon and Breach (1993).
2. Israfilov D. M. and Testici A., *Approximation problems in the Lebesgue spaces with variable exponent*, Conference on Harmonic Analysis and Approximation Theory (HAAT 2016), June 6-10, 2016, Centre de Recerca Matemàtica, Bellaterra, Barcelona, Spain.

APPROXIMATION BY MATRIX TRANSFORM IN WEIGHTED LEBESGUE SPACE WİTH VARIABLE EXPONENT

Israfilov D.M., Ahmet Testici Varol

Balikesir University Department of Mathematics, Turkey

mdaniyal@balikesir.edu.tr, testiciahmet@hotmail.com

Let $\mathbb{T} := [0, 2\pi]$ and let $p(\cdot) := \mathbb{T} \to [0,\infty)$ be a Lebesgue measurable 2π periodic function. The variable exponent Lebesgue space $L^{p(\cdot)}(\mathbb{T})$ is defined as the set of all Lebesgue measurable 2π periodic function f such that $\rho_{p(\cdot)}(f) := \int_0^{2\pi} |f(x)|^{p(x)} dx < \infty$.

During this work we suppose that the considered exponent functions $p(\cdot)$ satisfy the conditions:

$1 < p_- := \operatorname{ess\,inf}_{x\in T} p(x) \le \operatorname{ess\,sup}_{x\in T} p(x) := p_+ < \infty$; $|p(x) - p(y)| \ln(1/|x-y|) \le c$, $x, y \in \mathbb{T}$, $0 < |x-y| \le 1/2$ hold. The class of this exponent we denote by $\mathcal{P}_0(\mathbb{T})$. Equipped with the norm $\|f\|_{p(\cdot)} = \inf\left\{\lambda: \rho_{p(\cdot)}(f/\lambda) \le 1\right\}$, $\mathbb{L}^{p(\cdot)}(\mathbb{T})$ becomes a Banach space.

Let ω be a weighted function on $\mathbb{T}$, i.e. an almost everywhere positive and Lebesgue integrable function on $\mathbb{T}$. For a given weight ω we define the weighted variable Lebesgue space as the set of all measurable functions f on $\mathbb{T}$ such that $f\omega \in \mathbb{L}^{p(\cdot)}(\mathbb{T})$. The norm of $f \in \mathbb{L}^{p(\cdot)}_{\omega}(\mathbb{T})$ can be defined as $\|f\|_{p(\cdot),\omega} := \|f\omega\|_{p(\cdot)}$. We assume that $\omega \in \mathbb{A}_{p(\cdot)}(\mathbb{T})$, that is

$$\sup_{I\subset T} |I|^{-1} \|\omega\chi_I\|_{p(\cdot)} \|\omega^{-1}\chi_I\|_{p'(\cdot)} < \infty, 1/p(\cdot) + 1/p'(\cdot) = 1,$$

where $|I|$ is the Lebesgue measure of the interval $I \subset \mathbb{T}$ with the characteristic function χ_I.

Let $A = (a_{n,k})$ be infinite lower triangular regular matrix with non-negative entries and let $s_n^{(A)}$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ be denote the row sums of this matrix, that is $s_n^{(A)} := \sum_{k=0}^{n} a_{n,k}$.. For a given $A = (a_{n,k})$ the matrix transform of Fourier series of f is defined as $T_n^{(A)}(f)(x) := \sum_{k=0}^{n} a_{n,k} S_k(f)(x)$, where $S_n(f)(x) = a_0/2 + \sum_{k=0}^{n} a_k \cos kx + b_k \sin kx, n = 1, 2, \ldots$, is the nth partial sums of Fourier series of f.

We say that the matrix $A = (a_{n,k})$ has almost monotone increasing (decreasing) rows if there is a constant K_1 (K_2), depending only on A, such that $a_{n,k} \le K_1 a_{n,m}$ $(a_{n,m} \le K_2 a_{n,k})$, where $0 < k \le m \le n$. In this work the approximation properties of the matrix transforms $T_n^{(A)}(f)$ in the weighted variable exponent Lebesgue space $\mathbb{L}^{p(\cdot)}_{\omega}(\mathbb{T})$, $\omega \in \mathbb{A}_{p(\cdot)}(\mathbb{T})$, are studied. The nonweighted case was considered in [2]. This problem in the classical nonweighted Lebesgue spaces was investigated in the papers [5], [4], [1], [3]. Our main results obtained in this work are following.

Theorem 1 *Let* $f \in Lip(\alpha, p(\cdot), \omega)$, $0 < \alpha < 1$, $p(\cdot) \in \mathcal{P}_0(\mathbb{T})$, $\omega \in A_{p(\cdot)}(\mathbb{T})$ *and let* $A = (a_{n,k})$ *be a lower triangular matrix with* $\left|s_n^{(A)} - 1\right| = O(n^{-\alpha})$. *If one of the conditions :*

(i) *A has almost monotone decreasing rows and* $(n+1)a_{n,0} = O(1)$,

where r is integer part of $n/2$

(ii) *A has almost monotone increasing rows and* $(n+1)a_{n,r} = O(1)$,

holds, then $\left\|f - T_n^{(A)}(f)(x)\right\|_{p(\cdot),\omega} = O(n^{-\alpha})$.

Theorem 2 *Let* $f \in Lip(1, p(\cdot), \omega)$, $p(\cdot) \in \mathcal{P}_0(\mathbb{T})$, $\omega \in \mathbb{A}_{p(\cdot)}(\mathbb{T})$ *and let* $A = (a_{n,k})$ *be a lower triangular matrix with* $\left|s_n^{(A)} - 1\right| = O(n^{-1})$. *If one of the conditions :*

$$(i)\ \sum_{k=1}^{n-1} |a_{n,k-1} - a_{n,k}| = O(n^{-1}), \qquad (ii)\ \sum_{k=1}^{n-1} (n-k)|a_{n,k-1} - a_{n,k}| = O(1)$$

holds, then $\left\|f - T_n^{(A)}(f)(x)\right\|_{p(\cdot),\omega} = O(n^{-1})$.

Acknowledgement This work was supported by TUBITAK grant 114F422 : "*Approximation Problems in the Variable Exponent Lebesgue Spaces*".

References

1. Chandra P. : *Trigonometric approximation of functions in L_p-norm*, J. Math. Anal. Appl., Vol. 275, Issue1, 1 November, (2002), pp. 13-26.
2. Guven A. : *Trigonometric Approximation By Matrix Transform in $L^{p(x)}$ Space*, Analysis and Applications, Vol. 10, No. 1, (2012), pp. 47-65.
3. Leindler L. : *Trigonometric approximation of functions in L_p-norm*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 302 (1), (2005), pp. 129-136.
4. Mohapatra R. N. and Russell D. C. : *Some direct and inverse theorems in approximation of functions*, J. Austral. Math. Soc. (Ser. A), 34 (1983), pp. 143-154.
5. Quade E. S. : *Trigonometric approximation in the mean*, Duke Math. J., 3 (1937), No. 3, pp. 529-543.

MAXIMAL CONVERGENCE IN SMIRNOV CLASSES WITH VARIABLE EXPONENT

Israfilov D.M., Elife Gursel Ramazan, Esra Akcay Abubekir
Balikesir University Department of Mathematics, Turkey
mdaniyal@balikesir.edu.tr, elife.yirtici@gmail.com,
esra.akcaydin@gmail.com

In this talk we discuss the maximal convergence property of the *n*th partial sums of the Faber series on the continuums of the complex plane.

Let K be a bounded continuum with a simple connected complement $G := C \setminus K$. Without loss of generality, we assume $0 \in K$. Also let $D^- := \{w \in C : |w| > 1\}$ and $T := \partial D^-$.

We denote by $w = \varphi(z)$ the conformal mapping of G onto domain D^-, normalized by the conditions $\varphi(\infty) = \infty$, $\lim_{z\to\infty} \varphi(z)/z > 0$ and by ψ the inverse mapping of φ.

Let $\Gamma \subset C$ be a Jordan rectifiable curve and let $p(\cdot): \Gamma \to R^+ := [0, \infty)$ be a Lebesgue measurable function defined on Γ. We say that $p(\cdot) \in \wp(\Gamma)$, if $p(\cdot)$ satisfies the conditions: (i) $1 < p_- := \operatorname{essinf}_{z\in\Gamma} p(z) \le \operatorname{essup}_{z\in\Gamma} p(z) =: p^+ < \infty$ and (ii) $|p(z_1) - p(z_2)| \le c / \log(1/|z_1 - z_2|)$, $\forall z_1, z_2 \in \Gamma$, $|z_1 - z_2| \le 1/2$ for some positive constant c.

For a given exponent $p(\cdot)$ we define the variable exponent Lebesgue spaces $L^{p(\cdot)}(\Gamma)$ as the set of Lebesgue measurable functions f defined on Γ, such that $\int_\Gamma |f(z)|^{p(z)} |dz| < \infty$. Equipped with the norm $\|f\|_{L^{p(\cdot)}(\Gamma)} := \inf\left\{\lambda \ge 0 : \int_\Gamma |f(z)/\lambda|^{p(z)} |dz| \le 1\right\} < \infty$, it becomes a Banach space, which in the case of interval $[0, 2\pi]$ consides with the variable exponent Lebesgue spaces $L^{p(\cdot)}([0, 2\pi])$.

Let $E(G)$ be a classical Smirnov class of analytic functions defined on G.

Definition 1 *Let $p(\cdot)$ be a Lebesgue measurable function on Γ. The class $E^{p(\cdot)}(G) := \{f \in E(G) : f \in L^{p(\cdot)}(\Gamma)\}$ is called the variable exponent Smirnov class of analytic functions in* G. The norm of $f \in E^{p(\cdot)}(G)$ we define as $\|f\|_{E^{p(\cdot)}(G)} := \|f\|_{L^{p(\cdot)}(\Gamma)}$.

Definition 2 *Let $L^{p(\cdot)}(T)$ with $p(\cdot) \in \wp(T)$. The function $\Omega(f, \cdot)_{p(\cdot),T} : [0, \infty) \to [0, \infty)$ defined by $\Omega(f, \cdot)_{p(\cdot),T} := \sup_{0<h\le\delta} \|f(\cdot) - \sigma_h f(\cdot)\|_{L^{p(\cdot)}(T)}$ is called the modulus of smoothness of f in $L^{p(\cdot)}(T)$.*

Let us take the level lines defined as $\Gamma_R := \{z : |\varphi(z)| = R > 1\}$ and let $G_R := \operatorname{int} R$.

If $f \in E^{p(\cdot)}(G_R)$, then it has the representation $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k(f)\Phi_k(z)$, $z \in K$, where $\Phi_k(z)$, $k = 0,1,2,\ldots$, are the Faber polynomials of degree k for continuum K and $a_k(f)$ are the Faber coefficients of f. We set: $f_0(w) := (f \circ \psi)(w)$, $p_0(w) := (p \circ \psi)(w)$, $R_n(z, f) := f(z) - \sum_{k=0}^{n} a_k(f)\Phi_k(z)$, $z \in K$, $E_n(f, G_R)_{p(\cdot)} := \inf\left\{\|f - p_n\|_{L^{p(\cdot)}(\Gamma)} : p_n \in \Pi_n\right\}$, where Π_n is the class of the algebraic polynomials with degree at most n. Our main results are following:

Theorem 1 *Let K be a bounded continuum with simple connected complementary G, $p(\cdot) \in \wp(\Gamma_R)$ and let $R > 1$. If $f \in E^{p(\cdot)}(G_R)$, then there is a constant $c(p) > 0$ such that*

$$|R_n(z,f)| \le c(\cdot)\sqrt{n\ln n}\,\frac{E_n(f,G_R)_{p(\cdot)}}{R^{n+1}(R-1)}, \quad z\in K.$$

Corollary 1 *Let* K *be a bounded continuum with simple connected complementary* G *,* $p(\cdot)\in \wp(\Gamma_R)$ *and let* $R>1$. *If* $f\in E^{p(\cdot)}(G_R)$, *then there is a constant* $c(p)>0$ *such that*

$$|R_n(z,f)| \le c(\cdot)\sqrt{n\ln n}\,\frac{\Omega(f_0,1/n)_{p_0(\cdot),T}}{R^{n+1}(R-1)}, \quad z\in K.$$

The above presented results in the Smirnov and Smirnov-Orlicz classes are obtained in $[1]$ and $[2]$, respectively.

References

1. Suetin, P. K., Series of Faber Polynomials, Gordon and Breach, Amsterdam, 1998.
2. Israfilov, D. M., Oktay, B. and Akgun, R., Approximation in Smirnov-Orlicz Classes, Glasnik Matematički, Vol. 40(60)(2005), 87-102.

ON APPROXIMATION OF FUNCTIONS IN WEIGHTED GENERALIZED RAND LEBESGUE SPACES

Jafarov S. Z.

Muş Alparslan University, Turkey

Let T denote the interval $[0,2\pi]$, a function ω is called a *weight* on T if $\omega: T\to[0,\infty]$ is measurable and $\omega^{-1}(\{0,\infty\})$ has measure zero (with respect to Lebesgue measure).

Let ω be a 2π periodic weight function. We define a class $L_\omega^{p),\theta}(T),\ \theta>0$ of 2π periodic measurable functions on T satisfying the condition

$$\sup_{0<\varepsilon<p-1}\left\{\frac{\varepsilon^p}{2\pi}\int_T |f(x)|^{p-\varepsilon}\,\omega(x)\,dx\right\}^{1/(p-\varepsilon)}<\infty.$$

This class $L_\omega^{p),\theta}(T),\ \theta>0$ is a Banach space with respect to the norm

$$\|f\|_{L_\omega^{p),\theta}(T)} := \sup_{0<\varepsilon<p-1}\left\{\frac{\varepsilon^p}{2\pi}\int_T |f(x)|^{p-\varepsilon}\,\omega(x)\,dx\right\}^{1/(p-\varepsilon)}<\infty. \tag{1}$$

The class $L_\omega^{p),\theta}(T)$ with the norm (1) is called the *weighted generalizeed grand Lebesgue space*. Note that non-weighted grand Lebesgue space $L^{p)}(T)$ was introduced by Iwaniec and Sbordone [1].

Let $1<p<\infty$ and let $A_p(T)$ be the collection of all weights on T satisfying the condition

$$\sup_I\left(\frac{1}{|I|}\int_I[\omega(x)]^p\,dx\right)^{1/p}\left(\frac{1}{|I|}\int_I[\omega(x)]^{-1/(p-1)}\,dx\right)^{p-1}<\infty, \tag{2}$$

where the supremum is taken over all intervals I with length $|I|\le 2\pi.$ The condition (2) is called the *Muckenhoupt-* A_p condition and the weight functions which belong to $A_p(T)$, $(1<p<\infty)$ are called the *Muckenhoupt weights.*

The best approximation of $f\in L_\omega^{p),\theta},\ \theta>0$ in the class Π_n of trigonometric polynomials of degree not exceeding n is defined by

$$E_n(f)_{p),\theta,\omega} = \inf\left\{\|f-T_n\|_{L_\omega^{p),\theta}(T)} : T_n\in\Pi_n\right\}.$$

In the present work the best approximation of the functions in generalized grand Lebesgue spaces has been investigated. The following theorem holds:

Theorem. Let $1 < p < \infty$, $\theta > 0$, $\omega \in A_p(T)$ and $r \in \square$. Let $f \in L_{\omega}^{p),\theta}(T)$ and

$$f(x) \square \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

is its Fourier series and let

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n(f)_{p),\theta,\omega} n^{\alpha-1} < \infty,$$

where $\alpha \in \square$. Then the series

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

is the Fourier series of the some function $f \in L_{\omega}^{p),\theta}(T)$ and for every $f \in L_{\omega}^{p),\theta}(T)$ the estimates

$$E_n(f)_{p),\theta,\omega} \le c_1 \left[E_n(f)_{p),\theta,\omega} n^{\alpha} + \sum_{k=n+1}^{\infty} E_k(f)_{p),\theta,\omega} k^{\alpha-1} \right], \; n = 1, 2, \ldots,$$

and

$$E_0(f)_{p),\theta,\omega} \le c_2 \left[E_0(f)_{p),\theta,\omega} n^{\alpha} + \sum_{k=1}^{\infty} E_k(f)_{p),\theta,\omega} k^{\alpha-1} \right],$$

hold , where the constant $c_1 > 0$, does not depend on f and n.

References

1. T. Iwaniec, C. Sbordone, On the integrability of the Jacobian under minimal hypotheses, Arch. Ration. Mech. Anal. 119 (1992), no. 2, 129-143.

SOME CHARACTERIZATION OF THE SPACE OF LIZORKIN−TRIEBEL–MORREY TYPE

Kerbalayeva R.E.

Institute of Mathematics and mechanics of NAS of Azerbaijan, Azerbaijan

amigo.old10@gmail.com

Definition. We denote by $F_{p,\theta,a,\varkappa,\tau}^{<l>}(G, s)$ $(1 < \theta < \infty)$ normed Lizorkin–Triebel–Morrey space of locally summability function f on G, with finite norm

$$\|f\|_{F_{p,\theta,a,\varkappa,\tau}^{<l>}(G,s)} = \sum_{i \in Q} \|f\|_{L_{p,\theta,a,\varkappa,\tau}^{<l^i>}(G;s)}, \qquad \delta^{2\omega}(t) f(x) = \int_{-1}^{1} \cdots \int_{-1}^{1} |\Delta^{2\omega}(t, G_t) f(x)| \, dt,$$

$$\|f\|_{L_{p,\theta,a,\varkappa,\tau}^{<l^i>}(G;s)} = \left\| \left\{ \int_0^{t_{0,1}^i} \cdots \int_0^{t_{0,s}^i} \left[\frac{\delta^{2\omega}(t, G) D^{l^i} f}{\prod_{k \in e^i} t_k^{|\beta_k|}} \right]^{\theta} \prod_{k \in e^i} \frac{dt_k}{t_k} \right\}^{1/\theta} \right\|_{p,a,\varkappa,\tau:G},$$

$$\|f\|_{p,a,\varkappa,\tau:\,G} = sup_{x \in G} \left\{ \int_0^{\infty} \cdots \int_0^{\infty} \left[\prod_{k \in e_s} [t_k]_1^{\frac{-|\varkappa_k| a}{p}} \|f\|_{p,\, G_{t^{\varkappa}}(x)} \right]^{\tau} \prod_{k \in e_s} \frac{dt_k}{t_k} \right\}^{1/\tau}.$$

Lemma 2. Let $1 \le p_{\varrho} \le q_{\varrho} \le r_{\varrho} \le \infty; \varrho = 1,2,\ldots,N;\ 0 < |\varkappa_k| < |\sigma_k|; 0 \le \eta_{k,j} \le T_{k,j} \le 1; \eta = (\eta_1, \ldots, \eta_n), 0 < \eta_{k,j} \cdot t_{k,j} \le T_{k,j} \le 1;\ (k \in e_s, j = 1,2,\ldots,n_k), 1 \le \tau \le \infty;\ v = (v_1, \ldots, v_s), v_{k,j} \ge 0$

are integrals; $0 < \rho_{k,j} < \infty;\ j = 1, \ldots, n_k; k \in e_s;\ \delta^{2\omega}(t) D^{l^i} f \in L_{p_{\varrho},a,\varkappa,\tau}$(G),

$\tilde{\mu}_{k,i_k} = \sum_{\varrho=1}^{N} l_{k,i_k}^{\varrho} \alpha_{\varrho} \sigma_k - (v_k, \sigma_k) - (|\sigma_k| - |\varkappa_k| a) \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q}\right), (v_k, \sigma_k) = \sum_{j=1}^{n_k} \sigma_{k,j} v_{k,j},\ \ |\sigma_k| = \sum_{j=1}^{n_k} \sigma_{k,j},$

$|\varkappa_k| = \sum_{j=1}^{n_k} \varkappa_{k,j},$

$$F_{\eta}^{i}(x)=\prod_{k\in e_s/e^i}T_k^{-|\sigma_k|+\sigma_{k,i_k}\mathfrak{l}_{k,i_k}-(v_k,\sigma_k)}\int_0^{\eta^i}\cdots\int_0^{\eta^i}\varphi_i(x,t,T)\prod_{k\in e^i}\frac{dt_k}{t_k^{1+|\sigma_k|-\sigma_{k,i_k}\mathfrak{l}_{k,i_k}+(v_k,\sigma_k)}},$$

$$F_{\eta,T}^{i}(x)=\prod_{k\in e_s/e^i}T_k^{-|\sigma_k|+\sigma_{k\,i_k}\mathfrak{l}_{k,i_k}-(v_k,\sigma_k)}\int_{\eta^i}^{T^i}\cdots\int_{\eta^i}^{T^i}\varphi_i(x,t,T)\prod_{k\in e^i}\frac{dt_k}{t_k^{1+|\sigma_k|-\sigma_{k,i_k}\mathfrak{l}_{k,i_k}+(v_k,\sigma_k)}},$$

where $\varphi_i(x,t,T)=\int_{R^n}f^{(i)}(x+y)\,\bar{M}_i\left(\frac{y}{(t^\sigma+T^\sigma)^i},\frac{u}{(t^\sigma+T^\sigma)^i}\right)dy,\ \left|f^{(i)}\right|\leq\int_{-1}^{1}\cdots\int_{-1}^{1}\delta^{2\omega}(u)f\,du.$

Then we have

$$sup_{\bar{x}\in U}\left\|F_\eta^i\right\|_{q,U_{\rho^{\varkappa}}(\bar{x})}\leq C_3\prod_{\varrho=1}^{N}\left\{\left\|\prod_{k\in e^i}t_k^{-|\beta_k{}^\varrho|}\delta^{2\omega}(t)D^{\mathfrak{l}^{i,\varrho}}f\right\|_{p_\varrho,a,\varkappa,\tau}\right\}^{\alpha_\varrho}\times$$

$$\prod_{k\in e_s}[\rho_k]_1^{\frac{|\varkappa_k|a}{p}}\prod_{k\in e_s/e^i}T_k^{\tilde{\mu}_{k,i_k}}\prod_{k\in e^i}\eta_k^{\tilde{\mu}_{k,i_k}};\ (\tilde{\mu}_{k,i_k}>0),$$

$$sup_{\bar{x}\in U}\left\|F_{\eta T}^i\right\|_{q,U_{\rho^{\varkappa}}(\bar{x})}\leq C_4\prod_{\varrho=1}^{N}\left\|\prod_{k\in e^i}t_k^{-|\beta_k{}^\varrho|}\delta^{2\omega}(t)D^{\mathfrak{l}^{i,\varrho}}f\right\|_{p_\varrho,a,\varkappa,\tau}^{\alpha_\varrho}\times$$

$$\prod_{k\in e_s}[\rho_k]_1^{\frac{|\varkappa_k|a}{p}}\begin{cases}\prod_{k\in e^i}T_k^{\tilde{\mu}_{k,i_k}};\ \tilde{\mu}_{k,i_k}>0;\\ \prod_{k\in e^i}\ln\frac{T_k}{\eta_k};\ \tilde{\mu}_{k,i_k}=0;\\ \prod_{k\in e^i}\eta_k^{\tilde{\mu}_{k,i_k}};\ \tilde{\mu}_{k,i_k}<0;\end{cases},$$

here $\left|\beta_k^\varrho\right|=\sum_{j=1}^{n_k}\beta_{k,j}^{i_k,\varrho}$, C_1, C_2 are constants independent of f, ρ,η and T.

Lemma 2. Let

$1\leq p_\varrho\leq q_\varrho<\infty;\varrho=1,2,..,N;\ 0<\ |\varkappa_k|\leq|\sigma_k|;0\leq T_k\leq 1;(k\in e_s,j=1,2,..,n_k),$

$1\leq\tau_1\leq\tau_2\leq\infty;\quad\tilde{\mu}_{k,i_k}>0,\ \delta^{2\omega}(u)D^{\mathfrak{l}^i}f\in L_{p_\varrho,a,\varkappa,\tau}$(G),

$\tilde{\mu}_{k,i_k,0}=\sigma_{k,i_k}\sum_{\varrho=1}^{N}l_{k,i_k}^{\varrho}\alpha_\varrho-(v_k,\sigma_k)-(|\sigma_k|-|\varkappa_k|a)\frac{1}{p}.$

Then we have

$$\left\|F_\eta^i\right\|_{q,b,\varkappa,\tau_2;U}\leq C^2\prod_{\varrho=1}^{N}\left\{\left\|\prod_{k\in e^i}t_k^{-|\beta_k{}^\varrho|}\delta^{2\omega}(t)D^{\mathfrak{l}^{i,\varrho}}f\right\|_{p_\varrho,a,\varkappa,\tau_1}\right\}^{\alpha_\varrho},$$

Where b=$(b_1,b_2,\ldots,b_n)$, $b_{k,i_k}$are arbitrary numbers satisfying following condition

$$0\leq b_{k,i_k}\leq 1,\text{ if }\quad\tilde{\mu}_{k,i_k,0}>0,\ 0\leq b_{k,i_k}<1,\ if\quad\tilde{\mu}_{k,i_k,0}=0,$$

$$0\leq b_{k,i_k}<1+\frac{\tilde{\mu}_{k,i_k,0}\,q(1-a)}{|\sigma_k|-|\varkappa_k|a},\text{if}\quad\tilde{\mu}_{k,i_k,0}<0.$$

References

1. Najafov A. M. *Interpolation theorems for Lizorkin−Triebel−Morrey type with dominant mixed derivatives*. Proceedings of Inst. of Math. and mech., v.XIX(XXVII)., Baku, 2003., p. 181−186.

PARABOLIC FRACTIONAL INTEGRAL OPERATORS WITH ROUGH KERNELS IN PARABOLIC LOCAL GENERALIZED MORREY SPACES

Muradova Sh.A.
Institute Mathematics and Mechanics of NAS of Azerbaijan , Azerbaijan

Let P be a real $n\times n$ matrix, whose all the eighenvalues have positive real part, $A_t = t^P$, $t>0$, $\gamma = trP$ is the homogeneous dimension on R^n and Ω is an A_t-homogeneous of degree zero function, integrable to a power $s>1$ on the unit sphere generated by the corresponding parabolic metric. We study the parabolic fractional integral operator $I^I_{\Omega,\alpha}$, $0<\alpha<\gamma$ with rough kernels in the parabolic local generalized Morrey space $LM^{\{x_0\}}_{p,\varphi,P}\left(R^n\right)$.

We find conditions on the pair (φ_1,φ_2) for the boundedness $I^I_{\Omega,\alpha}$ from the space $LM^{\{x_0\}}_{p,\varphi_1,P}\left(R^n\right)$ to another one $LM^{\{x_0\}}_{q,\varphi_2,P}\left(R^n\right)$, $1<p<q<\infty$, $\frac{1}{p}-\frac{1}{q}=\frac{\alpha}{\gamma}$, and from the space $LM^{\{x_0\}}_{1,\varphi_1,P}\left(R^n\right)$ to the weak space $WLM^{\{x_0\}}_{q,\varphi_2,P}\left(R^n\right)$, $1\le q<\infty$, $1-\frac{1}{q}=\frac{\alpha}{\gamma}$.

References

1. A.S. Balakishiyev, Sh.A. Muradova, N.Z.Orucov. *"Parabolic fractional integral operators with rough kernels in parabolic local generalized Morrey spaces"*. Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and economics, vol. 4, no 1, 2016.

NEW METHOD OF INVESTIGATION OF THE SOLVABILITY OF THREE DIMENSIONAL HELMHOLTZ EQUATION WITH NONLOCAL BOUNDARY VALUE CONDITIONS DEPENDING ON A PARAMETER

Mustafayeva Y.Y., Aliyev N.A.
Department of Applied Mathematics and Cybernetics, Baku State University, Azerbaijan
helenmust@rambler.ru, aliyev.nihan@mail.ru

Let us consider Helmholtz equation [1] with linear independent homogeneous nonlocal boundary conditions:

$$\Delta u + k^2 u(x) = -f(x),\ \ x=(x_1,x_2,x_3)\in D\subset R^3 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x_3}\Big|_{x_3=\gamma_k(x')} + \sum_{j=1}^{2}\left[\alpha^{(k)}_{j1}(x')\frac{\partial u(x)}{\partial x_1} + \alpha^{(k)}_{j2}(x')\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}\right]\Bigg|_{x_3=\gamma_j(x')} = \lambda u(x',\gamma_k(x')), \tag{2}$$

$k=1,2;\ x'\in S$,

$$u(x) = f_0(x),\ x\in\overline{\Gamma}_1\cap\overline{\Gamma}_2. \tag{3}$$

Here S is the projection of domain D onto the plane $Ox_1x_2 = Ox'$ $(x_3=0)$. A fundamental solution $U(x)$ of the Helmholtz

Necessary conditions.

There is obtained the 1-st necessary condition for equation (1):

$$\frac{1}{2}u(\xi) = \int_\Gamma\left(\frac{\partial u(x)}{\partial\nu_x}U(x-\xi) - u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial\nu_x}\right)dx + +\int_D f(x)U(x-\xi)dx\ ,\ \ \xi\in\Gamma. \tag{4}$$

Theorem 1. Let $D \subset R^3$ *be bounded and convex in the direction of* x_3 *with boundary* Γ *being Lyapunov surface. The first necessary condition* (4) is regular if the right hand side $f(x)$ of equation (1) satisfies Holder's condition.

To get the rest of necessary conditions similarly to the 2-nd Green's formula we multiply equation (1) by the first order derivative of the fundamental solution $\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_i}$, $i=\overline{1,3}$, integrate it by parts and introducing designations:

$$K_{ij}(x,\xi) = \cos(x-\xi, x_i)\cos(\nu_x, x_j) - \cos(x-\xi, x_j)\cos(\nu_x, x_i),$$

we obtain the 2nd, 3rd,4th necessary conditions for the first order derivatives of the unknown function on the boundary in the form :

$$\frac{1}{2}\frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_i} = -\int_\Gamma \frac{\partial u(x)}{\partial x_i}\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial \nu_x}dx -$$

$$-\int_\Gamma \frac{\partial u(x)}{\partial x_m}\frac{K_{im}(x,\xi)}{4\pi|x-\xi|^2}e^{ik|x-\xi|}\left(1-ik|x-\xi|\right)dx - \int_\Gamma \frac{\partial u(x)}{\partial x_l}\frac{K_{il}(x,\xi)}{4\pi|x-\xi|^2}e^{ik|x-\xi|}\left(1-ik|x-\xi|\right)dx -$$

$$-\int_D f(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_i}dx, \qquad (5)$$

where numbers *i,m,l* form a permutation of numbers 1,2,3.

As the normal derivative of the fundamental solution has no singularity at point $x=\xi$, then on the Holder condition for function $f(x)$ we have singularity in the second and third integrals in the right hand side of (5).

Theorem 2. On holding true of the conditions of theorem 1 the necessary conditions (5) are singular.

The regularization of the mentioned singularities is conducted by original scheme applying the given boundary conditions.

The regularized necessary conditions together with boundary value conditions lead us to a sufficient condition of Fredholm property of the stated boundary problem.

Thus, there is established the following

Theorem 3. Boundary value problem (1), (2), (3) is Fredholm.

References

1. Vladimirov V.S. Equations of mathematical physics, Moscow, Science, 1971, 527 p.

STARLIKENESS AND CONVEXITY OF SOME ANALYTIC AND UNIVALENT FUNCTIONS

Nizami Mustafa
Department of Mathematics, Kafkas University, Turkey
nizamimustafa@gmail.com

Abstract. In this paper, we investigate starlikeness and convexity of order α of some analytic and univalent functions expressed with the Poisson distribution series.

Main Results. Firstly, we will give some necessary preliminary information. Let A be the class of analytic functions $f(z)$ in the open unit disk $U = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ in the complex plane of the form

$$f(z) = z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \cdots + a_n z^n + \cdots = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n \qquad (1)$$

and S be the class of all functions in A which are univalent in U.

Some of the important and well-investigated subclasses of the univalent functions class S include the classes $S^*(\alpha)$ and $C(\alpha)$, respectively, starlike and convex of order $\alpha\left(\alpha \in [0,1)\right)$. By definition, we have (see for details [1])

$$S^*(\alpha)=\left\{ f \in A:\ \mathrm{Re}\left(\frac{zf'(z)}{f(z)}\right)>\alpha,\ z\in U \right\},\ \alpha\in[0,1), \tag{2}$$

$$C(\alpha)=\left\{ f \in A:\ \mathrm{Re}\left(1+\frac{zf''(z)}{f'(z)}\right)>\alpha,\ z\in U \right\},\ \alpha\in[0,1). \tag{3}$$

The characteristic properties of the following function were examined by Mustafa et al [2]

$$F(p,z)=z+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{p^{n-1}}{(n-1)!}e^{-p}z^n,\ z\in U. \tag{4}$$

In this paper, we will give sufficient conditions for the starlikeness and convexity of order $\alpha\in[0,1)$ of the function $F(p,z)$. On the starlikeness and convexity of the function $F(p,z)$ we give the following theorems.

Theorem 1. *Let $p>0$. Then, the function $F(p,z)$ defined by (4) is in the class $S^*(\alpha)$, $\alpha\in[0,1)$ if the following condition is satisfied*

$$pe^p<1-\alpha. \tag{5}$$

Proof. It suffices to show that $\left|zF'(p,z)/F(p,z)-1\right|<1-\alpha,\ z\in U$. By simple computation, we have

$$\left|zF'(p,z)/F(p,z)-1\right|=\left|\sum_{n=2}^{\infty}\frac{p^{n-1}e^{-p}}{(n-2)!}z^n\Big/\left[z+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{p^{n-1}e^{-p}}{(n-1)!}z^n\right]\right|\le\sum_{n=2}^{\infty}\frac{p^{n-1}e^{-p}}{(n-2)!}\Big/\left[1-\sum_{n=2}^{\infty}\frac{p^{n-1}e^{-p}}{(n-1)!}\right].$$

The last expression is bounded above by $1-\alpha$ if

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{p^{n-1}e^{-p}}{(n-2)!}+(1-\alpha)\sum_{n=2}^{\infty}\frac{p^{n-1}e^{-p}}{(n-1)!}<1-\alpha.$$

Using the expansion $e^p=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{p^n}{n!}$ in the last inequality, we obtain $p+(1-\alpha)\left(e^p-1\right)e^{-p}<1-\alpha$, which is equivalent to (5). Thus, the proof of Theorem 1 is completed.

Theorem 2. *Let $p>0$. Then, the function $F(p,z)$ defined by (4) is in the class $C(\alpha)$, $\alpha\in[0,1)$ if the following condition is satisfied*

$$p(p+2)\left(e^{-p}-p\right)^{-1}<1-\alpha.$$

Proof. For the proof of theorem, it suffices to show that $\left|zF''(p,z)/F'(p,z)\right|<1-\alpha,\ z\in U$.

By simple computation, we have

$$\left|zF''(p,z)/F'(p,z)\right|=\left|\sum_{n=2}^{\infty}\frac{np^{n-1}e^{-p}}{(n-2)!}z^{n-1}\Big/\left[1+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{np^{n-1}e^{-p}}{(n-1)!}z^{n-1}\right]\right|\le\sum_{n=2}^{\infty}\frac{np^{n-1}e^{-p}}{(n-2)!}\Big/\left[1-\sum_{n=2}^{\infty}\frac{np^{n-1}e^{-p}}{(n-1)!}\right].$$

Last expression in the right hand side is bounded by $1-\alpha$ if

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{np^{n-1}e^{-p}}{(n-2)!}+(1-\alpha)\sum_{n=2}^{\infty}\frac{np^{n-1}e^{-p}}{(n-1)!}<1-\alpha.$$

Using the expansion $e^p=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{p^n}{n!}$, in the left side of the above inequality, we obtain

$$p(p+2)\left(e^{-p}-p\right)^{-1}<1-\alpha.$$

Thus, the proof of Theorem 2 is completed.

References

1. A.W. Goodman, Univalent Functions. Volume I, Polygonal, Wasinton, 1983,246p.
2. N. Mustafa and V. Nezir, Applications of a Poisson Distribution Seies on the Analytic Functions. AIP/Conference Proceedings, International Conference on Advances in Natural and Applied Science (ICANAS), Antalya, Turkey, 18-21 April 2017.

RADII OF STARLIKENESS AND CONVEXITY OF CERTAIN SUBCLASS OF ANALYTIC AND UNIVALENT FUNCTIONS

Nizami Mustafa, Nur Sheyma Chiceksis

Department of Mathematics, Kafkas University, Turkey

E-mail: nizamimustafa@gmail.com; nurseyma_ciceksiz@hotmail.com

Abstract. In this paper, our main aim is to find the radii of starlikeness and convexity of certain subclass of analytic and univalent functions in the open unit disk in the complex plane. The key tools in the proof of our main results are the characteristic properties of the functions belonging to this class.

Main results. Firstly, we will give some necessary preliminary information. Let A be the class of analytic functions $f(z)$ in the open unit disk $U=\{z\in\mathbb{C} : |z|<1\}$ in the complex plane of the form

$$f(z)=z+a_2z^2+a_3z^3+\cdots+a_nz^n+\cdots=z+\sum_{n=2}^{\infty}a_nz^n \tag{1}$$

and S be the class of all functions in A which are univalent in U.

By T we denote the subclass of all functions $f(z)$ in A which given as follows

$$f(z)=z-a_2z^2-a_3z^3-\cdots-a_nz^n-\cdots=z-\sum_{n=2}^{\infty}a_nz^n,\ a_n\geq 0 .$$

Some of the important and well-investigated subclasses of the univalent functions class S include the classes $S^*(\alpha)$ and $C(\alpha)$, respectively, starlike and convex of order $\alpha\left(\alpha\in[0,1)\right)$ [5].

We will define a new subclass of analytic and univalent functions in the open unit disk as follows.

Definition 1. *A function $f\in A$ given by formula (1) is said to be in the class $S^*C(\alpha,\beta;\gamma)$, $\alpha,\beta,\gamma\geq 0$ if the following condition is satisfied*

$$\operatorname{Re}\left(\frac{zf'(z)+\gamma z^2f''(z)}{\gamma z\left(f'(z)+\beta zf''(z)\right)+(1-\gamma)\left(\beta zf'(z)+(1-\beta)f(z)\right)}\right)>\alpha, z\in U .$$

We will use $TS^*C(\alpha,\beta;\gamma)=S^*C(\alpha,\beta;\gamma)\cap T$. Suitably specializing the parameters, we note that

1) $S^*C(\alpha,0;0)=S*(\alpha)$ [8]; 2) $S^*C(\alpha,0;1)=C(\alpha)$ [8]; 3) $TS^*C(\alpha,\beta;0)=TS^*(\alpha,\beta)$ [1,2,4] and [7]; 4) $TS^*C(\alpha,0;0)=TS*(\alpha)$ [8]; 5) $TS^*C(\alpha,\beta;1)=TC(\alpha,\beta)$ [3]; 6) $TS^*C(\alpha,0;1)=TC(\alpha)$ [8].

To prove our main results, we have to recall the following theorem [6].

Theorem 1. *Let $f\in T$. Then, the function $f(z)$ belongs to the class $TS^*C(\alpha,\beta;\gamma)$, $\alpha,\beta\in[0,1)$, $\gamma\in[0,1]$ if and only if* $\sum_{n=2}^{\infty}(1+(n-1)\gamma)\left(n-\alpha-(n-1)\alpha\beta\right)a_n\leq 1-\alpha$.

The main results of this paper given in the following theorems.

Theorem 2. *Let $\alpha,\beta\in[0,1),\gamma\in[0,1]$. Then, the function $f\in TS^*C(\alpha,\beta;\gamma)$ is starlike in the disk $|z|<r^*=r^*(f;\alpha,\beta,\gamma)$, where* $r^*=\inf\left\{[1+(n-1)\gamma][n-\alpha-(n-1)\alpha\beta]/n(1-\alpha): n=2,3,...\right\}^{1/n}$.

Proof. It suffices to show that $\left|\frac{zf'(z)}{f(z)}-1\right|\leq 1$ for $|z|\leq r^*$. By simple computation, we have

$$\left|\frac{zf'(z)}{f(z)}-1\right|=\left|-\sum_{n=2}^{\infty}(n-1)a_nz^n\Big/\left[z-\sum_{n=2}^{\infty}a_nz^n\right]\right|\leq\sum_{n=2}^{\infty}(n-1)a_n|z|^n\Big/\left[1-\sum_{n=2}^{\infty}a_n|z|^n\right].$$

The last expression is bounded above by 1 if $\sum_{n=2}^{\infty}na_n|z|^n\leq 1$. In view of Theorem 1, this last inequality is valid if $n|z|^n\leq[1+(n-1)\gamma][n-\alpha-(n-1)\alpha\beta]/(1-\alpha), n=2,3,...$. Solving this inequality according to $|z|$, we obtain $|z|\leq\left\{[1+(n-1)\gamma][n-\alpha-(n-1)\alpha\beta]/n(1-\alpha)\right\}^{1/n}$, $n=2,3,...$.

This completes the proof of Theorem 2.

Theorem 3. *Let* $\alpha, \beta \in [0,1), \gamma \in [0,1]$. *Then, the function* $f \in TS^*C(\alpha, \beta; \gamma)$ *is convex in the disk* $|z| < r^c = r^c(f; \alpha, \beta, \gamma)$, *where*

$$r^c = \inf \left\{ [1+(n-1)\gamma][n-\alpha-(n-1)\alpha\beta] / n^2(1-\alpha) : n = 2,3,... \right\}^{1/(n-1)}.$$

Proof. It suffices to show that $|zf''(z)/f'(z)| \le 1$ for $|z| \le r^*$. By simple computation, we have

$$|zf''(z)/f'(z)| = \left| -\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)a_n z^{n-1} \Big/ \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} n a_n z^{n-1} \right] \right| \le \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)a_n |z|^{n-1} \Big/ \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} n a_n |z|^{n-1} \right].$$

The last expression is bounded above by 1 if $\sum_{n=2}^{\infty} n^2 a_n |z|^{n-1} \le 1$. According to Theorem 1, the last inequality will be true if $n^2 |z|^{n-1} \le [1+(n-1)\gamma][n-\alpha-(n-1)\alpha\beta]/(1-\alpha), n = 2,3,...$. From here, we obtain $|z| \le \left\{ [1+(n-1)\gamma][n-\alpha-(n-1)\alpha\beta] / n^2(1-\alpha) \right\}^{1/(n-1)}$, $n = 2,3,...$. From this inequality, the proof of Theorem 3 is clear. Thus, the proof of Theorem 3 is completed.

References

1. O. Altintaş, Math. Japon., **36,** 489-495, 1991.
2. O. Altintaş, H. Irmak, H.M. Srivastava, Comput. Math. Appl., **30(2),** 9-16, 1995.
3. O. Altıntaş, S. Owa, Pusan Kyongnam Mathematical Journal, **4,** 41-56, 1988.
4. O. Altintaş, Ö. Özkan, N.M. Srivastava, Comput. Math. Appl., **47,** 1667-1672, 2004.
5. A.W. Goodman, Univalent Functions. Volume I, Polygonal, Wasinton, 1983,246p.
6. N. Mustafa, Dokuz Eylul University-Faculty of Engineering JSE, **19(55),** 247-257, 2017.
7. S. Porwal, J. Complex Anal., Art. ID 984135, 1-3, 2014.
8. H. Silverman, Proc. Amer. Math. Soc., **51(1),** 106-116, 1975.

ON THE FLOQUET SOLUTIONS OF THE DIFFERENTIAL EQUATION WITH ALMOST PERIODIC COEFFICIENTS WHEN CHARACTERISTIC POLYNOMIAL HAS MULTIPLE ROOTS

Orujov A.D.
Cumhuriyet University, Turkey
eorucov@cumhuriyet.edu.tr

This study is devoted to the investigation of the Floquet solutions of the differential equation

$$l_\lambda(y) = y^m + \sum_{\gamma=1}^{m} p_\gamma(x,\lambda) y^{(m-\gamma)} = 0, \; x \in (-\infty, +\infty)$$

where λ is a complex parameter,

$$p_\gamma(x,\lambda) = \sum_{k=0}^{\gamma} \lambda^k p_{\gamma k}(x), \; p_{\gamma\gamma}(x) = p_{\gamma\gamma}, \; p_{\gamma k}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} p_{\gamma kn} e^{i\alpha_n x}, \; \gamma = 1,2,...,m; \; k = 0,1,...,m-1,$$

with $p_{\gamma\gamma}, p_{\gamma kn} \in \mathbb{C}$, $p_{mm} \ne 0$ and the condition $\sum_{\gamma=1}^{m} \sum_{k=0}^{\gamma-1} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^{m-\gamma} |p_{\gamma kn}| < +\infty$ is satisfied. Here $(\alpha_n)_{n=1}^{\infty}$ is an increasing sequence with $\alpha_n \to +\infty$ and the set $\{\alpha_n : n \in \mathbb{N}\}$ is an additive semigroup.

It is seen that $p_{\gamma k}^{(\nu)}(x)$, $\gamma = 1,2,...,m;$ $= 0,$ $k = 1,2,...,\gamma-1;$ $\nu = 1,2,...,m-\gamma$ are uniform almost periodic functions on $(-\infty, +\infty)$. It has been shown in [1] that if the polynomial

$$\Phi(z) = z^m + p_{11} z^{m-1} + p_{22} z^{m-2} + ... + p_{m-1,m-1} z + p_{mm}$$

has simple roots $\omega_1, \omega_2, ..., \omega_m$ (or one multiple root ω_0) then differential equation $l_\lambda(y) = 0$ for every $\lambda \ne \lambda_{sjn} = i\alpha_n\left(\omega_j - \omega_s\right)^{-1}$, $s, j = 1, 2, ..., m;\ \ j \ne s,\ \ n \in$ has Floquet solutions represented as

$$f_s(x,\lambda) = e^{\omega_s \lambda x}\left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n^{(s)}(\lambda) e^{i\alpha_n x}\right),\ s = 1, 2, ..., m$$

where the coefficients $U_n^{(s)}(\lambda)$ may be have pole at points λ_{sjn}.

By the method used in [1], in the present study it is proved that if the polynomial $\Phi(z)$ has some multiple roots then the equation $l_\lambda(y) = 0$ has a linear independent system of Floquet solutions for every $\lambda \ne \lambda_{sjn}$.

References

1. A. D. Orujov, "On the spectrum of the pencil of high order differential operators with almost periodic coefficients", Boundary Value Problems, 2015(238), DOI 10.1186/s13661-015-0480-8

INTERPOLATION THEOREMS FOR NIKOLSKII-MORREY TYPE SPACES

Orujova A.T., Rusmatova N.R.

Institute of Mathematics and Mechanics of NAS of Azerbaijan, Azerbaijan

aygun.orucova@imm.az, niluferustamova@gmail.com

In the abstract, we study differential properties of functions from intersection with parameters of $H^l_{p_\mu,\varphi,\beta}(G)\ (\mu = 1,2,\ldots,N)$ type space where $G \subset R^n, 1 \le p_\mu < \infty,\ l^\mu = (l_1^\mu, l_2^\mu, \ldots, l_n^\mu),\ \ l_j^\mu > 0$ $(j = 1,2,\ldots,n),\ \mu = 1,2,\ldots,N;\ \varphi(t) = (\varphi_1(t),\ldots,\varphi_n(t)),\ \varphi_j(t) > 0\ (t > 0, j = 1,2,\ldots,n)$ is Lebesgue measurable functions; $\lim\limits_{t\to+0} \varphi_j(t) = 0,\ \lim\limits_{t\to+\infty} \varphi_j(t) = \infty,$ and $\beta \in [0,1]^n$.

In the paper [1] defined the norm of spaces Nikolskii-Morrey thus:

$$\|f\|_{H^l_{p,\varphi,\beta}(G)} = \|f\|_{p,\varphi,\beta;G} + +\sum_{i=1}^{n} \sup_{0<h<h_0} \frac{\left\|\Delta_i^{m_i}(\varphi_i(h),G) D_i^{k_i} f\right\|_{p,\varphi,\beta}}{(\varphi_i(h))^{(l_i - k_i)}},$$

where
$$\|f\|_{p,\varphi,\beta;G} = \|f\|_{L_{p,\varphi,\beta}(G)} = \sup_{x\in G, t>0}\left(|\,\varphi([t]_1)\,|^{-\beta}\ \|f\|_{p,G_{\varphi(t)}(x)}\right),$$

$G \in R^n, l \in (0,\infty)^n,\ m_i \in N,\ k_i \in N_0;\ p \in [1,\infty); [t]_1 = \min\{1, t\},\ h_0$ is a fixed positive number, $|\,\varphi([t]_1)\,|^{-\beta} = \prod_{j=1}^{n}\left(\varphi_j([t]_1)\right)^{-\beta_j}$; for any $x \in R$ we assume

$$G_{\varphi(t)}(x) = G \cap I_{\varphi(t)}(x) = G \cap \left\{y : \left|y_j - x_j\right| < \frac{1}{2}\varphi_j(t), \left(j = 1,2,..., n\right)\right\}.$$

By the method of integral representations of functions from $H^l_p(G)$ spaces have get in [1], determined in n - dimensional domains, satisfying the condition of flexible φ-horn, proved embedding theorems of the type

1. $D^\nu : \bigcap_{\mu=1}^{N} H^{l^\mu}_{p_\mu,\varphi,\beta}(G) \to L_{q,\psi,\beta_1}(G)\ \ (C(G))$ is holds;
2. it is also proved that for the function from space $\bigcap_{\mu=1}^{N} H^{l^\mu}_{p_\mu,\varphi,\beta}(G)\ (\mu = 1,2,\ldots,N),$ the

generalized derivatives $D^\nu f$ satisfy the Hölder condition in the metric $L_q(G)$ and $C(G)$.

References

1. A. Akbulut, A.Eroglu, A.M. Najafov, Some embedding theorems on the Nikolskii-Morrey type spaces. Advances in Analysis,v.1,No 1, 2016, pp.18-26.

OPTIMIZING RELIABILITY AND ENERGY IN WIRELESS SENSOR NETWORKS WITH AN EFFECTIVE TOPOLOGY

Sedat Akleylek, Hakan Kutucu, Ramin Mohammadi
Ondokuz Mayıs University, Karabük University, Turkey
akleylek@gmail.com, hakankutucu@karabuk.edu.tr, ram_moh1@yahoo.com

One of the most important arguable matters in wireless sensor network is transferring information of nodes in the network to the base station and choosing the best route for transferring of this information. Choosing the best line or route depends on the different factors such as power consumption, safety of speed in the responsibility and the delay of transferring data which will be affected. In this paper, we aim to choose the best route in view of speed, safety and secure transmission of these packets with the lowest energy consumption. Sensor nodes can use restricted energy sources during actions of accounts or transferring of information in the wireless environment. In the wireless sensor network, each sensor has a dual role namely sender and receiver. In this paper, we focus on constructing a topology provides to decrease the power consumption and increase the reliability of receiving packets. There are several methods in the literature to find different routes in a wireless sensor network. However, the current methods cannot give the desired solution and those are considered as complicated, Therefore, we also focus on giving an efficient topology for the reliability of network and guaranteeing transferring data that would increase the rates of nodes and decrease the power consumption. The experimental results show that the proposed method improves the above factors.

Keywords: wireless sensor networks; network topology; reliability; power consumption

EIGENSUBCPACES OF COMPOSITION OPERATORS ON THE SPACES OF HOLOMORPHIC FUNCTIONS

Shahbazov A.I., Seyidov D.A., Panahova Z.A.
Institute of Mathematics and Mechanics of NAS of Azerbaijan, Azerbaijan State Pedagogical University, Nakhchıvan State University, Azerbaijan
aydinshahbazov@rambler.ru , dashqinseyidov@gmail.com

In this work we investigate the relation between eigenvalues (and eigensubspaces) of composition operators induced by selmappings (with Denjoy-Wolff type fixed points) of domain, where our uniform spaces of holomorphic functions are defined, and eigenvalues (and eigensubspaces) of endomorphisms of algebras of convergent power series Σ_n of n variables $z = (z_1, \dots, z_n)$. In [2] Kamowitz, it was considered the weighted composition operator T on the disc-algebra and was determined its spectrum in the case when T is compact. In [3], it was considered the weighted composition operators on Banach-A(D) module of analytic functions, which induced by the compressly mappings on the bounded domains $D \subset C^n$ $(n \geq 1)$ and was determined its spectrum. It is widely known that, the mapping φ has a unique fixed point in D. In [3], shown spectrum of operator T is equal to semigroup induced by eigenvalues of linear part of φ at the fixed point. Since these operators are compacts, then every eigensubspace corresponding to nonzero eigenvalue has finite dimensions. But from method of [3] we know about dimensions of eigensubspaces, only in the case when differential of mapping φ at the fixed point has different, nonzero and multiplicativly independent eigenvalues. In this work avoiding the results of [3], we will calculate directly the eigenvalues of the composition operators $C_\varphi : A(K) \to A(K),\ f \to\cdot f \circ \varphi$ on uniform space $A(K)$ of holomorphic functions defined on the domain K, where the selfmap $\varphi: K \to K$ has a Denjoy-Wolff type fixed point z_0 (the operator T maybe non-compact operator, no so as [4]). For the simplicity, we may assume the domain of φ (which induced the endomorphism C_φ) contains the origin $z_0 = 0$ of coordinate system and this point is a Denjoy-Wolff type fixed point for the mapping φ. Later, we will show that in this case between eigenvalues (and corresponding eigensubspaces) of the operator C_φ and eigenvalues (and corresponding eigensubspaces) of the endomorphism $[C_\varphi]_0$ (induced by the germ of the mapping φ at the point $z_0 = 0$) of the algebra Σ_n (of formal convergent series of n variables $z = (z_1, \dots, z_n)$) there are a bijection. Investigation of spectral properties (for example, spectrum, eigenvalues, eigensubspaces and so) of endomorphisms, also weighted endomorphisms on different algebras (for example, on the uniform algebras, especially on the function algebras with analytic structure , etc), usually leads to formally convergent power series. Especially, on the uniform algebras the problem of describing the spectrum of the compact, or quazi-compact weighted endomorphisms solved by using the eigennumbers of linear parts of endomorphisms at the origin, which modules less than 1 (see [3]). So, for the simplicity we will assume, that modules of eigennumbers of the linear part of the mapping (which induced the given composition operator) on initial point of coordinate system is less than 1.

Definition. A point $z_0 \in K$ is called the Denjoy-Wolff fixed point of $\varphi: K \to K$, if the sequence φ_n converge to z_0 uniformly on the compact subsets of K, where φ_n denotes the n^{th} iterate of $\varphi, i.e., \varphi_0(z) = z$ and $\varphi_n(z) = \varphi(\varphi_{n-1}(z))$ for $z \in K$ and $n \geq 1$.

We will consider the operator $[C_\varphi]_0$ on the algebra $O_0(K)$ (algebra of germs of the functions of $A(K)$ at the point zero). We represent the maping $\varphi : K \to K$ in the form $\varphi(z) = Az + \psi(z)$, where $A : C^n \to C^n$ is a linear mapping, while $|\psi(z)| \leq Const\, |z|^2$ for all $z \in K$. It is clear, every eigennumber $\lambda_i (1 \leq i \leq n)$ of A satisfies the condition $|\lambda_i| < 1$. Since the matrix of A is diagonalizable, then by using Poincare-Dulac's theorem in a small neighborhood of the fixed point, by biholomophical changing coordinate system we can reduce the mapping φ to polynomial normal form consisting of resonancing monoms (see [1]). We recall that an eigenvalue $\lambda_k (1 \leq k \leq n)$ of A is called a resonancing eigenvalue, if there exist nonnegative integers $m_1, \dots, m_n$, such that $\sum m_i \geq 2$ and $\lambda_k = \lambda_1^{m_1} \cdots \lambda_n^{m_n}$; in this case $z^m e_k = z_1^{m_1} \cdot z_2^{m_2} \cdots z_n^{m_n} e_k$ is called resonancing monom corresponding to λ_k, where e_k is a basis vector. Let $L_\lambda(T)$ be eigensubspaces of operator T corresponding to eigennumber λ.

Theorem. If a matrix of linear part of φ at the point z_0 is diagonalizable, then eigennumbers of operators C_φ and $[C_\varphi]_0$ are coinsides and for every nonzero eigennumber $\mu \neq 0$, there is a biholmorphic isomorphism between eigensubspaces $L_\mu(C_\varphi)$ and $L_\mu\left([C_\varphi]_0\right)$.

ON STRUCTURE-PRESERVING CONNECTIONS

Salimov A.
Atatürk University, Turkey
asalimov@atauni.edu.tr

Abstract

On an almost complex manifold (M, J), a connection ∇ is called a J-connection if the almost complex structure J is covariant constant with respect to ∇, i.e. $\nabla J = 0$. Also, in this case we say that the connection ∇ is structure-preserving connection.

An important field in complex geometry is the search of anti-Hermitian metrics having special properties. A semi-Riemannian metric g on an almost complex manifold (M, J) is called anti-Hermitian if $g(JX, JY) = -g(X, Y)$ for every vector fields X and Y on M. The pair (g, J) is usually called an almost anti-Hermitian structure (simply anti-Hermitian when J is integrable) and $G(X,Y) = g(JX, Y) = (g \circ J)(X,Y)$ the twin anti-Hermitian metric. A Levi-Civita connection of g which preserves J is usually called anti-Kähler connection. In such case the anti-Kähler connection of g coincides with the Levi-Civita connection of twin metric G. A connection with torsion T which preserves g and J is usually called anti-Hermitian metric connections. One of these types of connections with additional conditons on torsion T in Hermitian geometry was defined by Chern. Similar connectios in anti-Hermitian geometry was described by author of the present presentation.

In this presentation we find the formula of connections under which an almost complex structure is covariant constant. These types of connections on anti-Kähler-Codazzi manifolds are described. Finally, twin metric-preserving connections are analyzed for quasi-Kähler manifolds.

ON THE COMPLETENESS AND MINIMALITY OF THE EXPONENTIAL SYSTEM WITH DEGENERATE COEFFICIENTS

Shukurov A.Sh., Ismailov N.A.
Institute of Mathematics and Mechanics NAS of Azerbaijan, Ganja State University, Azerbaijan
ashshukurov@gmail.com

Beginning from the well known example of Babenko $\left\{|t|^{\alpha} e^{\mathrm{int}}\right\}_{n\in Z}$ (where $|\alpha|<\frac{1}{2}$), which answers in the affirmative the question of Bari on the existence of normalized basis of $L_2[-\pi,\pi]$ that is not a Riesz basis, many papers have been dedicated to the investigation of basicity properties (completeness, minimality and Schauder basicity) of systems of the form $\left\{\prod_{j=1}^{r}|t-t_j|^{\alpha_j} e^{\mathrm{int}}\right\}_{n\in Z}$, where $r\geq 1$. Most of these papers consider the case when the condition $-\frac{1}{p}<\alpha_j<\frac{1}{q}$ (Muckenhoupt condition) is fulfilled for all $1\leq j\leq r$. In recent papers the case, when only one of the numbers α_j does not satisfy the Muckhenhoupt condition, was considered. It is shown that when only one of the numbers α_j satisfies the relation $\alpha_j\in\left[\frac{1}{q},1+\frac{1}{q}\right)$, the system $\left\{\prod_{j=1}^{r}|t-t_j|^{\alpha_j} e^{\mathrm{int}}\right\}_{n\in Z}$ becomes complete and minimal when any one of its terms is eliminated from the original system. Therefore, this gave rise to the thought that if two of the exponents α_j satisfied the relation $\alpha_j\in\left[\frac{1}{q},1+\frac{1}{q}\right)$, elimination of any two terms of the original system would make it a complete and minimal system. However, the results of this paper show that, in general, it is not true.

In this note, we consider a system of the form

$$\left\{\omega(t)e^{\mathrm{int}}\right\}_{n\in Z}, \tag{1}$$

where $\omega(t)=|t-t_1|^{\alpha_1}|t-t_2|^{\alpha_2}\prod_{j=3}^{r}|t-t_j|^{\alpha_j} e^{\mathrm{int}}$, $t_j\in[-\pi,\pi]$ for all $1\leq j\leq r$ and $\alpha_1,\alpha_2\in\left[\frac{1}{q},1+\frac{1}{q}\right)$, $\alpha_j\in\left(-\frac{1}{p},\frac{1}{q}\right)$ for all $3\leq j\leq r$.

Note that, in the sequel, we denote by Q the set of all rational numbers.

The main result of this note is the following theorem.

Theorem. *Consider the system (1). The following statements hold:*

1. If $\frac{t_2-t_1}{\pi}\notin Q$, then the system $\left\{\omega(t)\cdot e^{\mathrm{int}}\right\}_{n\in Z/\{k_1;k_2\}}$ is complete and minimal for any choice of indices k_1 and k_2;

2. If $|t_2-t_1|=2\pi$, then the system $\left\{\omega(t)\cdot e^{\mathrm{int}}\right\}_{n\in Z/\{k_0\}}$ is complete and minimal for any integer k_0;

3. If $t_2-t_1=2\pi\frac{k}{m}$, where $m\neq 1$ and $(k,m)=1$, then $\left\{\omega(t)\cdot e^{\mathrm{int}}\right\}_{n\in Z/\{k_1;k_2\}}$ is complete and minimal if and only if $k_2\neq k_1 \pmod m$.

The authors are grateful to Professor B.T.Bilalov for encouraging discussion.

ASYMPTOTİCALLY ISOMETRİC COPİES OF $l^1 \oplus c_0$

Veysel Nezir
Kafkas University, Department of Mathematics, Turkey

Abstract. Using James' Distortion theorems, researchers have inquired relations between spaces containing nice copies of c_0 or l^1 and the failure of fixed point property for nonexpansive mappings [FPP(n.e.)] especially after the fact that every classical nonreflexive Banach space contains an isometric copy of either l^1 or c_0. For instance, finding asymptotically isometric (ai) copies of l^1 or c_0 inside a Banach space reveals the space's failure of FPP(n.e.) while there are examples of spaces failing FPP(n.e.) but not containing an ai copy of c_0 because of possessing WO property. There have been many researches done using these tools developed by James and followed by Dowling, Lennard and Turett mainly to see if a Banach space can be renormed to have FPP(n.e.) when there is failure.

In this paper, we introduce the concept of Banach spaces containing isomorphic copy of $l^1 \oplus c_0$ and Banach spaces containing ai copies of $l^1 \oplus c_0$, give alternative methods of detecting them. We show the relations between spaces containing these copies and the failure of FPP. We give an example of a Banach space that contains an ai copy of $l^1 \oplus c_0$ but does not contain an ai copy of c_0.

ПОКОМПОНЕНТНАЯ РАСХОДИМОСТЬ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С МАТРИЧНЫМИ КОЭФФИЦЕНТАМИ

Аббасова Ю.Г.
Институт математики и механики НАН Азербайджана, Азербайджан
abbasovayuliya@gmail.com

В работе рассматривается дифференциальный оператор

$$L\psi = \psi^{(3)} + U_2(x)\psi^{(1)} + U_3(x)\psi, \quad x \in G = (0,1)$$

с матричными коэффициентами $U_l(x) = \left(u_{lij}(x)\right)_{i,j=1}^{m}$, $l = \overline{2,3}$, где $u_{lij}(x) \in L_1(G)$ комплекснозначные функции.

Пусть $L_p^m(G), p \geq 1$, пространство m -компонентных вектор-функций $f(x) = \left(f_1(x), f_2(x),\ldots,f_m(x)\right)^T$ с нормой $\|f\|_{p,m} = \left(\int_G |f(x)^p dx|\right)^{1/p} = \left\{\int_G \left(\sum_{j=1}^{m} |f_j(x)|^2\right)^{p/2} dx\right\}^{1/p}$.

А в случае $p = \infty$ норма определяется равенством $\|f\|_{\infty,m} = \sup_{x \in \overline{G}} vrai |f(x)|$.

Через $W_{p,m}^1(G),\ p \geq 1$, обозначим класс абсолютно непрерывных на $\overline{G}$ вектор-функций $f(x)$ для которых $f'(x) \in L_p^m(G)$. Норма в $W_{p,m}^1(G)$ определяется равенством $\|f\|_{W_{p,m}^1(G)} = \|f\|_{p,m} + \|f'\|_{p,m}$.

Пусть $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$, $Re\,\lambda_k = 0$ и $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ соответственно являются системой собственных значений и системой полной ортонормированной в $L_2^m(G)$ собственных вектор-функций оператора L, т.е. $L\psi_k + \lambda_k\psi_k = 0$, где $\psi_k = \left(\psi_k^1(x), \psi_k^2(x),\ldots,\psi_k^m(x)\right)^T$.

Через μ_n обозначим число $\left(\mp i\lambda_n\right)^{1/3}$ при $\pm Im\,\lambda_n \geq 0$ и для $f(x) \in W_{p,m}^1(G),\ p \geq 1$, введем частичную сумму ее спектрального разложения по системе $\{\psi_k\}_{k=1}^{\infty}$:

$$\sigma_\nu(x,f) = \left(\sigma_\nu^1(x,f), \sigma_\nu^2(x,f),\ldots,\sigma_\nu^m(x,f)\right)^T, \text{ где } \sigma_\nu^j(x,f) = \sum_{\mu_k \leq \nu} (f,\psi_k)\psi_k^j(x),\ j = \overline{1,m};$$

$$f_k = (f, \psi_k) = \int_0^1 \langle f((x), \psi_k(x) \rangle dx$$

Через $S_\nu(x, f_j)$, $j = \overline{1, m}$, обозначим частичную сумму тригонометрического ряда Фурье функции $f_j(x)$. Рассмотрим разность $\Delta_\nu^j(x, f) = \sigma_\nu^j(x, f) - S_\nu(x, f_j)$, $j = \overline{1, m}$.

Если для любого компакта $K \subset G$ разность $\Delta_\nu^j(x, f)$ стремится к нулю равномерно по $x \in K$ при $\nu \to +\infty$, то будем говорить, что j-я компонента спектрального разложения вектор-функции $f(x)$ по системе $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty$ равномерно равносходится на любом компакте интервала G с разложением в тригонометрический ряд, соответствующей j-ой компоненты $f_j(x)$ вектор-функции $f(x)$.

Пусть

$$\alpha(\nu) = \begin{cases} \nu^{-1}, \text{если } \{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty \text{ равномерно ограничена,} \\ \nu^{-\frac{1}{2}}, \quad \text{в противном случае} \end{cases}$$

В работе доказана следующая теорема.

Теорема. *Пусть элементы* $u_{2ij}(x)$, $j = \overline{1, m}$, i*-ой строки матрицы* $U_2(x)$ *принадлежат классу* $L_r(G), r > 1$, $U_l(x) \in L_1(G), l = 2,3$ *и* $f(x) \in W_{1,m}^1(G)$. *Тогда* i*-ая компонента разложения вектор-функции* $f(x)$ *по системе* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty$ *равномерно равносходится на любом компакте* $K \subset G$ *с разложением в тригонометрический ряда Фурье, соответствующей* i*-ой компоненты* $f_i(x)$ *вектор-функции* $f(x)$*, и справедлива оценка*

$$\left\| \Delta_\nu^i(\cdot, f) \right\|_{C(K)} = O(\alpha(\nu)), \; \nu \to +\infty. \tag{1}$$

Отметим, что при $m = 1$ для оператора Штурма-Лиувилля (в этом случае система $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty$ равномерно ограничена) оценка (1) установлена впервые в работе [1]. В случая $m = 1$ для оператора произвольного четного порядка при условии $\|\psi_k\|_{L_1(K)} \|\psi_k\|_{L_\infty(G)} \le C_0(K)$, $k = 1, 2, \ldots$, оценка $O(\nu^{-1})$ доказана в работе [2]. А сама теорема 1 для векторного оператора Штурма- Лиувилля доказана в работе [3] (в этом случае система $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty$ равномерно ограничена).

Литература

1. Ильин В.А., Йо И. Оценка разности частичных сумм разложений отвечающих двум произвольным неотрицательным самосопряженным расширением двух операторов Штурма-Лиувилля для абсолютно непрерывной функции // Дифференц. уравнения, 1979, Т.15, №7, с.1175-1193.
2. Курбанов В.М. Равносходимость биортогональных разложений по корневым функциям дифференциальных операторов II// Дифференц. уравнения, 2000, Т.36, №3, с.319-335.
3. Garayeva A.T. Componentwize equiconvergence theorems for Sturm-Liouville operator with matrix coefficient//Proc.of IMM of NAS of Azerbaijan, vol XXXVIII (XLVI), 2013, pp. 35-46.

О МОДУЛЕЙ ГЛАДКОСТИ В РАЗЛИЧНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Абдулзаде С.И.

Азербайджанский государственный экономический университет, Азербайджан

seda.abdulzade@mail.ru

В классической теории приближений функций, в теории функциональных пространств большую роль играет оператор сдвига $f(x) \to f(x+t)$ и связанная с ним техника анализа Фурье. В теории аппроксимации для характеризации функции используются модули гладкости, рассматриваемые в различных пространствах.

Теорема 1. Пусть $f \in C(R_+)$. Тогда для любого $k, l \in N$ и для любого $\delta > 0$ справедливо неравенство

$$\Omega_k(f;\delta)_{p,\gamma} \le C\delta^k \int\limits_{\delta}^{\infty} \frac{\Omega_l(f;t)_{p,\gamma}}{t^{k+1}}\,dt.$$

Естественным обобщением операторов сдвига на R являются операторы обобщенного сдвига Дельсарта-Левитана, которые могут быть построены по произвольному дифференциальному оператору Штурма-Лиувилля. В работе, используя оператор обобщенного сдвига Бесселя (B -сдвиг), вводятся и изучаются свойства B -модулей гладкости в пространствах $L_{p,\gamma}\ (1\le p\le\infty)$.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ С КВАДРАТИЧНЫМ СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ В КРАЕВЫХ УСЛОВИЯХ

Алиев Б.А.

Институт математики и механики НАН Азербайджана, Азербайджанский государственный педагогический университет, Азербайджан

hasan_zamanli@yahoo.com

В данной заметке в сепарабельном гильбертовом пространстве H исследуется асимптотическое поведение собственных значений следующих краевых задач для операторного уравнения Штурма-Лиувилля

$$-u''(x)+Au(x)=\lambda u(x), \quad x\in(0,1), \tag{1}$$

$$u(1)=0, \quad u'(0)+d\lambda^2 u(0)=0, \tag{2}$$

где $d>0$ некоторое положительное число; A-линейный, неограниченный, самосопряженный, положительно-определенный оператор в H и A^{-1} вполне непрерывен в H. Доказано, что собственные значения краевой задачи (1), (2) вещественные. Далее, показано, что задача (1), (2) имеет две серии собственных значений, одно из которых сходится к нулю, а вторая серия асимптотически ведет себя как $n^2\pi^2$.

Такие феномены получены и в работе [1], где показано, что для уравнения Лапласа в квадрате существует спектральная задача с неклассической асимптотикой, т.е., рассмотренная задача, в которой одно из краевых условий содержит дифференциальный оператор, имеет последовательность собственных значений, сходящихся к нулю.

Асимптотическое поведение собственных значений краевых задач для уравнения (1), в одном случае с граничными условиями вида

$$u(1)=0, \quad u'(0)+\lambda u(0)=0 \tag{3}$$

изучено в работах [2], [3], а в другом случае с граничными условиями вида

$$u'(1)-\lambda u(1)=0, \quad u'(0)+\lambda u(0)=0, \tag{4}$$

изучено в работе [4]. Доказано, что собственные значения краевых задач (1), (3) и (1), (4) дискретны и имеют две серии собственных значений: $\lambda_k\sim\sqrt{\mu_k}$, $\lambda_{k,n}\sim\mu_k+n^2\pi^2$, где $\mu_k=\mu_k(A)$ собственные значения оператора A.

Лемма. Собственные значения краевой задачи (1), (2) вещественны.

$$-\int\limits_0^1 u_k''(x,\lambda)\overline{u_k(x,\lambda)}dx+\mu_k\int\limits_0^1|u_k(x,\lambda)|^2dx=\lambda\int\limits_0^1|u_k(x,\lambda)|^2dx. \tag{5}$$

Теорема. Пусть A-самосопряженный, положительно-определенный оператор в сепарабельном гильбертовом пространстве H и A^{-1} вполне непрерывен в H. Тогда, краевая задача (1), (2) имеет две серии собственных значений: $\lambda_k \sim 0$; $\lambda_{n,k} = \mu_k + \gamma_n$, где $\mu_k \to +\infty$ есть собственное значение оператора A ; $\gamma_n \sim n^2\pi^2$ при $n \to \infty$.

Литература

1. Якубов С.Я. Краевая задача для уравнения Лапласа с неклассической спектральной асимптотикой ДАН. СССР, том 265, №6, 1982, с.1330- 1333.
2. Горбачук В.И., Рыбак М.А. О граничных задачах для операторного уравнения Штурма-Лиувилля со спектральным параметром в уравнении и в граничном условии. Прямые и обратные задачи теории рассеяния . Киев, 1981, с.3-16.
3. Рыбак М.А. Об асимптотическом распределении собственных значений некоторых граничных задач для операторного уравнения Штурма-Лиувилля. Укр. мат.журн.-1980, том 32, №2, с.248-252.
4. Алиев Б.А. Асимптотическое поведение собственных значений одной краевой задачи для эллиптического дифференциально-операторного уравнения второго порядка Укр. Мат.журн.- 2006, том 58, №8, с.1146-1152.

О БИФУРКАЦИИ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ С ИНДЕФИНИТНЫМ ВЕСОМ

Алиев З.С., Ашурова Л.В.

Бакинский государственный университет, Институт математики и механики НАНА,
Сумгаитский государственный университет, Азербайджан
leyla.ashurova25@gmail.com

Рассмотрим следующую нелинейную краевую задачу

$$\ell(y) \equiv -(p(x)y')' + q(x)y = \lambda\rho(x)y + g(x,y,y',\lambda),\ x \in (0,1), \tag{1}$$

$$\alpha_0 y(0) - \beta_0 y'(0) = 0, \tag{2}$$

$$\alpha_1 y(1) - \beta_1 y'(1) = 0, \tag{3}$$

где $p(x)$ положительна и абсолютно непрерывна на $[0, 1]$, $q(x)$ неотрицательна и непрерывна на $[0, 1]$, $\rho(x)$ непрерывна на $[0, 1]$ и $mes\{x \in [0,1] : \pm\rho(x) > 0\} > 0$, $\alpha_i, \beta_i,\ i = 0,1 -$ действительные постоянные, причем $(\alpha_0^2 + \beta_0^2)(\alpha_1^2 + \beta_1^2) > 0$ и $\alpha_0\beta_0 \geq 0,\ \alpha_1\beta_1 \geq 0.$ Функция $g(x,u,s,\lambda)$ непрерывна на $[0, 1]\times R^3$ и удовлетворяет условию:

$$g(x,u,s,\lambda) = o(|u| + |s|)$$

в окрестности точки $(u,s) = (0,0)$ равномерно по $x \in [0, 1]$ и $\lambda \in \Lambda$ для каждого ограниченно-го промежутка $\Lambda \subset R.$

Известно (см. [1]), что собственные значения линейной задачи

$$\ell(y) = \lambda\rho(x)y,\ x \in (0, 1),\ y \in B.C., \tag{4}$$

являются вещественными, простыми и образуют неограниченно возрастающую и неог-раниченно убывающую последовательности

$$0 > \lambda_1^- > \lambda_2^- > \ldots > \lambda_k^- > \ldots \quad \text{и} \quad 0 < \lambda_1^+ < \lambda_2^+ < \ldots < \lambda_k^+ < \ldots ,$$

где $B.C. -$ множество функций, удовлетворяющих граничным условия (2)-(3). Кроме того, собственная функция $y_k^{\pm}(x),\ k \in \mathrm{N},$ соответствующая собственному значению $\lambda_k^{\pm}$, имеет в точности $k-1$ простых нулей в интервале $(0, 1).$

Пусть $E -$ банахово пространство $C^1[0, 1] \cap B.C.$, с нормой $\| y \|_1 = \| y \|_\infty + \| y' \|_\infty$, где $\| y \|_\infty -$ обычная $\sup$-норма в $C[0, 1].$ Обозначим через $S_k^+,\ k \in \mathrm{N},$ множество функций $y \in E,$ которые удовлетворяют условиям: а) функция $y(x)$ имеет в точности $k-1$ простых нулей в интервале $(0,1)$; б) функция $y(x)$ положительна в проколотой окрестности точки $x=0$. Пусть $S_k^- = -S_k^+$. Множества S_k^+ и S_k^- являются открытыми подмножествами в E.

Основным результатом настоящей заметки является следующая

Теорема 1. Для каждого $k \in \mathrm{N}$, $\nu \in \{+,-\}$ и $\sigma \in \{+,-\}$ существует континуум (замкнутое связное множество) $C_k^{\sigma,\nu}$ решений задачи (1)-(3), который содержит точку $(\lambda_k^\sigma, 0)$, содержится в $(R \times S_k^\nu) \cup \{(\lambda_k^\sigma, 0)\}$ и неограничен в $R \times E$.

Литература

1. E.L. Ince, Ordinary Differential Equations, Dover, New York, 1926.
2. P.H. Rabinowitz, Some global results for nonlinear eigenvalue problems, J. Funct. Anal., **7** (1971), 487-513.
3. E.N. Dancer, On the structure of solutions of nonlinear eigenvalue problems, Indiana, Univ. Math. J., **23** (1974), 1069-1076.
4. З.С. Алиев, О глобальной бифуркации решений некоторых нелинейных задач на собственные значения для обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка, Мат. сб. **207**(12) (2016), 3-29.

РАЗРЕШИМОСТЬ НЕРЕГУЛЯРНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ

Алиев И.В.

Азербайджанский Государственный Педагогический Университет, Азербайджан

ilham_1951@mail.ru

В пространстве $L_2(0,1)$исследуется нерегулярная граничная задача для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с спектральным параметром. Рассматриваемая задача не является только нерегулярное по Биркофу, так же нерегулярно по Стону и по Якубову. В пространстве Соболева устанавливается некоэрцитивные оценки.

В пространстве $L_2(0,1)$ рассмотрим спектральную задачу для дифференциального уравнения

$$Au = -a_0(t)u''(t) + a_1(t)u'(t) + a_2(t)u(t) = \lambda u(t), \quad t \in (0;1)$$

с интегральными условиями

$$\int_0^1 e_1(t)\,u(t)dt = 0, \qquad \int_0^1 e_2(t)\,u(t)dt = 0.$$

Здесь a_i $(i = 0,1,2)$ вещественнозначные функции такие, что $a_0(t) \geq k > 0$ $(0 \leq t \leq 1)$ и $a_1, a_2 \in C[0,1]$, $\lambda \in C$- спектральный параметр, а e_1, e_2- линейно независимые вещественнозначные функции. Доказывается, что резольвента, соответствующая оператора по спектральному параметру, оценивается следующим образом

$$\|R(A,\lambda)\| \leq C|\lambda|^{-\frac{1}{4}}.$$

Отметим что, такая некоэрцитивная оценка сильно влияет на характер задачи. Например, спектр нерегулярных задач, в отличие от регулярных задач, может иметь конечную точку сгущения. Как известно, такая ситуация не возникает в теории обыкновенных дифференциальных уравнений, так как степень главного члена асимптотики, собственных значений краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений на конечном отрезке не зависит от краевых условий, а зависит только от порядка уравнения. В этой работе указан соотвествующий пример.

В прямоугольнике $Q = (0,2) \times (0,1)$ рассмотрена нелокальная краевая задача

$$-\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = f_0(x,y), \qquad (x,y) \in Q = (0,2) \times (0,1)$$

$$u(0,y) = u(2,y), \quad u(1,y) = 0, \quad u(x,0) = u(x,1) = 0$$

где $f_0 \in \mathcal{L}_2(Q)$. Соответствующий линейный неограниченный оператор обозначим через A. Этот оператор определен следующим образом

$$Au = -\Delta u, \quad D(A) = \{u \in W_2^2(Q), \quad u(0,y) = u(2,y), \quad u(1,y) = 0,$$
$$u(x,0) = u(x,1) = 0\}$$

Изучен спектр этого оператора. Очевидно, число $\pi^2(m^2+n^2)$ является собственными значениями оператора A. Им соответствуют собственные функции $\sin \pi mx \sin \pi my \quad (m,n = 1,2,3,\ldots)$. Доказано что $\sigma(A) = \sigma_p(A) \cup \sigma_c(A) = C$,в частичности, $0 \in \sigma_c(A)$.

Литература

1. S.Yakubov. Completeness of regular differential operators. Longman, New York, 1994;
2. Алиев И.В. Иррегулярные краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Известия АГПУ, Баку, 2015, № 1, стр. 52-64;
3. Picone M. I Teoremi d'esistenza per gl'integrale di una equazione differenziale lineare ordinaria soddisfacenti ad una nuova classe di condizioni. Rend. Accad. Lincei – 1908-17, p. 340-347;
4. Picone M. Equazione integrale traducente il piu generale problema lineare per le equation differentiali lineari ordinarie di qualsivoglia ordine. Accad. Naz. Lincei. Atti Convegni, Roma – 1932 – 15, № 6 – p. 942-948;
5. Тамаркин Я.Д. О некоторых общих задачах теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений и о разложении произвольных функций в ряды – Петроград, 1971;
6. Sommerfeld A. Ein Beitrag zur hydrodynamischen Erklärung der turbulenten Flussigkeitsbewegungen. Atti IV Congr. Intern. Matem. Rome, 1909 – 3, p.116-124;
7. Carleman T. Sur la theorie des equations inteqralesetses applications, Verhandlungen des Internat. Math. Kongr., Zürich, 1932-1, p. 138-151.

АСИМПТОТИКА ФУНКЦИИ ГРИНА ПРИ $\mu \to \infty$ ОПЕРАТОРА L

Алиева К.Г.

Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

novreste_1982@box.az

Рассмотрим уравнение

$$\ell(y) = (-1)^n y^{(2n)} + \sum_{j=2}^{2n} Q_j(x) y^{(2n-j)} + \mu y = 0 \tag{1}$$

с граничными условиями

$$\begin{cases} y^{(\ell_1)}(0) = y^{(\ell_2)}(0) = \ldots = y^{(\ell_1)}(0) = 0 \\ y^{(\tilde{\ell}_1)}(\pi) = y^{(\tilde{\ell}_2)}(\pi) = \ldots = y^{(\tilde{\ell}_n)}(\pi) = 0, \end{cases} \tag{2}$$

Здесь $0 \le \ell_1 < \ell_2 < \ldots < \ell_n \le 2n-1, \quad 0 \le \tilde{\ell}_1 < \tilde{\ell}_2 < \ldots < \tilde{\ell}_n \le 2n-1$.

$$G(x,\eta,\mu) = G_0(x,\eta,\mu) - \int_0^\pi G_0(x,\xi,\mu)\rho(\xi,\eta)d\xi\,. \tag{3}$$

Здесь $G_0(x,\eta,\mu)$ есть функция Грина оператора L_0, порожденного выражением

$$\ell_0(y) = (-1)^n y^{(2n)} + Q(x)y + \mu y$$

и граничными условиями (2).

Используя свойства функции $G_0(x,\eta,\mu)$, для $\rho(x,\eta)$ получаем уравнение

$$\rho(x,\eta) + \sum_{j=2}^{2n} Q_j(x) \frac{\partial^{2n-j} G_0(x,\eta,\mu)}{\partial \eta^{2n-j}} - \sum_{j=2}^{2n-1} Q_j(x) \int_0^\pi \frac{\partial^{2n-j} G_0(x,\xi,\mu)}{\partial \xi^{2n-j}} \rho(\xi,\eta)d\xi = 0 \tag{4}$$

Это уравнение будем рассматривать в пространстве $X_3^{(2)}$. Покажем, что уравнение (4.4.1) имеет единственное решение из $X_3^{(2)}$ и его решение может быть получено с помощью метода итерации.

При достаточно больших μ интегральный оператор, входящий в уравнение (3) является сжимающим (а при $\mu \to \infty$ стремящимся к нулю), поэтому при $\mu \to +\infty$ мы имеем

$$G(x,\eta,\mu) = G_0(x,\eta,\mu)[E + \alpha(x,\eta,\mu)], \quad \text{где} \quad \|\alpha,\eta,\mu\|_H = 0(1). \tag{5}$$

Из этой асимптотики следует, что при $\mu \to \infty$

$$G(x,\eta,\mu) = \frac{[Q(x)+\mu E]^{\frac{1-2n}{2n}}}{2ni} \sum_{\alpha=1}^{n} \omega_\alpha e^{i\omega_\alpha [Q(x)+\mu E]^{\frac{1}{2n}}|x-\eta|} (E + \beta(x,\eta,\mu)), \tag{6}$$

где $\|\beta(x,\eta,\mu)\| = o(1)$ при $\mu \to \infty$.

Из асимптотики (5) и принадлежности $G_0(x,\eta,\mu)$ пространству X_2 следует, что интегральный оператор, порожденный ядром $G(x,\eta,\mu)$, является оператором Гильберта-Шмидта, т.е. $\int_0^\pi \int_0^\pi \|G(x,\eta,\mu)\|_2^2 dx d\eta < \infty$. Так как $G(x,\eta,\mu)$ является ядром оператора $(L+\mu E)^{-1}$ в H_1, то L имеет чисто дискретный спектр.

Ədəbiyyat

1. Абдукадыров Э. О функции Грина уравнения Штурма-Лиувилля с операторными коэффициентами. ДАН СССР, 1970, 195, №3, стр. 519-522.
2. Абдукадыров Э. Асимптотическое распределение собственных чисел операторной задачи Штурма-Лиувилля. ДАН Узб.ССР, 1970, №12, стр. 3-5.

ПОЛНОТА КОРНЕВЫХ ВЕКТОРОВ НЕОГРАНИЧЕННОГО ОПЕРАТОРА.

Аскеров В.А

Азербайджанский государственный педагогический университет, Азербайджан

vahidaslan@mail.ru

Теорема 1. Пусть:

1. оператор А в Н имеет плотную область определения $D(A)$,

2. при некотором $p>0$ и $\lambda_0 \in p(A)$ $\quad R(\lambda_0, A) \in \sigma_p(H)$,

3. существуют лучи $\ell_k(a)$ с углами между соседними лучами не больше $\frac{\pi}{p}$ и целое $n \geq 1$ такие, что

$$\|R(\lambda, A)\| \leq c|x|^n, \ \lambda \in \ell_k(a) \quad |\lambda| \to \infty.$$

Тогда спектр оператора А дискретеи и система корневых векторов оператора А полно в пространстве Н(А^К), к=0, 1,…., ∞.

Доказательство:

При $\lambda \in p(A)$ имеем $A - \lambda I = (A - \lambda_0 I) - (\lambda - \lambda_0) I = [I - (\lambda - \lambda_0) R(\lambda_0, A)](A - \lambda_0 I)$.

Значит, при $\lambda \in p(A)$

$$[I - (\lambda - \lambda_0) R(\lambda_0 A)]^{-1} = (A - \lambda_0 I)(A - \lambda I)^{-1}$$

Из тождества $A(A-\lambda I)^{-1} = I + \lambda(A - \lambda I)^{-1}$, $\lambda \in p(A)$ и условия 3 следует оценка

$$\|A(A-\lambda I)^{-1}\| \leq c|\lambda|^{n+1}, \ \lambda \in \ell_k(a), \ |\lambda| \to \infty$$

Учитывая это и (4), получим неравенство

$$\|[I - (\lambda - \lambda_0) R(\lambda_0, A)^{-1}]\| \leq c|\lambda|^{n+1}, \ \lambda \in \ell_k(a), \ |\lambda| \to \infty$$

Итак, оператор $B = R(\lambda_0, A)$ на лучах $\ell_k(-\lambda_0 + a) = -\lambda_0 + \ell_k(a)$ удовлетворяет условию (2) теоремы (1), откуда следует, что система корневых векторов оператора A полна в множестве $R(B^{n+2}) = R(R^{n+2}(\lambda_0, A))$ пространства H. Из $H = \overline{R(R^{n+2}(\lambda_0, A))} \oplus N((R^{n+2}(\lambda_0, A))^*$ и $N((R^{n+2}(\lambda_0, A))^* = N(R^{n+2}(\bar{\lambda}_0, A^*)) = 0$ следует что, $\overline{R(R^{n+2}(\lambda_0, A))} = H$.

Итак, система корневых векторов оператора A полна в пространстве H.

Теорема 1 доказана.

Пусть оператор A в бахановом пространстве E замкнут. Оператор B называется вполне подчиненным оператору A с порядком $\xi \in [0,1]$, если $D(B) \supset D(A)$ и для дюбого ε >0.

$\|Bu\| \le \varepsilon \|Au\|^{\xi} \|u\|^{1-\xi} + c(\varepsilon)\|u\|,\ u \in D(A)$.

Оператор B называется в полнее подчиненным оператору A если вполне подчинен оператору A с порядком единица.

Пусть A линейный оператор, имеющий хотя бы одну регулярную точку λ. Говорят, что оператор B компактен относительно A, если его область определения $D(B)$ содержит $D(A)$ и если оператор $BR(\lambda, A)$ компактен. Очевидно, что это определение не зависит от выбора $\lambda \notin \sigma(A)$. Также легко видеть, что B компактен относительно A тогда и только тогда, когда $D(B) \supset D(A)$, и когда для любой последовательности $\{f_u\} \subset D(A),$ ограниченной вместе с $\{Af_u\}$, последовательность $\{Bf_u\}$ содержит сходящуюся последовательность. В гильбертовом пространстве если $\overline{D(A)} = H$ и $R(\lambda, A)$ компактен, понятия вполне подчиненности и относительно компактности эквиваленты. Если $\overline{D(A)} = H$, то из относительной компактности оператора B оператору A следует вполне подчиненность оператора B оператору A.

Оператор B называется подчиненным оператору A, если $D(B) \supset D(A)$ и $\|Bx\| \le c\|Ax\|,$ $x \in D(A)$. Если оператор A имеет ограниченный обратимый, а оператор B допускает замыкание и $D(B) \supset D(A)$, то оператор B подчинен оператору A. Оператор B подчинен оператору A с порядком $\alpha (0 \le \alpha \le 1),$ если $D(B) \supset D(A)$ и $\|Bx\| \le c\|x\|^{1-\alpha}\|Ax\|^{\alpha}$. Известно, что если A и B положительные самосопряженные операторы и оператор B подчинен оператору A, то дробная степень B^{α} оператора B подчинена дробной степени A^{α} оператора A. При этом $\|B^{\alpha}x\| \le c\|A^{\alpha}x\|$ справедлива следующая лемма которая оказывается полезной при оценке резольвенты возмущенного оператора

Теорема 2. Пусть:

1. оператор A в H имеет плотную область определение
2. при некотором p >0 и $\lambda_0 \in p(A)$ $\quad R(\lambda_0 A) \in \sigma_p(H)$
3. существуют лучи $\ell_\kappa(a)$ с углами между соседними лучами не больше $\dfrac{\pi}{p}$ и числа $\xi \in [0,1]$ такие, что $\|R(\lambda, A)\| \le c|\lambda|^{-\xi},\ \ \lambda \in \ell_k(a),\ \ |\lambda| \to \infty$.
4. B- оператор в H, $D(B) \supset D(A)$ и для любого ε >0 $\|Bu\| \le \varepsilon \|Au\|^{\xi} \|u\|^{1-\xi} + c(\varepsilon)\|u\|,\ u \in D(A)$

Тогда спектр оператора A+B дискретен и система корневых векторов оператора A+B полна в пространстве H(A).

Литература

1. Гохберг И.Ц., Крейн М.Г. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов. – М: Наука,1967
2. Данфорд Н., Шварц Дж.Т. Линейные операторы. Спектральная теория. – М: Мир, 1966
3. Маркус А.С. Введение в спектральную теорию полиноминальных операторных пучков. – Кишинев; Щтиица; 1986
4. Келдыш М.В. О собственных значениях и собственных функциях некоторых классов несамосопряженных уравнений. – ДАН СССР, 1951, т.77, №1, с.11-14

О РЕЗОЛЬВЕНТЕ ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА НА КОНЕЧНОМ ОТРЕЗКЕ

Асланов Г.И., Байрамова Н. С.

Институт математики и механики НАНА, Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

abdullayev_ayxan@list.ru

Пусть H –абстрактное сепарабельное пространство Гильберта. В пространстве $H_1 = L_2[H;[0,\pi]]$ рассматривается оператор L , порожденный выражением

$$l(y) = (-1)^n y^{(2n)} + Q(x;y) \tag{1}$$

и граничными условиями

$$\begin{cases} y(0) = y'(0) = \dots = y^{(n-1)}(0) = 0 \\ y(\pi) = y'(\pi) = \dots = y^{(n-1)}(\pi) = 0 \end{cases} \tag{2}$$

Предполагается, что операторный коэффициент *Q(x)* удовлетворяет следующим условиям:

1. Операторы *Q(x)* при каждом $x \in [0,\pi]$являются самосопряженными, ограниченными снизу операторами, т.е. $(Q(x)f,f) > (f,f)$ для всех $f \in D(Q)$.

2. При всех $x \in [0,\pi]$ $Q^{-1}(x)$ является вполне непрерывным оператором. Пусть $\alpha_1(x) \le \alpha_2(x) \le \dots \le \alpha_n(x) \le \cdots$ собственные значения оператора *Q(x)* в порядке возрастания, относительно которых будем предполагать, что они измеримые функции. Предположим, что ряд $\sum_{k=1}^{\infty} \alpha_{k(x)}^{\frac{1-4n}{2n}}$ сходится при всех $x \in [0,\pi]$ и его сумма $F(x)\epsilon L_1[0,\pi]$.

3. Существуют положительные постоянные *A и* $0 < a < \frac{2n+1}{2n}$ такие, что для всех *x* и при $|\xi - x| \le 1$ справедливо неравенство $\left\|[Q(\xi) - Q(x)]Q^{-a}(x)\right\| < A|x-\xi|$

4. Существует такая постоянная B, что для всех *x* и при $|x-\xi| > 1$ выполняется неравенство $\left\|Q(\xi)\exp(-\frac{Jm\varepsilon_1}{2}|x-\xi|Q^{\frac{1}{2n}}(x)\right\| < B$, где $J_{m\varepsilon_1} = min\{J_{m\varepsilon_i} > 0, \varepsilon_i^{2n} = -1\}, B = const.$

Из условий, наложенных на операторные функции следует, что спектр оператора L является дискретными. Пусть $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \dots$ являются собственными значениями оператора L в порядке их роста. Так как L неограниченный оператор, поэтому при $n \to \infty, \lambda \to \infty$.

Имеет место следующая теорема.

<u>Теорема</u>. Если операторный коэффициент оператора L удовлетворяет условиям 1) – 4), то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2}$ сходящимся рядом, т.е. L является оператором типа Гильберта-Шмида.

Литература

1. Асланов Г.И. Асимптотика числа собственных значений обыкновенных дифференциальных уравнений с операторными коэффициентами на полуоси. Докл. АН Азерб. ССР, 1976, т.32, №3, с.3-7.
2. Aslanova N.M. On the asimptotics of the distribution function of spectrum on one class sinqular differential operators. Trans of NAS of Azerbaijan, 1998, vol.18, №3-4, p.3-6..

ОЦЕНКИ ДЛЯ ЧИСЛА СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ПОЛУОСИ

Асланов Г.И., Гадирли Н.А.

Институт математики и механики НАНА, Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

nigar.gadirli@gmail.com

Настоящая работа посвящена исследованию числа отрицательных собственных значений операторно-дифференциального уравнения второго порядка на полуоси.

Отметим, что отрицательный спектр скалярных дифференциальных операторов исследован в работах Н.Розенфельда [1], Я.Б.Скачека [2], Г.И.Розенблюма [3], А.Н.Когубея [4] и др. Для операторно-дифференциальных уравнений отрицательный спектр исследован в работах

М.Г.Гасымова, В.В.Жикова и Б.М.Левитана [5], Д.Р.Яфаева [6], А.А.Адыгезалова [7], А.М.Байрамова [8], М.Байрамоглы и А.А.Адыгезалова [9] и др.

Пусть H – сепарабельное гильбертово пространство. В гильбертовом пространстве $H_1 = L_2(H;[0,\infty))$ рассматривается оператор L, порожденный дифференциальным выражением

$$l(y) = -(p(x)y')' - Q(x)y \qquad (1)$$

и граничным условием

$$y'(0) = 0 \qquad (2)$$

Относительно коэффициентов предполагается, что функция $p(x)$ и операторная функция $Q(x)$ удовлетворяют следующим условиям:

1) $p(x) -$ скалярная непрерывная функция, имеющими ограниченными производными. Функция $p(x)$ не убывает и кроме этого существуют положительные постоянные c_1 и c_2 такие, что выполняются неравенства $c_1 \le p(x) \le c_2$.

2) При каждом $x \in [0,\infty)$ операторная функция $Q(x)$ является вполне непрерывным, положительным, монотонно убывающим оператором. $\|Q(x)\|_H$ непрерывная функция и $\lim_{x\to\infty}\|Q(x)\|_H = 0$.

Если коэффициенты дифференциального оператора L удовлетворяют условиям 1), 2), то оператор L является ограниченным снизу оператором и отрицательная часть спектра является дискретной и состоит из собственных значений, имеющих конечную кратность. Множество собственных значений могут иметь единственную предельную точку в нуле.

Обозначим через $\alpha_1(x) \ge \alpha_2(x) \ge \cdots \ge \alpha_j(x) \ge \cdots$ собственные значения оператора $Q(x)$ в пространстве H. Здесь $\alpha_j(x) > 0\ (j = 1, 2, \dots)$ и $\alpha_1(x) = \|Q(x)\|_H$. Функция $\alpha_1(x)$ является непрерывной функцией на интервале, $[0,\infty)$, монотонно убывает и $\lim_{x\to\infty}\alpha_1(x) = 0$. Функция $\alpha_1(x)$ непрерывную обратную функцию $\psi_1(x)$ в интервале $(0, \alpha_1(0))$.

Пусть $\lambda_1 \le \lambda_2 \le \cdots \le \lambda_n \le \cdots$ собственные значения оператора L. Через $N(\varepsilon)$ обозначим число собственных значений оператора L, меньших $-\varepsilon$ $(\varepsilon > 0)$.

Имеет место следующая основная теорема.

Теорема. Если выполняются условия 1), 2) то, при малых значений ε имеет место оценка

$$N(\varepsilon) < \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{l}\int_0^{\psi_j(\varepsilon)}\sqrt{\frac{\alpha_j(x)-\varepsilon}{p(x)}}dx + l\cdot c\cdot\int_0^{\delta}\sqrt{\alpha_1(x)}dx + c\cdot l\cdot\psi_1^k(\varepsilon)$$

Здесь $\delta = \frac{\psi_1(\varepsilon)}{[\psi_1^k(\varepsilon)]+1}$, $l = \sum_{\alpha_1(0)>\varepsilon}1$, $\psi_j(\varepsilon) = \sup E_{j,\varepsilon}$, $E_{j,\varepsilon} = \{x | x \in [0;\infty); \alpha_j(x) \ge \varepsilon\}$.

Литература

1. Rosenfeld N. The eigenvalues of a class of singular differential operators. – Communs. Pure and Appl. Math., 1960, V.13, №3, p.395-405.
2. Скачек Б.Я. Об асимптотике отрицательной части спектра многомерных сингулярных дифференциальных операторов. Докл. АН УССР, 1964, I, с.14-17.
3. Розенблюм Г.И. Асимптотика отрицательного дискретного спектра оператора Шредингера. Матем. заметки, 1977, Т.21, №3, с.399-407.
4. Когубей А.Н. Об отрицательной части спектра абстрактных дифференциальных операторов. Методы функц. анализа в задачах матем. физики. Изд-во Ин-та матем. АН УССР, 1975, с.88-101.

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПОВЕДЕНИИ РЕШЕНИЙ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Асланов Г. И., Гасанов Ф.М., Сулейманов С.Е.

Институт математики и механики НАНА, Бакинский государственный университет

Агджабединский филиал Азербайджанского государственного педагогического университета, Азербайджан

aslanov.50@mail.ru

Начало теории разрешимости обыкновенных операторно-дифференциальных уравнений положено в основополагающих работах Хилле, Иосиды, Агмона, Лакса и других известных математиков, в которых были получены теоремы о существовании решений уравнения с неограниченными операторными коэффициентами в гильбертовом (а также в банаховом) пространстве. Теория разрешимости линейных операторно-дифференциальных уравнений в случае, когда число независимых переменных $n=1$, изложена в книгах С.Г. Крейна [2], С.Я. Якубова [5] и др.

В сравнении с обыкновенными операторно-дифференциальными уравнениями исследованию разрешимости операторно-дифференциальных уравнений с частными производными в гильбертовых пространствах посвящено очень мало работ. Разрешимость граничных задач дифференциальных уравнений с частными производными рассматривались в работах В.Б. Шахмурова [3] и В.Б. Шахмурова и Азад А. Бабаева [4].

Операторно-дифференциальные уравнения с частными производными рассматривались в работе [1] одним из авторов. Там были теоремы об однозначной, фредгельмовой и нормальной разрешимости уравнения в соответствующем пространстве. Такие уравнения имеют важные приложения в теории краевых задач.

В данной работе рассматривается операторно дифференциальное уравнение с частными производными высокого порядка в гильбертовом пространстве.

Пусть $H_0 \supset H_1 \supset ... \supset H_m$-семейства гильбертовых пространств, где все вложения компактные.

Рассмотрим уравнение

$$Lu \equiv \sum_{|\alpha|\le m} A_\alpha D^\alpha u = f(x) \tag{1}$$

где $x=(x_1,x_2,...,x_n)\in R^n$, $u(x)\in H_m$, $D^\alpha = \dfrac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x_1^{\alpha_1}\partial x_2^{\alpha_2}..\partial x_n^{\alpha_n}}$, $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n)$, $|\alpha|=\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_n$, $f(x)\in H_0$, $D^\alpha u\in H_{m-|\alpha|}$, $A_\alpha : H_{m-|\alpha|}\to H_0$-линейные операторы. Через $R(\lambda)$ обозначим оператор $R(\lambda)=\left[\sum_{|\alpha|\le m} A_\alpha (i\lambda)^\alpha\right]^{-1}$, действующий из H_0 в H_m. Здесь $\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n)$, $\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n$ комплексные числа и $\lambda^\alpha = \lambda_1^{\alpha_1}\lambda_2^{\alpha_2}...\lambda_n^{\alpha_n}$.

Основным результатом данной работе является следующая теорема.

Теорема. Предположим, что $R(\lambda): H_0 \to H_m$ ограниченный оператор при $\lambda\in R^n \mid 0$, причем

$$\left\|D^\alpha R(\lambda)\right\|_{H_0\to H_m} \le C|\lambda|^{m_\alpha}, \ \forall\alpha \text{ при } |\lambda|>1$$

и некотором m.

Кроме того, существует $P(\lambda)$-однородный полином степени k такой, что $P(\lambda)\ne 0$ при $\lambda\in R^n \mid 0$ и $R(\lambda)P(\lambda)$-бесконечно-дифференцируемая операторная функция λ при $|\lambda|\le 1$.

Тогда если $f(x)$ имеет компактный носитель, $D^{\alpha} f(x) \in H_0$ при всех α, то существует решение уравнения (1) такое, что $u(x) = \sum_{|\alpha| \le N} e_{\alpha} D^{\alpha} \Gamma(x) + O\left(|x|^{k-n-N}\right)$ при $|x| \to \infty$, где $e_{\alpha} \in H_m$, $\Gamma(x) = \Phi(x)|x|^{k-n}$, $\Phi(x)$-однородная функция степени нуль, если $k < n$ или n -нечетное, $\Gamma(x) = \Phi_1(x) \ln|x|$, $\Phi_1(x)$-однородная функция степени нуль, если $k < n$, n -четное.

Литература

1. Асланов Г.И. О дифференциальных уравнениях с операторными коэффициентами в гильбертовых пространствах. Вестник Бакинского университета, 1993, № 1, с. 83-89.
2. Крейн С.Г. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве М. Наука. 1967.
3. Шахмуров В.Б. Коэрцитивные краевые задачи для сильно вырождающихся дифференциально-операторных уравнений. ДАН СССР, 1986, т. 290, № 3, с. 553-556.
4. Шахмуров В.Б., Азад А. Бабаев. Коэрцитивные задачи для уравнений с параметрами. ДАН СССР, т. 315, № 1, с. 37-40.
5. Шкаликов А.А. Эллиптические уравнение в гильбертовом пространстве и спектральные задачи, связанные с ними. Труды семинара им. И.Г. Петровского, 1989, вып. 14, с. 139-224.
6. Якубов С.Я. Операторно-дифференциальные уравнения и их приложения. Баку, Элм, 1985.

О ПОЛНОТЕ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ФУНКЦИЙ

Асланов Г.И., Гусейнов З.Г.

Институт математики и механики НАНА, Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

huseynov_zq@mail.ru

Рассматривается следующая система функций

$$\left\{a(t)\varphi^{n}(t) + b(t)\overline{\varphi}^{n}(t)\right\}_{n=1}^{\infty} \tag{1}$$

где $a(t)$, $b(t)$ и $\varphi(t)$ вообще говоря комплекснозначные функции.

Будем предполагать выполнения следующих условий относительно данной системы:

1) $|a(t)|$, $|b(t)|$ и $|\varphi'(t)|$ – измеримые на (a,b) и справедливо

$$\sup_{(a,b)} vrai \left\{|a(t)|^{\pm 1}; |b(t)|^{\pm 1}; |\varphi'(t)|^{\pm 1}\right\} < +\infty.$$

2) $\Gamma_{\varphi} = \varphi\{[a,b]\}$ разомкнутая, спрямляемая, простая кривая Жордана, которая не пересекает действительную ось кроме точек a и b. Обозначим через $\{\varphi_k\}$ точки разрыва функции $\arg \varphi'(t)$ на (a,b). Пусть $\Gamma = \Gamma_{\varphi} \cup \overline{\Gamma_{\varphi}}$, где $\overline{\Gamma_{\varphi}} = \overline{\varphi}\{[a,b]\}$.

3) $\alpha(t) \equiv \arg a(t)$, $\beta(t) \equiv \arg b(t)$, $\tilde{\varphi}(t) = \arg \varphi'(t)$ кусочно-непрерывные функции, на $[a,b]$, причем могут иметь бесконечное число точек разрывов первого рода. Пусть $\{\alpha_k\}$, $\{\beta_k\}$ и $\{\varphi_k\}$ – точки разрывов, соответственно, этих функций на (a,b).

4) Множество $\{\tilde{s}_k\} \equiv \{\alpha_k\} \cup \{\beta_k\} \cup \{\varphi_k\}$ может иметь единственную предельную точку $\tilde{s}_0 \in (a,b)$. Функция

$$\theta(t) \equiv \beta(t) - \alpha(t) + \frac{2}{p} \arg \varphi'(t),$$

в точке $\tilde{s}_0$ имеет справа и слева конечные пределы, где $p \in (1,+\infty)$ – некоторое число. Функции $\alpha(t), \beta(t)$ и $\arg \varphi'(t)$ непрерывны слева на (a,b).

$$0 \le \arg \varphi'(a+0) < 2\pi, \quad \left|\arg \varphi'(\varphi_k + 0) - \arg \varphi'(\varphi_k - 0)\right| < \pi.$$

5) $\sum_{i=1}^{\infty}\left|\tilde{h}_i\right| < +\infty$, где $\tilde{h}_i = \theta(\tilde{s}_i + 0) - \theta(\tilde{s}_i - 0)$.

Всюду будем считать, что система

$$v_n^{\pm}(t) \equiv a(t)\varphi^n(t) \pm b(t)\overline{\varphi}^n(t), n \in N,$$

определена на сегменте $[0,a]$. Введем следующую функцию

$$A(t) \equiv \begin{cases} a(t), t \in [0,a], \\ b(-t), t \in [-a,0], \end{cases} \quad W(t) \equiv \begin{cases} \varphi(t), t \in [0,a], \\ \overline{\varphi}(-t), t \in [-a,0], \end{cases} \quad B(t) \equiv A(-t), \quad t \in [-a,a].$$

Пусть

$$\{V_n(t)\} \equiv \left\{A(t)W^n(t); B(t)\overline{W}^n(t)\right\}_{n \in N}.$$

Имеет место следующие теоремы:

Теорема 1. *Система* $\{V_n(t)\}$ *полна (минимальна) в* $L_p(-a,a)$ *только тогда, когда системы* $\left\{v_n^+\right\}_{n\in N}$ *и* $\left\{v_n^-\right\}_{n\in N}$ *одновременно полны в* $L_p(0,a)$.

Теорема 2. *Пусть функции* $a(t)$, $b(t)$ *и* $\varphi(t)$ *удовлетворяют условиям 1)-5). Тогда система* $\left\{A(t)W^n(t); B(t)\overline{W}^k(t)\right\}_{n\in Z, k\in Z}$. *полна в* $L_p(-a,a)$ *только в том случае, если система* $\left\{v_n^-\right\}_{n\in N}$ *полна в* $L_p(0,a)$.

Литература

1. Казмин Ю.А. Замыкание линейной оболочки одной системы функций// Сиб. мат. журнал, 1977, т.18, №4, с. 799-805.
2. Билалов Б.Т. Свойства базисности в L_p систем степеней // Сиб. Мат. Журнал, 2006, т. 47, №1, с.211-223.

ОБ ОБРАТНОМ НЕКОТОРОГО ОБОБЩЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА РИССА

Бабаев Р.М.

Бакинский государственный университет, Азербайджан

Пусть

$$K_{\alpha,\beta}(t) = \frac{1}{|t|^{\alpha}(1+|t|^2)^{\beta/2}}, \quad t \in R^n \setminus \{0\},$$

где $0 < \alpha < n, \quad \beta > 0$.

Известно ([1]), что функция $\frac{1}{|t|^{\alpha}}$ $(0 < \alpha < n)$, как элемент Φ', имеет своим прообразом Фурье функцию

$$K_{\alpha}(t) = \frac{1}{\gamma_n(\alpha)}|t|^{\alpha-n},$$

где $\gamma_n(\alpha) = 2^{\alpha}\pi^{n/2}\Gamma(\alpha/2)\Gamma(\frac{n-\alpha}{2})$, а функция $\frac{1}{(1+|t|^2)^{\beta/2}}$ $(\beta > 0)$, как элемент Φ', своим прообразом Фурье - $G_{\beta}(t)$ (регулярный функционал), принадлежащий $L_1(R^n)$. Пусть

$$G_{\alpha,\beta}(t)=\int_{R^n} K_\alpha(t-x)G_\beta(x)dx, \qquad t\in R^n,$$

$$(K_{\alpha,\beta}\varphi)(t)=\int_{R^n} G_{\alpha,\beta}(t-x)\varphi(x)dx, \quad t\in R^n.$$

Теорема. Для $\varphi\in L_p(R^n)$, $1<p<\dfrac{n}{\alpha}$, справедливо $T^\beta D^\alpha K_{\alpha,\beta}\varphi=\varphi,$ где T^β, D^α - левые обратные, соответственно, потенциалов Рисса и Бесселя ([2]).

Литература

1. Гельфанд И.М., Шилов Г.Е. Пространство основных и обобщенных функций. – М, : Физматгиз, 1958.
2. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.М. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. – Минск, Издательство «Наука и техника», 1987.

ОБ Φ - РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОГО КЛАССА КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Бабаева С. Ф.

Бакинский государственный университет, Институт систем управления НАНА, Азербайджан

seva_babaeva@mail.ru

Пусть $L_2(R_+: H)$ гильбертово пространство всех вектор-функций, определенных в $R_+=(0,\infty)$ почти всюду, со значениями в H, квадратично интегрируемых, причем

$$\|f\|_{L_2(R_+:H)}=\left(\int_0^\infty \|f(t)\|^2dt\right)^{1/2}. \tag{1}$$

Обозначим через $W_2^3(R_+: H)$ следующее гильбертово пространство

$(R_+:H)=\{u(t);\ \ u'''\in L_2(R_+:H),\ \ A^3u\in (R_+:H)\}$

с нормой $\|u\|_{W_2^3(R_+:H)}=\left(\|u'''\|^2_{L_2(R_+:H)}+\left\|A^3\,u\right\|^2_{L_2(R_+:H)}\right)^{1/2}.$

Рассмотрим в сепарабельном гильбертовом пространстве H краевую задачу

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t)=\frac{d^3u}{dt^3}+\sum_{j=0}^{2}A_{3-j}u^{(j)}(t)+A^3u(t)=f(t),\ \ t\in(0;\infty)(1)$$

$$u(0)=Su, \tag{2}$$

где $f(t)$, $u(t)$ - вектор-функции, определённые в $R_+=(0,\infty)$ почти всюду, со значениями в H, а операторные коэффициенты удовлетворяют условиям:

1) $A-$ **положительно − определённый самосопряжённый оператор** в H с областью определения $D(A)$, *с вполне непрерывным обратным* A^{-1}; *здесь* $H_{5/2}=D(A^{5/2})$ *есть* гильбертово пространство с нормой $\|A^{5/2}x\|$,

$x\in D(A^{5/2})$;

2) S −линейный ограниченный оператор, действующий из пространства $W_2^3(R_+: H)$ в пространство $H_{5/2}$,

3) Операторы $B_j=A_j\cdot A^{-j}$ *вполне непрерывны в* H $(j=\overline{1,3})$.

Определим подпространство $W_{2,S}^3\,(R_+: H)$

$$W_{2,S}^3(R_+: H)=\{u:\ \ u\in W_2^3(R_+: H);\ \ u(0)=Su\}.$$

Определим в $W_{2,S}^3\,(R_+: H)$ оператор

$$P_0u=P_0(d/dt)\,u(t)=\frac{d^3u}{dt^3}+A^3\,u\,,\ u\in W_{2,s}^3(R_+;H),$$

<u>Определение.</u> Задача (1), (2) называется Φ – разрешимой, если оператор P имеет конечное ядро и коразмерность в пространстве $W^3_{2,S}(R_+: H)$ и $L_2(R_+: H)$ *соответственно, и* образ P замкнут в пространстве $L_2(R_+: H)$.

В данной работе мы укажем условия на коэффициенты краевой задачи которые обеспечивают ϕ - разрешимости задачи (1), (2). Отметим, что при $S = 0$ эта задача исследована в работе [1].

Теорема. Пусть выполняются условия 1) – 3), причем при

$s = \|S\|_{W_2^3(R_+: H)\to H_{5/2}} < 1$ и на мнимой оси существует резольвента

$P^{-1}(\lambda) = (\lambda^3 E + A^3 + \lambda^2 A_1 + \lambda A_2 + A_3)^{-1}$.

Тогда задача (1), (2) ϕ – разрешима.

Литература

1. Гасымов М.Г. О разрешимости краевых задач для одного класса операторно-дифференциальных уравнений // ДАН СССР, 1977, т. 235, №3, с.505-508.
2. Лионс Ж.Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. М.: Мир, 1971, 371 с.
3. Sevinj F. Babayeva Institute of Control Systems, Baku AZ 1141, Bakhtiyar Vahabzadeh 9, Baku State University, Baku AZ 1148, Zahid Khalilov 23, Azerbaijan, e-mail: *seva_babaeva@mail.ru*

О РЕГУЛЯРНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ВТОРОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Багирова С.М.

Гянджинский государственный университет, Азербайджан

bagirovasevindj@rambler.ru

Пусть H - сепарабельное гильбертово пространство, A - положительно определённый самосопряжённый оператор. Рассмотрим краевую задачу

$$P(d/dt) \equiv u^{(4)}(t) + A^4 u(t) + \sum_{j=0}^{4} A_{4-j} u^{(j)}(t) = f(t), t \in R_+ \qquad (1)$$

$$u(0) = Tu, \; u'(0) = 0, \qquad (2)$$

(2)где $u(t), f(t)$ вектор -функций определённый в $R_+ = (0,\infty)$ почти всюду, A_j $\left(j = \overline{0,4}\right)$ линейные операторы в H, оператор $T \in L\left(W_2^4(R_+ : H), H_{7/2}\right)$.

Определение . Если при любом $f \in L_2(R_+ : H)$ существует регулярное решение $u(t)$ уравнения (1), которое удовлетворяет граничным условиям (2) в смысле сходимости

$$\lim_{t\to+0} \|u(t) - Tu(t)\|_{7/2} = 0, \lim_{t\to+0} \|u'(t)\|_{5/2} = 0$$

и имеет место оценка

$\|u\|_{W_2^4(R_+:H)} \le const \|f\|_{L_2(R_+:H)}$, то будем говорить, что задача (1), (2) регулярно разрешима.

Мы сначала исследуем регулярную разрешимость краевой задачи

$$P_0(d/dt) = u^{(4)}(t) + A^4 u(t) = f(\mathrm{t}) \qquad (3)$$

$$u(0) = Tu, \; u'(0) = 0 \qquad (4)$$

Лемма. Пусть A положительно определённый самосопряжённый оператор, $\omega_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i), \; \omega_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}(1-i)$.

Тогда при $x \in H_{7/2}$ имеет место неравенство

$$\left\| \omega_2 e^{\omega_1 tA} x - \omega_1 e^{\omega_2 tA} x \right\|_{W_2^4(R_+:H)} \le \sqrt{3}\ \sqrt[4]{2} \|x\|_{7/2} \tag{5}$$

Теорема. Пусть A- положительно определённый самосопряженный оператор $T \in W_2^4(R_+:H), H_{7/2})$ причем $\|T\|_{W_2^4(R_+:H)\to H_{7/2}} = \chi$ и $0 \le \chi < \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{3}}$. Тогда задача (3), (4) регулярно разрешима.

Литература

1. Baqirova S.M. On the boundary Value problem for the operator-differential equation of fourth order with inteqral boundary condition / Mat. İnternational conference dedicated to the 120-th aniversary of Stefan banax 2012, pp.38-39
2. Mirzoyev S.S. On the noru sof operator sof intermediate derivatives // Transactions of NAS of Azerb, ser.of phus-tech.and math. sciences, 2003, №1, pp.157-164

О ГЛАДКИХ РЕШЕНИЯХ ОДНОГО ТИПА ОПЕРАТОРНО – ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Гамидов Э.Г.

Азербайджанский государственный педагогический университет, Азербайджан

elsadhamidov@mail.ru

Пусть H - сепарабельное гильбертово пространство, A - самосопряженный положительно определённый оператор в H. Обозначим через $L_2(R;H)$ гильбертово пространство вектор - функций $f(t)$ определенные почти всюду в $R=(-\infty,\infty)$, со значениями в H, для которых

$$\| f \|_{L_2(R;H)} = \int_{-\infty}^{\infty} \| f(t) \|^2 dt < \infty$$

Далее, следуя монографии [1] определим пространства $W_2^1(R;H)$ и $W_2^3(R;H)$:

$$W_2^1(R;H) = \left\{ u : u^{(1)} \in L_2\ (R;H),\ A^1 u \in L_2(R;H) \right\}$$

с нормой

$$\|u\|_{W_2^1(R;H)} = \left(\left\|u^1\right\|^2_{L_2(R;H)} + \left\|A^1 u\right\|^2_{L_2(R;H)} \right)^{1/2}.$$

$$W_2^3(R;H) = \left\{ u : u^{(3)} \in L_2\ (R;H),\ A^3 u \in L_2(R;H) \right\}$$

с нормой

$$\|u\|_{W_2^3(R;H)} = \left(\left\|u^{(3)}\right\|^2_{L_2(R;H)} + \left\|A^3 u\right\|^2_{L_2(R;H)} \right)^{1/2}$$

Здесь и в дальнейшем производные понимаются в смысле обобщённых функций.

Рассмотрим в H операторно - дифференциальное уравнение

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u = \frac{d^2u}{dt^2} + (pA + A_1)\frac{du}{dt} + \left(q A^2 + A_2\right)u\ (t) = f(t),\ \ t \in R. \tag{1}$$

где $f(t),\ u(t)-$ векторзначные функции со значениями в H, а операторные коэффициенты удовлетворяют условиям:

1) $A-$ положительно определённый самосопряжённый оператор.

2) Операторы $B_1 = A_1 A^{-1},\ B_2 = A_2 A^{-2}$ и $D_1 = A^3 A_1 A^{-4},\ D_2 = A^3 A_2 A^{-5}$ ограничены в H;

3) $p > 0,\ q > 0.$

Обозначим через

$$P_0(d/dt)u = \frac{d^2u}{dt^2} + pA\frac{du}{dt} + qA^2u,$$

$$P_1(d/dt)u = A_1\frac{du}{dt} + A_2u,\ u \in W_2^3(R;H),$$

Определение 1. Если при $f(t) \in W_2^1(R;H)$ существует вектор - функция $u(t) \in W_2^3(R;H)$ удовлетворяет уравнению (1) в R тождественно, то будем говорить, что она является решением уравнения (1) из класса $W_2^3(R;H)$.

Теорема 1. Пусть выполняются условия 1) и 2). Тогда уравнение

$$P_0\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) = f(t) \tag{2}$$

имеет единственное решение $u \in W_2^3(R;H)$ при любом $f \in W_2^1(R;H)$

Лемма 1. Пусть выполняются условия 1) и 3). Тогда при любом $u \in W_2^3(R;H)$ имеют место следующие неравенства

$$\|A^2u\|_{W_2^1(R;H)} \le c_0\|P_0u\|^2_{W_2^1(R;H)},$$

$$\|Au'\|_{W_2^1(R;H)} \le c_1\|P_0u\|^2_{W_2^1(R;H)},$$

где

$$c_0 = \begin{cases} \dfrac{1}{q},\ q \le \dfrac{p^2}{2} \\ \dfrac{2}{p(4q-p^2)^{1/2}},\ q \ge \dfrac{p^2}{2} \end{cases},\quad c_1 = \frac{1}{p}.$$

Лемма 2. Пусть выполняются условия 1)-3). Тогда оператор $P_1 : W_2^3(R;H) \to W_2^1$ (R;H) ограничен.

Теорема 2. Пусть выполняются условия 1)-3) и

$$q_1 = \max(\|B_1\|,\|D_1\|)\cdot c_0 + \max(\|B_2\|,\|D_2\|)\cdot c_1 < 1.$$

где числа c_0 и c_1 определены из леммы 1. Тогда уравнение (1) имеет единственное решение из $W_2^3(R;H)$ при любом $f \in W_2^1(R;H)$.

Литература

1. Лионс Ж.-Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения //М.: Мир, 1971, 371 с.
2. С. С. Мирзоев, Э.Г. Гамидов. О нормах операторов промежуточных производных в пространстве гладких вектор - функций и их приложения. // Докл. НАН Азербайджана. Том LXVII, № 3, 2011.
3. S.S.Mirzoev,E.G.Gamidov.On Smooth Solutions of Operator- Differential Equation in Hilbert Space Applied Matematical Sciences, Vol. 8,2014. no. 63,3109-3115
4. E.G.Gamidov.On a boundary value problem for second order operator-differential equations in space of smooth vector-functions. Transactions of NAS of Azerbaijan , 2013,vol.XXXIII, №4,pp.73-84.
5. E.G.Gamidov. On Solvability of a Boundary Value Problem for Second Order Operator-Differential Equations in the Space of Smooth Vector-Functions . Transactions of National Academy of Sciences of Azerbaijan,Vol.XXXV,No 1,2015 p.24-30

О РЕГУЛЯРНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Гасымова Г.М.
Бакинский государственный университет, Азербайджан
gunelqasimova@list.ru

Следуя монографии [1], определим гильбертово пространство

$$W_2^2(R_+;H)=\left\{u:\ u''\in L_2(R_+;\,H),\ \ A^2u\in L_2(R_+;\,H)\right\}$$

с нормой

$$\|u\|_{W_2^2(R_+;H)}=\left(\|u''\|^2_{L_2(R_+;H)}+\left\|A^2u\right\|^2_{L_2(R_+;H}\right)^{1/2}.$$

Обозначим через $L(X,Y)$ пространство линейных ограниченных операторов, действующих из гильбертова пространства X в гильбертово пространство Y. Предположим, что линейный оператор $T\in L(H_{3/2},\,H_{1/2})$ и рассмотрим подпространство

$$W_{2,T}^2(R_+;\,H)=\left\{u:\ u\in W_2^2(R_+;H),\ \ u'(0)=Tu(0)\right\}$$

пространства $W_2^2(R_+;H)$. Из теоремы о следах следует, что $W_{2,T}^2(R_+;H)$ - полное гильбертово пространство.Рассмотрим в сепарабельном гильбертовом пространстве H краевую задачу

$$-u''(t)+\rho(t)A^2u(t)+A_1u'(t)+A_2u(t)=f(t),\quad t\in R_+, \tag{1}$$

$$u'(0)=Tu(0). \tag{2}$$

где $u\left(t\right)$ – вектор-функция со значениями в H, а операторные коэффициенты удовлетворяют условиям:

1) A - нормальный обратимый оператор с вполне непрерывным обратным A^{-1}, спектр которого содержится в угловом секторе

$$S_\varepsilon=\left\{\lambda:\left|\arg\lambda\right|\le\varepsilon,\ 0\le\varepsilon<\frac{\pi}{2}\right\};$$

2) $\rho\left(t\right)=\begin{cases}\alpha^2,\ t\in\left(0,1\right),\\ \beta^2,\ t\in\left(1,\infty\right),\ \ \alpha,\beta>0;\end{cases}$

3) $T\in L\left(H_{3/2},H_{1/2}\right)$;

4) $B_1=A_1A^{-1},\ B_2=A_2A^{-2}$ - ограниченные операторы в H.

Определение. Если при любом $f(t)\in L_2(R_+:H)$ существует функция $u(t)\in W_2^2(R_+:H)$, удовлетворяющая уравнению (1) почти всюду в R_+, почти всюду граничному условию (2) в смысле сходимости в $H_{1/2}$, т.е.

$$\lim_{t\to+0}\left\|u'(t)-Tu(t)\right\|_{1/2}=0$$

и оценке $\|u\|_{W_2^2(R_+:\,H)}\le const\|f\|_{L_2(R_+:\,H)}$, то будем говорить, что задача (1), (2) *регулярно разрешима.*

Теорема. *Пусть оператор*

$$T_{\alpha,\beta}=\left(E+\frac{\beta-\alpha}{\beta+\alpha}e^{-2\alpha A}\right)+\frac{1}{\alpha}A^{-1}T\left(E-\frac{\beta-\alpha}{\beta+\alpha}e^{-2\alpha A}\right)$$

обратим в $H_{3/2}$. *Тогда оператор* P_0 *осуществляет изоморфизм между пространствами* $W_{2,T}^2(R_+:H)$ *и* $L_2(R_+:H)$.

Используя представление

$$T_{\alpha,\beta}=\left[\left(E+\frac{\beta-\alpha}{\beta+\alpha}e^{-2\alpha A}\right)\left(E-\frac{\beta-\alpha}{\beta+\alpha}e^{-2\alpha A}\right)^{-1}+\frac{1}{\alpha}A^{-1}T\right]\left(E-\frac{\beta-\alpha}{\beta+\alpha}e^{-2\alpha A}\right)$$

и обратимость оператора $E-\frac{\beta-\alpha}{\beta+\alpha}e^{-2\alpha A}$ в $H_{3/2}$, из теоремы 1 вытекает

Следствие. *Пусть* $\operatorname{Re}A^{-1}T\geq 0$ *в* $H_{3/2}$. *Тогда* $T_{\alpha,\beta}$ *обратим в* $H_{3/2}$, *т.е. утверждения теоремы остается в силе.*

Отметим, что краевая задача (1), (2) исследована в работе автора [2].

Литература

1. Лионс Ж.-Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения, Москва, Мир, 1971, 371 с.
2. С.С.Мирзоев, А.Р.Алиев, Г.М.Гасымова. Условия разрешимости одной краевой задачи с операторными коэффициентами и связанные с ними оценки норм операторов промежуточных производных, Доклады Академии Наук, 2016, том 470, №5, с.511-513.

О СХОДИМОСТИ СПЕКТРАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ФУНКЦИИ ИЗ КЛАССА $W_1^1(G)$ ПО СОБСТВЕННЫМ ФУНКЦИЯМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ЧЕТНОГО ПОРЯДКА

Годжаева Х.Р.

Азербайджанский государственный педагогический университет, Азербайджан

mehdizade_xedice@gmail.com

В работе рассматривается обыкновенный дифференциальный оператор четного порядка на интервале $G=(0,1)$. Исследуется абсолютная и равномерная сходимости ортогонального разложения абсолютно непрерывной функции по собственным функциям данного оператора на отрезке $\overline{G}$ и устанавливается скорость равномерной сходимости этого разложения.

Рассмотрим на интервале $G=(0,1)$ оператор

$$Lu=u^{(2m)}+P_2(x)u^{(2m-2)}+...+P_{2m}(x)u$$

с действительными коэффициентами $P_l(x)\in L_1(G), l=\overline{2,2m},\ m\geq 1$.

Обозначим через $D_{2m}(G)$ класс функций абсолютно непрерывных вместе со своими производными до $(2m-1)$-го порядка включительно на отрезке $\overline{G}=[0,1]$ $\left(D_{2m}(G)\equiv W_1^{2m}(G)\right)$.

Под собственной функцией оператора L, отвечающей собственному значению λ, будем понимать любую тождественную не равную нулю функцию $y(x)\in D_{2m}(G)$, удовлетворяющую почти всюду в G уравнению $Ly+\lambda y=0$ (см. [1]).

Пусть $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ полная ортонормированная в $L_2(G)$ система, состоящая из собственных функций оператора L, а $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ соответствующая система собственных значений, причем $(-1)^{m+1}\lambda_k\geq 0$.

Обозначая $\mu_k=\left((-1)^{m+1}\lambda_k\right)^{1/2m}$ введем частичную сумму ортогонального разложения функции $f(x)\in W_1^1(G)$ по системе $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$:

$$\sigma_\nu(x,f)=\sum_{\mu_k\leq\nu}f_k u_k(x),\qquad \nu>0,$$

где $f_k=(f,u_k)=\int_0^1 f(x)\overline{u_k(x)}\,dx$.

В работе доказывается следующая теорема

Теорема. *Пусть* $f(x)\in W_1^1(G)$ *и выполняются условия*

$$\left|f(x)\overline{u_k^{(2m-1)}(x)}\Big|_0^1\right|\le C(f)\mu_k^\alpha,\ \ 0\le\alpha<2m-1,\ \ \mu_k\ge 4\pi \tag{1}$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} n^{-1}\omega_1\left(f',n^{-1}\right)<\infty. \tag{2}$$

Тогда спектральное разложение функции $f(x)$ *по системе* $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *сходится абсолютно и равномерно на* $\overline{G}=[0,1]$ *и справедлива оценка*

$$\max_{x\in\overline{G}}\left|\sigma_\nu(x,f)-f(x)\right|\le const\left\{C(f)\nu^{\alpha-2m+1}+\sum_{n=[\nu]}^{\infty}n^{-1}\omega_1\left(f',n^{-1}\right)+\left(\|f\|_\infty+\|f'\|_1\right)\nu^{-1}\sum_{l=2}^{2m}\|P_l\|_1\nu^{2-l}+\nu^{-1}\|f'\|_1\right\}, \tag{3}$$

где $\nu\ge 2$, $\omega_1(\cdot,\delta)$ *- модуль непрерывности в* $L_1(G)$, $\|\cdot\|_r=\|\cdot\|_{L_r(G)}$, $r\ge 1$, $const$ *не зависит от функции* $f(x)$.

Отметим, что подобные результаты для оператора второго порядка установлены в работах [2]-[4], а для оператора четвертого порядка данная теорема доказана в работе [5].

Следствие 1. *Если в теореме функция* $f(x)\in W_1^1(G)$ *удовлетворяет условию* $f(0)=f(1)=0$, *то условие (1) выполняется заведомо (с константой* $C(f)=0$ *) и её спектральные разложение сходится абсолютно и равномерно на отрезке* $\overline{G}=[0,1]$.

Следствие 2. *Если в теореме функции* $f(x)\in W_1^1(G)$ *удовлетворяет условиям* $f(0)=f(1)=0$ *и* $f'(x)\in H_1^\beta(G), 0<\beta<1$, *(*$H_1^\beta(G)$ *- класс Никольского), то её спектральное разложение сходится абсолютно и равномерно на* $\overline{G}=[0,1]$ *и выполняется оценка*

$$\max_{x\in\overline{G}}\left|f(x)-\sigma_\nu(x,f)\right|\le const\,\nu^{-\beta}\|f'\|_1^\beta,$$

Где $\|f'\|_1^\beta=\|f'\|_1+\sup\limits_{\delta>0}\dfrac{\omega_1(f',\delta)}{\delta^\beta}$.

Литература

1. Ильин В.А. Необходимые и достаточные условия базисности и равносходимости с тригонометрическим рядом спектральных разложений I //Дифференц. уравнения. 1980, т.16,№5, с.771-794.
2. Kurbanov V.M.,Safarov R.A. On uniform convergence of orthogonal expansions in eigenfunctions of Sturm-Liouville operator //Trans.of NAS of Azerbaijan, 2004, v.XXIV,N1, p.161-167.
3. Lazetic N.L. On uniform convergence on closed intervals of spectral expansions and their derivatives for functions from $W_p^{(1)}$ // Matematichki vestnik, 2004 (56), p.91-104.
4. Курбанов В.М., Гараева А.Т. Абсолютная и равномерная сходимость разложений по корневым вектор-функциям оператора Шредингера с матричным потенциалом
// ДАН, 2013, т.450,№3, с.268-270.
5. Kurbanov V.M., Huseynova Y.İ.On convergence of spectral expansion of absolutely continuous vector-functions ineigen vector-functions of fourth order differential-operator //Trans . of NAS of Azerbaijan , V. XXXİV , №1 , pp.83-90.

БАЗИСНОСТЬ ВОЗМУЩЕННОЙ СИСТЕМЫ ЭКСПОНЕНТ В ПРОСТРАНСТВЕ МОРРИ-ЛЕБЕГ

Гулиева А.А.

Институт математики и механики НАН Азербайджана, Азербайджан

aida.quliyeva@imm.az

В работе рассматривается краевая задача Римана с кусочно-непрерывным коэффициентом в классах Морри-Харди. Полученные результаты применяются к изучению базисных свойств систем экспонент с кусочно-линейной фазой в пространстве Морри-Лебега.

Рассмотрим следующую однородную задачу Римана в классах $\left(H_+^{p,\alpha};\ {}_mH_-^{p,\alpha}\right)$:

$$\begin{cases} F^+(\tau)-G(\tau)F^-(\tau)=0\ ,\tau\in\gamma, \\ F^+(z)\in H_+^{p,\alpha}\ ;\ F^-(z)\in {}_mH_-^{p,\alpha}\ , \end{cases} \tag{1}$$

где $G(e^{it})=|G(e^{it})|e^{i\theta(t)}$, $\theta(t)=\arg G(e^{it}), t\in[-\pi,\pi)$.Рассматривается неоднородная краевая задача Римана

$$F^{+}(\tau)-G(\tau)F^{-}(\tau)=f(\arg\tau), \tau\in\partial\omega, \tag{2}$$

в классах Харди-Морри $H_{+}^{p,\alpha}\times{}_{m}H_{-}^{p,\alpha}, \alpha\in(0,1)$, $1<p<+\infty$, где $f\in L^{p,\alpha}$ - некоторая заданная функция.

Доказывается следующее

Теорема 1. *Пусть коэффициент* $G(\cdot)$ *задачи (2) удовлетворяет условиям*

i) $G^{\pm1}\in L_{\infty}(\gamma)$;

ii) $\theta(t)\equiv\arg G(e^{it})-$ *кусочно непрерывна на* $[-\pi,\pi], \{s_k\}_1^r: -\pi<s_1<\ldots<s_r<\pi-$ *точки разрыва,* $h_k=\theta(s_k+0)-\theta(s_k-0)$, $k=\overline{1,r}-$ *соответствующие скачки,* $h_0=\theta(-\pi)-\theta(\pi)$, *и*

$$h_k=\theta(s_k+0)-\theta(s_k-0), k=\overline{1,r};$$

скачки функции $\theta(t)\equiv\arg G(e^{it})$ *в точках разрыва*

$$\{s_k\}_1^r\subset(-\pi,\pi);\ h_0=\theta(-\pi)-\theta(\pi).$$

Предположим, что выполнены неравенства

$$-\frac{\alpha}{q}\le\frac{h_k}{2\pi}<\frac{\alpha}{p},\ k=\overline{0,r}. \tag{3}$$

Тогда относительно разрешимости неоднородной задачи (2) в классе $H_{+}^{p,\alpha}\times{}_{m}H_{-}^{p,\alpha}$ *имеют место:*

α) *при* $m\ge-1$ *задача (2) имеет общее решение* $F(\cdot)$ *вида*

$$F(z)=Z(z)P_m(z)+F_1(z),$$

где $Z(\cdot)$ *- каноническое решение однородной задачи (1),* $P_m(\cdot)$ *- произвольный полином степени* $k\le m$; $F_1(\cdot)$ *- частное решение вида*

$$F_1(z)=\frac{Z(z)}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{f(t)}{Z^{+}(e^{it})}K_z(t)dt, \tag{4}$$

$K_z(\cdot)$ *- ядро Коши,* $f\in L^{p,\alpha}$ *- произвольная функция;*

β) *при* $m<-1$ *неоднородная задача (2) разрешима тогда и только тогда, когда имеют место условия ортогональности*

$$\int_{-\pi}^{\pi}\frac{f(t)}{Z^{+}(e^{it})}e^{ikt}dt=0,\ k=\overline{1,-m-1}; \tag{5}$$

и $F(z)\equiv F_1(z)$ *является единственным решением этой задачи.*

КОЭРЦИТИВНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРНЫХ ПУЧКОВ

Гусейнов З. Г, Мамедов М. М., Сулейманов С. Е.

Сумгаитский государственный университет, Бакинский государственный университет

Агджабединский филиал АГПУ, Азербайджан

integral_59@mail.ru

Пусть H и H^{ν}, $\nu=1,2,\ldots,m$, гильбертовы пространства. Рассмотрим в H систему операторных пучков

$$\begin{aligned}&L(\lambda)u=\lambda u+Au=f,\ \ f\in H,\\&L_\nu(\lambda)u=\lambda C_\nu u+B_\nu u=g_\nu,\ \nu=1,\ldots,s\quad g_\nu\in H^{\nu},\\&C_\nu u=0,\ \ \nu=s+1,\ldots,m.\end{aligned} \tag{1}$$

Точка λ комплексной плоскости называется регулярной точкой пучка

$$Z(\lambda)=(L(\lambda), L_1(\lambda),..., L_s(\lambda), C_{s+1},..., C_m)$$

действующего из H в $H \overset{S}{\underset{\nu=1}{\oplus}} H^{\nu} \overset{m}{\underset{S+1}{\oplus}} \{0\}$, если оператор $Z(\lambda)$ имеет ограниченный обратный $Z^{-1}(\lambda)$, определенный во всем пространстве $H \overset{S}{\underset{\nu=1}{\oplus}} H^{\nu} \overset{m}{\underset{S+1}{\oplus}} \{0\}$. При этом

$$D(Z(\lambda))=\{u;\ u\in H^{\nu};\ L(\lambda)u\in H^{\nu};\ L_{\nu}(\lambda)u\in H^{\nu};\ \nu=1,..., s;\ C_{\nu}u=0;\ \nu=s+1,...m\}.$$

Имеет место следующая теорема.

Теорема 1. Предположим, что выполняются следующие условия;

1. A –замкнутый оператор с плотной областью определения в пространстве H;
2. $C_{\nu}\in\sigma_P(H(A),H^{\nu}),\ \nu=1,2,\ldots,S,$ $\begin{matrix} B_{\nu}\in B(H(A),H^{\nu}),\ \nu=1,2,\ldots,S \\ C_{\nu}\in B(H(A),H^{\nu}),\ \nu=S+1,\ldots,m \end{matrix}$;
3. Оператор $\Omega: u\to\Omega u=(Au,\ C_1u,\ldots,C_mu)$ является обратимым оператором из $H(A)$ в $H \overset{m}{\underset{\nu=1}{\oplus}} H^{\nu}$;
4. Спектр $Z(\lambda)$ лежит в множестве K и при $\lambda\notin K$

$$\left\|Z^{-1}(\lambda)\right\|_{B\left(H \overset{S}{\underset{\nu=1}{\oplus}} H^{\nu} \overset{m}{\underset{\nu=S+1}{\oplus}} \{0\}, H\right)} \le C|\lambda|^{-1},\ |\lambda|\to\infty.$$

Здесь $K=\left\{\lambda:|\lambda|<r\cup\{\lambda:|\arg\lambda|<\theta,\ 0<\theta<\frac{\pi}{2p}\right\}$.

Тогда оператор $Z_s(\lambda): u\to Z_s(\lambda)u=(L(\lambda)u, L_1(\lambda)u,..., L_s(\lambda)u)$ является изоморфизмом из $H(A)$ в $H \bigoplus_{\nu=1}^{s} H^{\nu}$ и для решения задачи (1) справедлива следующая оценка

$$\|u\|_{H(A)}+|\lambda|\left(\|u\|_H+\sum_{\nu=1}^{s}\|C_{\nu}u\|_{H^{\nu}}\right)\le C\left(\|f\|_H+\sum_{\nu=1}^{s}\|g_{\nu}\|_{H^{\nu}}\right) \qquad (2)$$

Литература

1. Якубов С.Я. Линейные дифференциально-операторные уравнения и их приложения. Баку, Элм, 1985.
2. Маркус А.С. Введение в спектральную теорию полиноминальных операторных пучков. Кишинев, Штиинца, 1986.
3. Мамедов М.М. Коерцитивная разрешимость задачи для обыкновен-ных дифференциальных уравнений с линейными параметрами, Баку 2000, Азербайджанский научно-исследовательский институт научно-технической информации (АзНИИНТИ) Депонированная рукопись, №2655-Аз, стр 2-13.

ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ ДЛЯ АНГАРМОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Гусейнов И.М ., Мамедова А.Ф.

Бакинский государственный университет, Институт математики и механики НАН Азербайджана, Гянджинский Государственный Университет, Азербайджан

hmhuseynovov@gmail.com

Известно [1], что при изучении обратной задачи рассеяния для возмущенного ангармонического уравнения особую роль играет исследование невозмущенного уравнения. Настоящая работа посвящена исследованию задачи рассеяния для ангармонического уравнения на всей оси.

Рассмотрим уравнение

$$-y''-x^2y=\lambda y, \qquad -\infty<x<+\infty. \qquad (1)$$

Известно, что (см., напр., [1], [2]) уравнение (1) имеет решение вида $\phi_0(x,\lambda)=D_{\frac{i\lambda}{2}-\frac{1}{2}}\left(\sqrt{2}e^{-\frac{i\pi}{4}}x\right)$,

где $U(a,x)=D_{-a-\frac{1}{2}}(x)$- функция параболического цилиндра.

Причем поведение функции $D_\nu(z)$ для больших значений $|z|$ и фиксированного значения λ определяется [1] асимптотической формулой $D_\nu(z)=z^\nu e^{-\frac{z^2}{4}}\left(1+O\left(\frac{1}{z}\right)\right), z\to\infty, |\arg z|<\frac{3\pi}{4}$. Из последней формулы следует, что функция $\phi_0(x,\lambda)$ имеет порядок $O\left(x^{-\frac{1}{2}-\mathrm{Im}\lambda}\right)$ и, значит, она принадлежит $L_2(0,\infty)$ при $\mathrm{Im}\lambda>0$. Очевидно, что функция $\phi_0(-x,\lambda)$ также является решением уравнения (1) и при $\mathrm{Im}\lambda>0$ принадлежит $L_2(-\infty,0)$. Изучим, теперь связь между этими решениями. Заметим, прежде всего, что при действительных значениях λ решениями уравнения (1) являются также $\overline{\phi_0(x,\lambda)}$ и $\overline{\phi_0(-x,\lambda)}$. Легко проверить, что для вронскиана этих решений верна формула $W\left\{\phi_0(x,\lambda),\overline{\phi_0(x,\lambda)}\right\}=\phi_0(x,\lambda)\overline{\phi_0'(x,\lambda)}-\phi_0'(x,\lambda)\overline{\phi_0(x,\lambda)}=-i\sqrt{2}e^{\frac{\pi\lambda}{4}}$. Поэтому при действительных значениях λ любое решение уравнения (1) может быть представлено в виде линейной комбинации $\phi_0(x,\lambda)$ и $\overline{\phi_0(x,\lambda)}$. Следовательно, имеет место тождество

$$\phi_0(-x,\lambda)=a_0(\lambda)\overline{\phi_0(x,\lambda)}+b_0(\lambda)\phi_0(x,\lambda). \tag{2}$$

При этом коэффициенты $a_0(\lambda), b_0(\lambda)$ определяются соотношениями

$$a_0(\lambda)=\frac{W\{\phi_0(x,\lambda),\phi_0(-x,\lambda)\}}{W\left\{\phi_0(x,\lambda),\overline{\phi_0(x,\lambda)}\right\}}=i\frac{\sqrt{2\pi}e^{-\frac{i\pi}{4}}}{e^{\frac{\pi\lambda}{4}}\Gamma\left(\frac{1}{2}-\frac{i\lambda}{2}\right)} \tag{3}$$

$$b_0(\lambda)=\frac{W\left\{\phi_0(-x,\lambda),\overline{\phi_0(x,\lambda)}\right\}}{W\left\{\phi_0(x,\lambda),\overline{\phi_0(x,\lambda)}\right\}}=ie^{-\frac{\pi\lambda}{2}}. \tag{4}$$

Функцию $r_0^+(\lambda)=\frac{b_0(\lambda)}{a_0(\lambda)}$ и $r_0^-(\lambda)=-\frac{\overline{b_0(\lambda)}}{a_0(\lambda)}$ назовем правым и левым коэффициентами отражения невозмущенного уравнения (1). Так как $\overline{b_0(\lambda)}=-b_0(\lambda)$, то в данном случае коэффициенты отражения равны между собой: $r_0^+(\lambda)=r_0^-(\lambda)=r_0(\lambda)$, причем

$$r_0(\lambda)=\frac{e^{\frac{i\pi}{4}}\Gamma\left(\frac{1}{2}-\frac{i\lambda}{2}\right)}{\sqrt{2\pi}e^{\frac{\pi\lambda}{4}}}.$$

Теорема. *Коэффициент отражения $r_0(\lambda)$ является непрерывной функцией на всей действительной оси и имеют место соотношения*

$$|r_0(\lambda)|<1,\quad |r_0(\lambda)|\sim\begin{cases}e^{-\frac{\pi\lambda}{2}}, \lambda\to+\infty.\\ 1, \lambda\to-\infty\end{cases}$$

Литература

1. Гасымов М.Г., Мустафаев Б.А. Обратная задача рассеяния для ангармонического уравнения на полуоси // ДАН СССР, 228, 1976, №1, с. 321-323
2. Абрамович М. , Стиган И. Справочник по специальным функциям, М.:, Наука, 1979.
3. Титчмарш Э.Ч. Разложения по собственным функциям, связанные с дифференциальными уравнениями II порядка. т.1, Москва, 1960.

О РАЗЛОЖЕНИИ СО СКОБКАМИ ПО СОБСТВЕННЫМ И ПРИСОЕДИНЕННЫМ ВЕКТОРАМ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОПЕРАТОРОВ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Джабарзаде Р. М., Джабраилова А.Н.
Институт математики и механики НАН Азербайджана, Азербайджан
afet.cebrayilova@mail.ru

Рассматривается многопараметрическая система операторов

$$\begin{cases} A_i(\lambda) = A_{io} + \lambda_1 A_{i,1} + \ldots + \lambda_n A_{i,n} \\ i = 1,2,\ldots,n \end{cases}, \tag{1}$$

где $A_{i,k}$ -линейные ограниченные операторы в гильбертовом пространстве

$$H_i, \lambda = (\lambda_1,\ldots,\lambda_n) \in C^n;\ H = H_1 \otimes \ldots \otimes H_n,\ i = 1,\ldots,n;\ k = 0,1,\ldots,n.$$

Доказывается

Теорема. Пусть выполнены следующие условия:

а) операторы $A_{i,k}$ ограничены, $Ker\Delta_o = 0$,

б) оператор Γ_s вполне непрерывен, существует последовательность замкнутых контуров μ_k, радиусы которых $\rho(\mu_k) \to \infty$, $k \to \infty$, таких, что для всех $\lambda_i \in \mu_k$ и хотя бы для одного значения числа S справедливо неравенство

$$\left\| (E - \lambda_s \Gamma_s)^{-1} \right\| < C|\lambda|_s^m,\ (m \geq 2 \text{ целое число}),\ \lambda_i \in \mu_k. \tag{2}$$

Тогда имеет место разложение со скобками по системе собственных и присоединенных векторов многопараметрической системы (1) в области значений оператора $(\Gamma_s)^{m-1}$, здесь $\Gamma_i = \Delta_0^{-1}\Delta_i$, где Δ_i аналоги определителей Крамера [1,2,3].

Литература

1. Sleeman B Atkinson F.V. Multiparameter spectral theory. Bull. Amer. Math. Soc., 1968, 74, p. 1-271.
2. Browne P.J. Multiparameter spectral theory. Indiana Univ. Math. J., 24, 3, 1974.
3. .D. Multiparameter spectral theory in Hilbert space. Pitnam Press, London, 1978, p. 118.

О ПОРЯДКЕ СХОДИМОСТИ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛОВ ГЕГЕНБАУЭРА В МЕТРИКЕ $L_{p,\mu}[-1;1](p \geq 1)$

Джафарова С. А.
Азербайджанского государственного экономического университета, Азербайджан
saadat_jafarova@unec.edu.az, aychin_aliyeva@mail.ru

Определение 1. Обобщенным интегральным модулем непрерывности в $L_{p,\mu}[-1;1](p \geq 1)$ назовем величину

$$\Omega_f(\delta)_{p,\mu} = \sup_{0<c\delta\leq\pi} \frac{\omega(c\delta)_{p,\mu}}{(1+c)^2},$$

где

$$\omega_f(\delta)_{p,\mu} = \sup_{0\leq t\leq\delta} \left\| A_t^\lambda f - f \right\|_{p,\mu}$$

Подобная величина впервые была введена Ар.С.Джафаровым в работе $[1]$, в связи с доказательством прямых и обратных теорем теории приближений на сфере.

Нами доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. Пусть $f \in L_{p,\mu}[-1;1](p \ge 1)$. Если метод $\Phi[2]$ удовлетворяет условиям :

$$\lim_{\tau\to\tau_0} \varphi_n(\tau) = 1 \qquad (n = 1,2\ldots)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)\left|\Delta^2\varphi_n(\tau) \le c\right|,$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)^{\lambda}\left|\Delta^2\varphi_n(\tau)\right| = o(1), \quad \tau \to \tau_0 ,$$

то при $0 < \lambda < 1$справедлива оценка

$$\left\| f - L_\tau^\lambda(f)\right\|_{p,\mu} = O(1)\Omega_f(\delta_\tau)_{p,\mu},$$

$$\delta_\tau^2 = \int_0^\pi \left|K_\tau^\lambda(t)\right| t^2 \sin^{2\lambda} tdt \to 0, \ \tau \to \tau_0$$

Теорема 2. Пусть $f \in L_{p,\mu}[-1;1](p \ge 1)$. Если ядро $K_\tau^\lambda(t)[2]$ положительно и $\lim\limits_{\tau\to\tau_0} \varphi_1(\tau) = 1$, то справедлива оценка

$$\left\| f - L_\tau^\lambda(f)\right\|_{p,\mu} = O(1)\Omega_f\left(\sqrt{1-\varphi_1(\tau)}\right)_{p,\mu}, \quad \tau \to \tau_0$$

Теорема 3. Пусть $0 < \lambda < 1$. Тогда $\forall f \in L_{p,\mu}[-1;1](p \ge 1)$ справедливы оценки

$$\left\| f - \sigma_n^{\delta,\lambda}(f)\right\|_{p,\mu} = O(1)\begin{cases} n^{\lambda-\delta}\sum\limits_{k=1}^{n}\Omega_f\left(\dfrac{1}{k}\right)_{p,\mu}, & \lambda < \delta < \lambda+1 \\ \dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\Omega_f\left(\dfrac{1}{k}\right)_{p,\mu}, & \delta \ge \lambda+1 \end{cases}$$

Следствие 1. Пусть $0 < \lambda < 1$, а $f \in L_{p,\mu}[-1;1](p \ge 1)$. Если

$$\left\| A_t^\lambda f - f\right\|_{p,\mu} = O(t^\gamma),$$

то при $\lambda < \delta < \lambda + 1$ справедлива оценка

$$\left\| f - \sigma_n^{\delta,\lambda}(f)\right\|_{p,\mu} = O(1)\begin{cases} n^{\lambda+1-\delta-\gamma}, & 0 < \gamma < 1 \\ n^{\lambda-\delta}\ln n, & \gamma = 1 \\ n^{\lambda-\delta}, & \gamma > 1 \end{cases}$$

а при $\delta \ge \lambda + 1$

$$\left\| f - \sigma_n^{\delta,\lambda}(f)\right\|_{p,\mu} = O(1)\begin{cases} n^{-\gamma}, & 0 < \gamma < 1 \\ \dfrac{1}{n}\ln n, & \gamma = 1 \\ \dfrac{1}{n}, & \gamma > 1 \end{cases}$$

Литература.

1. Джафаров Ар.С. Сферический модуль непрерывности и наилучшее приближение функций на сфере посредством сферических сумм. // Изд. АН Азерб.ССР. 1968 №5-с.3-8
2. Джафарова С.А. О порядке сходимости сингулярных интегралов Гегенбауэра, Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları III Respublika elmi konfransının materialları, 15-16 dekabr 2016, Sumqayıt-2016, səh.69

ПРЯМАЯ ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ ПЯТИ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА НА ПОЛУОСИ С ТРЕМЯ ЗАДАННЫМИ РАССЕЯННЫМИ ВОЛНАМИ

Искендеров Н.Ш., Алимарданова К.А.
Бакинский государственный университет, Институт математики и механики НАН Азербайджана, Азербайджан
nizameddin_isgenderov@mail.ru, kalimardanova@yahoo.com

На полуоси $x \geq 0$ рассмотрим систему уравнений вида:

$$\xi_i \frac{\partial u_i(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial u_i(x,t)}{\partial x} = \sum_{j=1}^{5} c_{ij}(x,t) u_j(x,t), \quad i = \overline{1,5}, \; -\infty < t < +\infty \tag{1}$$

где $c_{ij}(x,t)$-комплекснозначные, измеримые по x и t функции, удовлетворяющие условиям:

$$|c_{ij}(x,t)| \leq c[(1+|x|)(1+|t|)]^{-1-\varepsilon}, \; c > 0, \; \varepsilon > 0 \tag{2}$$

причем

$$c_{ii}(x,t) = 0, \; i = \overline{1,5} \quad \xi_1 > \xi_2 > 0 > \xi_3 > \xi_4 > \xi_5.$$

В работе [1] изучены случаи $n = 2, n = 3$ и $n > 3$. Случай $n = 4$ исследован в работе [2], а $n = 5$, когда имеются две падающие и три рассеянные волны, в работе [3].

Всякое существенно ограниченное решение $u(x,t) = \{u_1(x,t), ..., u_5(x,t)\}$ системы (1) с коэффициентами, удовлетворяющими условиям (2), допускает на полуоси следующие асимптотические представления:

$$\begin{cases} u_j(x,t) = a_j(t + \xi_j x) + o(1), & j = 1,2, \\ u_j(x,t) = b_j(t + \xi_j x) + o(1), & j = 3,4,5, \quad x \to +\infty, \end{cases} \tag{3}$$

где $a_j(s) \in L_\infty(R)$, $j = 1,2$, $R = (-\infty, +\infty)$ - определяют падающие волны, а $b_j(s) \in L_\infty(R)$, $j = 3,4,5$ - рассеянные.

Задача рассеяния для системы уравнений (1) ставится следующим образом: найти решение $u(x,t)$
системы по заданным рассеянным волнам $b_3(s)$, $b_4(s)$, $b_5(s) \in L_\infty(R)$ и граничным условиям в нуле:

$$I. \quad \begin{cases} u_1^1(0,t) = u_3^1(0,t) + u_4^1(0,t), \\ u_2^1(0,t) = u_5^1(0,t); \end{cases} \tag{4}$$

$$II. \quad \begin{cases} u_1^2(0,t) = u_3^2(0,t) + u_5^2(0,t), \\ u_2^2(0,t) = u_4^2(0,t); \end{cases} \tag{5}$$

$$III. \quad \begin{cases} u_1^3(0,t) = u_4^3(0,t) + u_5^3(0,t), \\ u_2^3(0,t) = u_3^3(0,t); \end{cases} \tag{6}$$

Задача рассеяния для k-ой задачи $(k = 1,2,3)$ эквивалентна следующей системе интегральных уравнений:

$$\begin{cases} u_i^k(x,t) = a_i^k(t + \xi_i x) + \int_x^{+\infty} \sum_{j=1}^{5} c_{ij}(y, t + \xi_i(x-y)) u_j^k(y, t + \xi_i(x-y)) dy, & i = 1,2, \\ u_i^k(x,t) = b_i^k(t + \xi_i x) + \int_x^{+\infty} \sum_{j=1}^{5} c_{ij}(y, t + \xi_i(x-y)) u_j^k(y, t + \xi_i(x-y)) dy, & i = 3,4,5. \end{cases} \tag{7}$$

Здесь $a_i^k(s)\,(i = 1,2;\; k = \overline{1,3})$ выражаются через $b_i^k(s)\,(i = \overline{3,5};\; k = \overline{1,3})$. Таким образом, в пространстве $L_\infty(R^2, C^3)$ строятся операторы $S_k\,(k = \overline{1,3})$, переводящие $b^k(s)$ в $a^k(s)$

$$s_k\begin{pmatrix} b_3^k(s) \\ b_4^k(s) \\ b_5^k(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^k(s) \\ a_2^k(s) \end{pmatrix}$$

Оператор $S=(S_1,S_2,S_3)$ называется оператором рассеяния для системы (1) на полуоси $x\geq 0$. С помощью системы интегральных уравнений (7) доказана.

Теорема. Если коэффициенты $c_{ij}(x,t),\ i,j=\overline{1,5}$ системы (1) удовлетворяют условиям (2), тогда на полуоси $x\geq 0$ существует единственное решение задачи рассеяния для этой системы с произвольными заданными рассеянными волнами $b_3^k(s),\,b_4^k(s),\ b_5^k(s)\in L_\infty(R)$.

Литература

1. Нижник Л.П. Обратные задачи рассеяния для гиперболических уравнений. Киев, Наукова думка, 1991, 232 с.
2. Искендеров Н.Ш. Нестационарные обратные задачи рассеяния для системы гиперболических уравнений первого порядка на полуоси, Баку, Елм, 2000, 185 с.
3. Iskenderov N.Sh., Jabbarova K.A. The inverse scattering problem for the system of five first order hyperbolic equations on semi-axis. Transactions of NASA, 2005, v. XXV, N 7, pp. 41-54.

ОБ ОБОБЩЕНИИ БЕССЕЛЕВЫХ И ГИЛЬБЕРТОВЫХ СИСТЕМ В НЕСЕПАРАБЕЛЬНЫХ БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Исмайлов М.И.

Бакинский государственный университет, Институт математики и механики НАН Азербайджана, Азербайджан

miqdadismailov1@rambler.ru

В работе изучается обобщение бесселевых и гильбертовых систем в несепарабельных банаховых пространствах, приводятся их критерии.

Пусть X - несепарабельное банахово пространство, I - некоторое несчетное множество индексов. Пусть K - несепарабельное банахово пространство систем $\lambda=\{\lambda_\alpha\}_{\alpha\in I}$ скаляров с не более чем счетным числом ненулевых элементов. Пространство K назовем CB-пространством, если система $\{\delta_\alpha\}_{\alpha\in I}\subset K$, $\delta_\alpha=\{\delta_{\alpha\beta}\}_{\beta\in I}$, образует несчетный безусловный базис в K, т.е. $\forall\lambda=\{\lambda_\alpha\}_{\alpha\in I}$

ряд $\sum\limits_{\alpha\in I}\lambda_\alpha\delta_\alpha$ безусловно сходится в K к элементу λ.

Рассмотрим минимальную систему $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}\subset X$ с биортогональной системой $\{x_\alpha^*\}_{\alpha\in I}\subset X^*$. Введем следующее определение.

Определение. *Пару* $\{x_\alpha;x_\alpha^*\}$ *назовем*

1) K*-бесселевым в* X*, если* $\forall x\in X$ $\{x_\alpha^*(x)\}_{\alpha\in I}\in K$;

2) K*-гильбертовым в* X*, если* $\forall\lambda=\{\lambda_\alpha\}_{\alpha\in I}\in K$ $\exists x\in X:\ \lambda=\{x_\alpha^*(x)\}_{\alpha\in I}$.

Справедливы следующие теоремы.

Теорема 1. *Пусть* K *-* CB*-пространство с несчетным безусловным базисом* $\{\delta_\alpha\}_{\alpha\in I}$*. Тогда для того, чтобы пара* $\{x_\alpha;x_\alpha^*\}$ *являлась* K*-бесселевым в* X *необходимо, а в случае полноты* $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ *в* X*, то и достаточно существование* $T\in L(X,K)$ *такой, что* $Tx_\alpha=\delta_\alpha$, $\forall\alpha\in I$.

Теорема 2. *Пусть* K - CB*-пространство с несчетным безусловным базисом* $\{\delta_\alpha\}_{\alpha\in I}$. *Тогда для того, чтобы пара* $\{x_\alpha; x_\alpha^*\}$ *являлась* K*-гильбертовым в* X *достаточно, а в случае полноты* $\{x_\alpha^*\}_{\alpha\in I}$ *в* X^*, *то и необходимо существование оператора* $T \in L(K, X)$ *такой, что* $T\delta_\alpha = x_\alpha$, $\forall \alpha \in I$.

Литература

1. Бари Н.К. Биортогональные системы и базисы в гильбертовом пространстве, Ученые записки МГУ, 1951, 4:148, 69-107.
2. Билалов Б.Т. Гусейнов З.Г. К-бесселевы и К-гильбертовы системы. К-базисы, Док. Ран., 2009, т. 429, № 3, 1-3.

О РИССОВОСТИ КОРНЕВЫХ ВЕКТОР-ФУНКЦИЙ РАЗРЫВНОГО ОПЕРАТОРА ДИРАКА С СУММИРУЕМЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

Курбанов В. М. Буксаева Л. З.

Азербайджанский Государственный Педагогический Университет, Азербайджан

Ibuksayeva@yahoo.com

В работе изучается вопрос о справедливости неравенства Рисса для систем корневых вектор-функций разрывного оператора Дирака и устанавливается необходимое условие для её выполнения.

Пусть точки $\{\xi_i\}_{i=0}^m$, $a = \xi_0 < \xi_1 < \ldots < \xi_m = b$ осуществляют разбиение интервала $G = (a,b)$. Обозначим $G_l = (\xi_{l-1}, \xi_l), l = \overline{1,m}$. Через A_l обозначим класс абсолютно непрерывных двухкомпонентных вектор-функций на $\overline{G_l}$. Определим класс $A(a,b)$ следующим образом: если $f(x) \in A(a,b)$, то для каждого $l = \overline{1,m}$ существует вектор-функция $f_l(x) \in A_l$ такая, что $f(x) = f_l(x)$ при $\xi_{l-1} < x < \xi_l$.

Рассмотрим оператор Дирака

$$Dy = B\frac{dy}{dx} + \Omega(x)y, \quad x \in \bigcup_{l=1}^m G_l \text{ ,где}$$

$$B = (b_{ij})_{ij=1}^2, b_{i,3-i} = (-1)^{i-1}, b_{ii} = 0, \; y(x) = (y_1(x), y_2(x))^T, \; \Omega(x) = diag(p(x), q(x)),$$

причём $p(x)$ и $q(x)$ комплекснозначные суммируемые на G функции.

Пусть $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$ - произвольная система, составленная из корневых (собственных и присоединенных) вектор-функций оператора *D*, $\{\lambda_k\}_{k=\infty}^\infty$ - соответствующая ей система собственных значений [1,2,3].

Пусть $L_p^2(G), p \ge 1,$ пространство двухкомпонентных вектор-функций $f(x) = (f_1(x), f_2(x))^T$ с нормой

$$\|f\|_{p,2} \equiv \|f\|_{p,2,G} = \left(\int_G |f(x)|^p dx\right)^{1/p} \text{ (в случае } p = \infty \quad \|f\|_{\infty,2,G} \equiv \|f\|_{\infty,2} = \sup_{x\in\overline{G}} vrai |f(x)|).$$

Для $f(x) \in L_p^2(G), \; g(x) \in L_q^2(G), \; p^{-1} + q^{-1} = 1, \; p \ge 1,$ определено «скалярное произведение» $(f,g) = \int_a^b \sum_{j=1}^2 f(x)\overline{g(x)}\, dx$.

Будем говорить, что для заданной системы $\{\varphi_k(x)\}_{k=1}^\infty, \varphi_k(x) \in L_q^2(a,b)$ выполняется неравенство Рисса, если существует постоянная $M(p)$ такая, что для произвольной $f(x) \in L_p^2(G), 1 < p \le 2,$ выполняется неравенство

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left|\left(f,\varphi_k\right)\right|^q \le M\|f\|_{p,2}^2$$

где $p^{-1}+q^{-1}=1,\ M=M(p)$ не зависит от $f(x)$.

В работе доказываются следующая теорема:

Теорема 1. *Пусть функции $p(x)$ и $q(x)$ принадлежат классу $L_p(G)$, $1<p\le 2$, и пусть выполняется антиаприорная оценка*

$$\left\|u_{\nu(k)}\right\|_{q,2,G_l} \le C_0\left(1+\left|Im\,\lambda_k\right|\right)^{1/p}\left\|u_k\right\|_{q,2,G_l} \qquad (1)$$

где C_0 не зависит от порядка присоединенных функций и от $l=\overline{1,m}$; $p^{-1}+q^{-1}=1$. Тогда для риссовости системы $\{\varphi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$, где $\varphi_k(x)=u_k(x)\|u_k\|_{q,2}^{-1}$ необходимо выполнение неравенство

$$\sum_{|Re\,\lambda_k-\nu|\le 1} \frac{\left|u_k(x)\right|^q}{\left\|u_k\right\|_{q,G}^q} \le K_1\left(1+\sup_{|Re\,\lambda_k-\nu|\le 1}\left|Im\lambda_k\right|\right), \quad x\in\overline{G} \qquad (2)$$

где суммирование ведут по всем корневым вектор-функциям.

Следствие 2. *Пусть выполняется антиаприорная оценка (1). Тогда для риссовости системы $\varphi_k(x)$, где $\varphi_k(x)=u_k(x)\|u_k\|_{q,2}^{-1}$ необходимо выполнение неравенства*

$$\sum_{|Re\,\lambda_k-\nu|\le 1} 1 \le K_2\left(1+\sup_{|Re\,\lambda_k-\nu|\le 1}\left|Im\lambda_k\right|\right) \qquad (3)$$

где суммирование ведется с учетом кратности числа λ_k.

Литература

1. Ильин В.А. О безусловной базисности на замкнутом интервале систем собственных и присоединенных функций дифференциального оператора второго порядка //Докл. АН ССР. 1983. Т.273. №5. С.1048-1053.
2. Курбанов В.М. О бесселевости и безусловной базисности систем корневых вектор- функций оператора Дирака //Дифференц. уравнения 1996. Т.32. №12. С.1608-1617.
3. V.M. Kurbanov and A.I.Ismailova., Свойства корневых вектор-функций одномерного оператора Дирака // Докл. АН 2010. том 433. №6. С.736-740.

РЕКУРРЕНТНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПЕРЕЧИСЛЕНИЯ РАЗБИЕНИЙ

Магомедов А.М., Алибекова П.Х.

Дагестанский государственный университет, Россия

magomedtagir1@yandex.ru

I. Введение. Формулировка задачи. Работа выполнена при финансовой поддержке Отдела математики и информатики ДНЦ РАН.

Прямоугольник M размеров w и h будем обозначать $M(h\times w)$, количество различных способов разбиения $M(h\times w)$ на 1×2-прямоугольники (*плитки*) − через $f(h,w)$, при этом каждая плитка расположена горизонтально или вертикально. Требуется найти рекуррентные формулы для $f(h,w)$.

Впервые задача была рассмотрена в связи с вопросами термодинамики потоков жидкости в работах [1]-[2], где получена формула:

$$f(h,w)=2^{\frac{wh}{2}}\Pi_{j=1}^{w}\Pi_{k=1}^{h}\left(\cos^2\frac{\pi j}{w+1}+\cos^2\frac{\pi k}{h+1}\right)^{\frac{1}{4}}.$$

В [3] различным аспектам задачи посвящена значительная часть седьмой главы. В частности, с применением производящих функций найдены рекуррентные формулы для случая $w=3$. В данном сообщении соответствующие рекуррентные формулы получены с применением теоретико-графового подхода.

II. Вывод рекуррентных формул

Клетки частичного разбиения, включенные в плитки, удобно считать *закрашенными*, остальные клетки образуют *светлую* фигуру. Процессу полного перебора разбиений прямоугольника $M(h \times w)$ естественно сопоставить построение двоичного дерева T, узлы которого суть частичные разбиения, корень соответствует пустому разбиению, множество листьев $-$ множеству полных разбиений. Формирование каждого из двух потомков узла начинается с горизонтальной или вертикальной укладки плитки, включающей *порождающую клетку* узла (частичного разбиения).

Определение. Первую «сверху вниз – слева направо» светлую клетку частичного разбиения будем называть *порождающей клеткой*, если соседние клетки справа и снизу от нее также светлые.

Для больших w и h переборное построение дерева T является громоздкой процедурой. Мы увидим, что для вывода рекуррентных формул достаточно построить несколько уровней дерева T.
Во-первых, формирование потомка родительского узла не всегда завершается укладкой одной плитки; оно продолжается, пока новое частичное разбиение отлично от полного разбиения и не обладает порождающей клеткой.

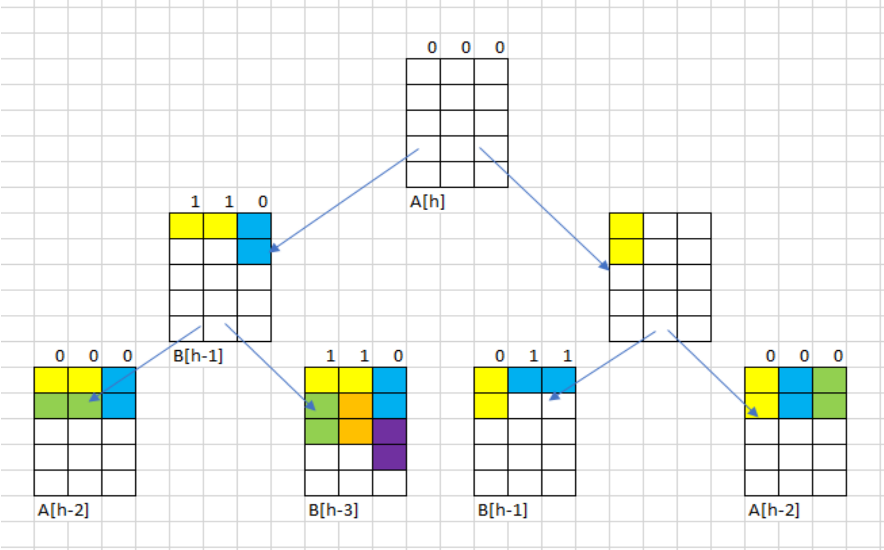


Рис. Построение двоичного дерева для случая w=3.

Во-вторых, число возможных продолжений разбиений светлой фигуры до полного разбиения не зависит, очевидно, от способа укладки плиток в закрашенной фигуре, данное число всецело определяется *границей*, разделяющей эти две фигуры. Границу будем задавать массивом из w элементов – превышений высот столбцов светлой фигуры над наименьшей из таких высот и высотой светлой фигуры (другими словами, наибольшей высотой столбцов светлой фигуры).

На рис. указаны обозначения границ: 000, 110 и 011. При этом границы 110 и 011, совпадающие с точностью до симметрии, можно отождествлять.

Теперь легко сформулировать условие прекращения построения дерева T и правило составления рекуррентных соотношений. Построение двоичного дерева начинается с корня и завершается, если граница каждого листа построенной части дерева (т.е. граница частичного разбиения, соответствующего каждому листу) уже встречается среди границ узлов предшествующих уровней.

Количество продолжений $F(x)$ до полного разбиения некоторого узла (частичного разбиения) x с границей 000 (соответственно 110 и 011) и высотой i светлой фигуры обозначим A[i] (соответственно B[i]). Если потомки узла x обозначить через y и z, то, очевидно,

$$F(x) = F(y) + F(z). \qquad (1)$$

Последнее позволяет выписать рекуррентные формулы (см. рис.):

A[h]=2B[h-1]+A[h-2], B[h-1]=A[h-2]+B[h-3]

или в эквивалентной форме:

A[k+2]=2B[k+1]+A[k], B[k+2]=A[k+1]+B[k]. (2)

Остается вычислить начальные значения A[1]=0, A[2]=3, B[1]=1, B[2]=0 и выполнить расчеты по формулам (2) для $k = 1,2, \dots, h-2$.

Замечание. Легко показать, что в общем случае построение двоичного дерева продолжается не далее уровня w.

Заключение

Вычисления по формулам (2) рекомендуется реализовать на языках программирования, включающих средства действий со сверхбольшими числами (c#, phyton и др.). Приведем примеры вычислений: $f(2,3) = 3, f(20,3) = 413403, f(100,3) = 31208688988045323113527764971,$

$f(200,3) = 1234960030599837928682339736709998512373739432964939784153$.

Литература

1. P.W. Kateleyn. The statistic of dimers on a lattice I: The number of dimer arrangements on quadratic lattice, Physica 27 (1961), 11209-1225.
2. H.N.V. Temperley and M.E. Fisher. Dimer problem in statistical mechanics – an exact result, Phil. Mag. 6 (1961), 1061-1063.
3. Ronald L. Graham, Donald E. Knuth, and Oren Patashnik. Concrete Mathematics. – Massachusetts: Addison-Wesley, 1994. – 657 p.

РАЗБИЕНИЕ НА НЕСКОЛЬКО ПОДМНОЖЕСТВ С РАВНЫМИ СУММАМИ ЭЛЕМЕНТОВ

Магомедов А.М.

Дагестанский государственный университет, Россия

magomedtagir1@yandex.ru

Введение. Формулировка задачи.

В теории алгоритмов и в прикладных задачах востребованы псевдополиномиальные алгоритмы решения NP-полных задач, поскольку (в предположении истинности известной гипотезы «$P \neq NP$») для таких задач не существуют полиномиальные алгоритмы, а скоростные характеристики псевдополиномиальных алгоритмов близки к характеристикам полиномиальных алгоритмов.

Рассматривается следующая задача. Задано множество S из n предметов, веса которых представлены натуральными числами a[1], …, a[n]; известно, что сумма весов кратна 3 (обозначим ее через 3B). Требуется: (а) проверить, можно ли разбить S на три подмножества S[1], S[2] и S[3] с суммами, равными B; (б) в случае положительного ответа построить эти подмножества.

Актуальность проблемы обусловлена тем, что задача «Разбиение» входит в число основных шести NP-полных задач из знаменитого списка Р. Карпа и к ней естественным образом сводится целых ряд NP-полных задач (например, задача «0-1 Рюкзак»). Для простого случая двух подмножеств псевдополиномиальный алгоритм решения подзадачи (а) приведен в монографии [1].

Важно заметить, что решение для случая трех подмножеств не сводится к выделению подмножества с суммой элементов B с последующим применением к оставшемуся подмножеству идеи из [1]. В то же время, из приведенного ниже решения видно, что дальнейшее обобщение решения на случай 4-х, 5-ти и т.д. подмножеств достигается легко. Таким образом, в определенном смысле можно утверждать, что принципиальными являются случаи двух и трех подмножеств.

2. Основная часть. Построение алгоритма

Если имеется вес, превышающий B, решение завершается с отрицательным ответом; поэтому будем полагать, что a[i]$\leq B$, i=1, 2, …, n.

Обозначим через t трехмерный массив, 1-й, 2-й и 3-й индексы которого пробегают соответственно значения 1, …, n; 0, …, B и 0, …, B. Присвоим элементам t[i,j,k] массива значения истинности высказывания, которое обозначим через A(i,j,k): «В множестве a[1], …, a[i] найдутся два непересекающихся подмножества с суммами j и k».

Лемма 1. Искомое разбиение существует тогда и только тогда, когда t[n, B, B] = true.

Алгоритм 1

1. Присвоим значение true трем элементам:

t[1, a[1],0], t[1,0,0] и t[1,0,a[1]]

массива t, всем остальным элементам присвоим значение false.

2. Для всех i=2, …, n; j=0, …, B; k=0, …, B выполним присвоение:

t[i,j,k]= t[i-1,j,k] **или** (j-a[i]>-1) **и** t[i-1, j-a[i], k]) **или** ((k-a[i]>-1) **и** t[i-1,j,k-a[i]).

Лемма 2. В результате выполнения Алгоритма 1 значения элементов t[i,j,k] суть значения истинности высказывания A(i,j,k).

Понятно, что при t[n,B,B]=false решение завершается с отрицательным ответом. Пусть t[n,B,B]=true.

Алгоритм 2

1. Выберем пустые S[1], S[2] и S[3].
2. j=B; k=B.
3. **Пока** j+k отлично от 0, выполним следующие два действия:

3.1 найдем наименьшее i, для которого t[i,j,k]=true;

3.2 **если** (j-a[i]>-1) **и** (t[i-1, j-a[i],k]=true), **то**:

j уменьшим на величину a[i], значение i включим в S[1];

в противном случае:

k уменьшим на величину a[i], значение i включим в S[2].

4. В S[3] включим все элементы исходного множества, не вошедшие в S[1] и S[2].

Утверждение. Если t[n,B,B]=true, то Алгоритм 2 разбивает исходное множество на три подмножества S[1], S[2] и S[3] с равными суммами элементов.

3. Заключение. Алгоритм может быть использован для построения мультипроцессорных расписаний с оптимальным распределением заданий между процессорами.

Литература

1. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М.: Мир, 1982.

О ДВУКРАТНОЙ ПОЛНОТЕ СОБСТВЕННЫХ И ПРИСОЕДИНЕННЫХ ВЕКТОРОВ ОДНОГО КЛАССА ОПЕРАТОРНЫХ ПУЧКОВ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Мамедова (Султанова) Э.Б.

Бакинский государственный университет, Азербайджан

В сепарабельном Гильбертовом пространстве H рассмотрим операторный пучок второго порядка

$$L(\lambda) = (\lambda E + A)^2 + \lambda B + C_1 \qquad (1)$$

где A –положительно определенный самосопряженный оператор в H, λ - спектральный параметр, B и C линейные операторы в H.

Определение 1. Если вектор $\varphi_0 \neq 0$ удовлетворяет уравнению $L(\lambda_0)\varphi_0 = 0$, то λ_0 называется собственным значением операторного пучка $L(\lambda)$, а φ_0 собственный вектор отвечающей собственному значению λ_0. Если система $\{\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_m\}$ удовлетворяет уравнению

$$\sum_{j=0}^{h} \frac{p^{(1)}(\lambda_0)}{j!}\varphi_{j-h} = 0, \quad h = 0,\dots,m,$$

то она называется присоединенная система вектора φ_0.

Определение 2. Пусть $\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ собственные векторы пучка $L(\lambda)$, а $\{\varphi_{n,j,h}\}_{n=1}^{\infty}$, $j = \overline{1,q_n}$, $h = \overline{0,m_{ij}}$ система собственных и присоединенных векторов. Тогда вектор-функция

$$u_{n,j,h} = e^{\lambda_n t}(\varphi_{n,j,h} + \frac{t!}{1!}\varphi_{n,j,h-1} + ... + \frac{t^h}{h!}\varphi_{n,j,0})$$

удовлетворяют уравнению $P(d(dt)u(t)) = 0$ и называются элементарными решениями однородного уравнения. Пусть

$$\widetilde{\varphi}_{n,j,h} = \{u_{n,j,h}(0), u'_{n,j,h}(0)\} = \{\varphi^{(0)}{}_{n,j,h}, \varphi^{(1)}_{n,j,h}\}$$

Очевидно, что $\varphi^{(0)}{}_{n,j,h} = \varphi_{n,j,h}$ и $\varphi_{n,j,h} \in H^2 = HxH$.Если система $\{\varphi_{n,j,h}\}_{n=1}^{\infty}$, $j = \overline{1,q_n}$, $h = \overline{0,m_{ij}}$ полна в $H^2 = HxH$, то будем говорить, что система собственных и присоединенных векторов $L(\lambda)$ двукратно полна в H .

Сперва сформулируем теорему о характере спектра пучка $L(\lambda)$.

Теорема 1. Пусть выполняются следующие условия:

1) А- положительно определенный самосопряженный оператор в H с вполне непрерывным обратным A^{-1};

2) Операторы BA^{-1}, CA^{-1} ограничены в H ;

3) $E + CA^{-2}$ обратим в пространстве H .

Тогда операторный пучок $L(\lambda)$ имеет только дискретный спектр (собственные значения с конечной кратностью) с единственной предельной точкой в бесконечности.

Следующая теорема дает возможность о локализации спектра.

Теорема 2. Пусть выполняются условия 1) и 2) теоремы 1 и имеет место неравенства

$$\|BA^{-1}\| + 2\|CA^{-2}\| < 2 \tag{2}$$

Тогда собственные значения пучка $L(\lambda)$ расположены в левой полуплоскости.

Теперь сформулируем теорему о двукратной полноте собственных и присоединенных векторов пучка $L(\lambda)$.

Теорема 3. Пусть выполняется все условия теоремы 2 и $A^{-1} \in \sigma_\rho$, ($0 < \rho \le 1$).

Тогда система собственных и присоединенных векторов пучка $L(\lambda)$ двукратно полна в H .Отметим, что если операторы BA^{-1}, CA^{-1} вполне непрерывны, то можно предполагать, что $0 < \rho < \infty$.

Литература

1. Келдыш М.В.О полноте собственных функций некоторых классов несамосопряженных уравнений //УМН, 1971,т.26,№4,с.15-41.
2. Радзиевский Г.В. Задача о полноте корневых векторов в спектральной теории оператор-функций // УМН,1982,т.34,№2,с81-145.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КВАНТОВОГО ПОТЕНЦИАЛА

Мусаева М.А.

Азербайджанский государственный педагогический университет, Азербайджан

musayeva08@inbox.ru

Ниже излагается сходимость разностного метода численного решения обратной задачи об определении квантового потенциала. Задача определения квантового потенциала часто встречается в современной практике, особенно при построении квантовых компьютеров и в нано технологии.

Рассмотрим вопросы сходимости разностных аппроксимаций в обратной задачи для нелинейного уравнения Шредингера,

$$i\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - a(x)\psi - v_0(x)\psi - v_1(x)|\psi|^2\psi = 0, \ (x,t) \in \Omega \tag{1}$$

когда коэффициенты уравнения отыскиваются по граничному наблюдению.

$$J(v) = \beta_0 \int_0^T |\psi(0,t) - y_0(t)|^2 dt + \beta_1 \int_0^T |\psi(0,t) - y_1(t)|^2 dt \tag{2}$$

на множестве

$$V \equiv \Big\{ v = (v_0, v_1), v_m = v_m(x), v_m \in W_2^2(0,l), 0 \le v_m(x) \le b_m, \left|\frac{dv_m(x)}{dx}\right| \le d_m,$$
$$\left|\frac{d^2 v_m(x)}{dx^2}\right| \le f_m, \forall x \in \overset{0}{(0,l)}, \frac{dv_m(0)}{dx} = \frac{dv_m(l)}{dx} = 0, m = 0,1 \Big\}$$

при начальных и однородных граничных условиях второго рода, где $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица, $\beta_0 \ge 0,\ \beta_1 \ge 0$, $l > 0,\ T > 0, b_m > 0, d_m > 0,\ f_m > 0, m = 0,1$ – заданные числа такие, что $\beta_0 + \beta_1 \ne 0,\ a(x)$ – ограниченная измеримая функция.

При каждом заданном $v \in V$ под решением прямой задачи (1),(2) понимается функция $\psi = \psi(x,t) \equiv \psi(x,t;v)$ из класса $W_2^{1,1}$.

Произведя дискретизацию, при каждом натуральном $n \ge 1$ рассматривается задача минимизации функции

$$I_n([v]_n) = \beta_0 \tau \sum_{k=1}^{N} |\Phi_{0k} - y_{0k}|^2 + \beta_1 \tau \sum_{k=1}^{N} |\Phi_{Mk} - y_{1k}|^2 \tag{3}$$

на $V_n \equiv \Big\{ [v]_n = ([v_0]_n, [v_1]_n), [v_m] = (v_m^0, v_m^1, ..., v_m^M), 0 \le v_m^j \le b_m, j = \overline{0,M}, |\delta_{\bar{x}} v_m^j| \le d_m, j = \overline{1,M},$

$|\delta_{x\bar{x}} v_m^j| \le f_m, j = \overline{1, M-1}, \delta_{\bar{x}} v_m^1 = \delta_{\bar{x}} v_m^M = 0, m = 0,1 \Big\}$

при условиях

$$i\delta_{\bar{t}} \Phi_{jk} + \delta_{x\bar{x}} \Phi_{jk} - a_j \Phi_{jk} - v_0^j \Phi_{jk} - v_1^j |\Phi_{jk}|^2 \Phi_{jk} = 0,\ j = \overline{1, M-1}, k = \overline{1,N}, \tag{4}$$

на соответствующих сеточных функциях.

Теорема Для решения разностной схемы (3)-(4) при каждом $[v]_n \in V_n$ верна оценка:

$$h\sum_{j=1}^{M-1} |\Phi_{jm}|^2 + h\sum_{j=2}^{M-1} |\delta_{\bar{x}} \Phi_{jm}|^2 \le c_{28} \left(h\sum_{j=1}^{M-1} |\varphi_j|^2 + h\sum_{j=2}^{M-1} |\delta_{\bar{x}} \varphi_j|^2 + h\sum_{j=1}^{M-1} |\varphi_j|^4 \right), \forall m \in \{1, 2, ..., N\}, \tag{5}$$

где c – некоторое постоянное, не зависящая от τ и h. Доказательство этой теоремы опирается на оценки полученных в [1].

Литература

1. Ягубов Г. Я., Мусаева М. А. Об одной задаче идентификации для нелинейного уравнения Шредингера // Дифференц. уравнения, 1997, т. 33, № 12, с. 1691-1698

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ФУНКЦИЙ ИЗ ПРОСТРАНСТВА ЛИЗОРКИНА-ТРИБЕЛЯ-МОРРИ

Наджафов А.М., Гасымова А.М.

Институт математики и механики НАНА, Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

ezizgul.qasımova@mail.ru

В данной работе введено пространство с параметрами Лизоркина-Трибеля-Морри $F_{p,\theta,\varphi,\beta}^{\ell}(G)$ и изучены дифференциальные и дифференциально-разностные свойства функций из этого пространства. Здесь

$$G \subset R^n\ \ 1 \le p < \infty;\ \ 1 < \theta < \infty;\ \ \ell \in (0,\infty)^n;\ \ \beta \in [0,1]^n;\ \ \varphi(t) = (\varphi_1(t), \varphi_2(t),..\varphi_n(t)),\ \ \varphi_j(t) > 0$$

$t > 0$ - непрерывно дифференцируемые функции,

$$\lim_{t \to +0} \varphi_j(t) = 0,\ \lim_{t \to +\infty} \varphi_j(t) = \infty\ .$$

Норму в пространстве $F^{\ell}_{p,\theta,\varphi,\beta}(G)$ определяем так $(m_i > \ell_i > k_i \ge 0)$

$$\|f\|F^{\ell}_{p,\theta,\varphi,\beta}(G) = F_{p,\varphi,\beta;G} + \sum_{i=1} \left\| \left\{ \int_0^{t_0} \left[\frac{\delta_i^{m_i-k_i}(\varphi(t))D_i^{k_i} f}{(\varphi(t))^{l-k_i}} \right]^{\theta} \frac{d\varphi_i(t)}{\varphi_i(t)} \right\}^{\frac{1}{\theta}} \right\|_{p,\varphi,\beta},$$

здесь

$$\|f\|_{p,\varphi,\beta;G} = \sup_{\substack{x\in G\\ t>0}} (|\varphi([t]_1)|^{-\beta})\|f\|_{p,G_{\varphi(t)}(x)},$$

$$\delta_i^{m_i}(\varphi(t))f(x) = \int_{-1}^{1} \left| \Delta_i^{m_i}(\varphi_i(t), G_{\varphi(t)}) f(x) \right| du,$$

$$|\varphi([t]_1)|^{-\beta} = \prod_{j=1}^{n} (\varphi_j([t]_1))^{-\beta_j}.$$

Методом интегральных представлений доказаны следующие теоремы вложения:

1) $D^{\nu} : F^{\ell}_{p,\theta,\varphi,\beta}(G)\, C \longrightarrow L_{q,\psi,\beta^1}(G)\ \ (C(G))$;

2) $D^{\nu} : F^{\ell}_{p,\theta,\varphi,\beta}(G)\, C \longrightarrow F^{\ell^1}_{p,\theta,\varphi,\beta}(G)\ \ (\theta \le \theta_1)$;

3) Доказано, также, что для функций $f \in F^{\ell}_{p,\theta,\varphi,\beta}(G)$, обобщенные производные $D^{\nu} f$ удовлетворяют обобщенному условию Гельдера в метрике L_q и $C(G)$

ОБ УСИЛЕННОМ ЗАКОНЕ БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ ДЛЯ СЕМЕЙСТВА МОМЕНТОВ ПЕРВОГО ВЫХОДА ЗА УРОВЕНЬ В СЛУЧАЙНОМ БЛУЖДАНИИ, ОПИСЫВАЕМОМ НЕЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИЕЙ ОТ ПРОЦЕССА АВТОРЕГРЕССИИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА (*AR*(1))

Рагимов Ф.Г., Ибадова И.А., Фархадова А.Д.

Бакинский государственный университет, Институт математики
и механики НАН Азербайджана, Азербайджан
ragimovf@rambler.ru, , ibadovairade@yandex.ru

Пусть на некотором вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ задана последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин $\xi_n = \xi_n(\omega),\ \ n \ge 1,\ \omega \in \Omega$.

Как известно, процесс авторегресии первого порядка определяется как решение уравнения

$$X_n = \beta X_{n-1} + \xi_n,\ \ n \ge 1,$$

где β - некоторое фиксированное число, начальное значение процесса X_0 не зависит от инновации $\{\xi_n\}$.

Положим

$$T_n = \sum_{k=1}^{n} X_k X_{k-1},\ \ u\ \overline{T_n} = \frac{T_n}{n},\ \ n \ge 1. \qquad (!)$$

Рассмотрим семейство моментов первого выхода

$$t_a = \inf\{n \ge 1 : n\Delta(\overline{T_n}) > a\}$$

за уровень $a \ge 0$, где $\Delta(x),\ x \in R = (-\infty, \infty)$ - некоторая борелевская функция. Семейства моментов остановки вида (1) играют большую роль в прикладных областях теории вероятностей и математической статистики[1-3]. Отметим что в основе классической теории нелинейного восстановления лежат граничные задачи, связанные с семейством моментов первого выхода

$$\tau_a = \inf\left\{n \ge 1 : n\Delta(\frac{S_n}{n}) > a\right\},$$

Где

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \xi_k,\ n \ge 1.$$

В настоящее работе доказывается терема об усиленном законе больших чисел для семейства $\tau_a,\ a \ge 0$:

Теорема. Пусть выполняются условия $E\xi_1 = 0,\ D\xi_1 = 1,\ 0 < |\beta| < 1, EX_0^2 < \infty,\ \Delta(\lambda) > 0$. Тогда

$$\frac{\tau_a}{a} \xrightarrow{п.н} \frac{1}{\Delta(\lambda)},\ при\ \ a \to \infty\ .$$

Литература

1. Melfi V.F, *Nonlinear Markov renewal theory with statistical applications.* – The Annals of Probability, 1992, 20, N 2, pp. 753-771.
2. Melfi V.F, *Nonlinear renewal theory for Markov random walks.* – Stochastic Processes and their Applications. 54 (1994), pp. 71-93. Novikov A.A, *Some remarks on distribution of the first passage time and optimal stop of AR(1) -sequences.* -Theoriya veroyat. i ee primen. 2008, vol. 53, issue. 3, pp. 458-471.

О ЛОКАЛЬНЫХ СВОЙСТВАХ МНОГОМЕРНОГО СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛА

Рзаев Р.М., Гусейнова Л.Э.

Азербайджанский государственный педагогический университет,

Азербайджанский государственный экономический университет, Азербайджан

dianka.mamedova.10@mail.ru

Класс всех локально суммируемых в R^n функций обозначим через $L_{loc}(R^n)$, где R^n n-мерное евклидово пространство точек $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$. Введем также следующие обозначения:

$$B(x,r) := \{y \in R^n :\ |x - y| \le r\},\ \ r > 0,\ \ x \in R^n;$$

$$f_{B(x,r)} := \frac{1}{|B(x,r)|} \int_{B(x,r)} f(t)dt,\ \ \Omega(f, B(x,r)) := \int_{B(x,r)} |f(t) - f_{B(x,r)}| dt,$$

где $|x - y|$- расстояние между точками $x, y \in R^n,\ f \in L_{loc}(R^n), |B(x,r)|$ обозначает объем шара $B(x,r)$. $\Omega(f, B(x,r)$ называется средней осцилляцией функции f в шаре $B(x,r)$.

Пусть точка $x_0 \in R^n$ фиксирована. Положим

$$M_f(x_0;\delta,\xi) := \sup\{\Omega(f, B(x,r)) : B(x,r) \subset B(x_0, \xi, r \le \delta\},\ \delta, \xi > 0;$$

$$M_f(x_0;\delta) := M_f(x_0;\delta,\delta),\ \ \delta > 0.$$

Рассмотрим многомерный сингулярный интегральный оператор

$$(Af)(x) = \tilde{f}(x) := \lim_{\varepsilon \to +0} \int_{|x-y| \ge \varepsilon} \{K(x-y) - k(-x) X_{\{|t| \ge 1\}}(y)\} f(y)dy,$$

где $K(x) = \Omega(x) \cdot |x|^{-n},\qquad \int_{S^{n-1}} \Omega(x)ds = 0,$

$\Omega(x)$ – однородна степени 0, $\quad S^{n-1}$- единичная сфера в R^n,

$$\forall\ x, y \in S^{n-1} :\ |\Omega(x) - \Omega(y)| \le const \cdot \omega(|x - y|),$$

$\omega(\delta)$ монотонно возрастает на интервале $(0,+\infty)$, $\dfrac{\omega(\delta)}{\delta}$ почти убывает,

$$\int_0^1 \frac{\omega(t)}{t} dt \le +\infty,$$

$X_{\{|t|>1\}}$- характеристическая функция множества $\{t \in R^n : |t| > 1\}$.

Пусть $\psi(\delta,\xi)$ и $\varphi(\delta)$ - положительные монотонно возрастающие (по каждому аргументу) функции, определенные соответственно при

Введем следующие классы функций:

$$BMO_{\psi}^{x_0} := \left\{f \in L_{loc}(R^n) : M_f(x_0;\delta,\xi) = O(\psi(\delta,\xi)),\ \delta,\xi > 0\right\},$$

$$BMO_{\varphi}(x_0) := \left\{f \in L_{loc}(R^n) : M_f(x_0;\delta) = O(\varphi(\delta)),\ \delta > 0\right\}.$$

Введем также нормы в этих классах:

$$\| f \|_{BMO_{\psi}^{x_0}} := \sup\left\{\frac{M_f(x_0;\delta,\xi)}{\psi(\delta,\xi)} :\ \delta,\xi > 0\right\},\ \| f \|_{BMO_{\varphi}(x_0)} := \sup\left\{\frac{M_f(x_0;\delta)}{\psi(\delta)} :\ \delta > 0\right\}.$$

Справедливы следующие утверждения.

Теорема 1. Если $\int_{\delta}^{\infty} \omega(\frac{\delta}{x}) \frac{\psi(x,\xi+x)}{x} dx = O(\psi(\delta,\xi)),\ \delta,\xi > 0,$ то оператор $Af = \tilde{f}$ ограниченно действует в пространстве $BMO_{\psi}^{x_0}$.

Теорема 2. Если $\int_{\delta}^{\infty} \omega(\frac{\delta}{x}) \frac{\varphi(x)}{x} dx = O(\psi(\delta)),\ \delta > 0,$

То оператор A ограничен в пространстве $BMO_{\varphi}(x_0)$.

Литература

1. Рзаев Р.М. Многомерный сингулярный интегральный оператор в пространствах, определяемых условиями на среднюю осцилляцию функций . Докл. АН СССР, 1990. т. 314, № 3, с.562-565.

ГЛОБАЛЬНАЯ БИФУРКАЦИЯ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕАРИЗИРУЕМЫХ ОДНОМЕРНЫХ СИСТЕМ ДИРАКА

Рзаева Х. Ш.
Гянджинский государственный университет, Азербайджан
humay_rzayeva@bk.ru

Рассмотрим следующее нелинейное уравнение Дирака

$$\ell w(x) \equiv B w'(x) + P(x) w(x) = \lambda w(x) + h(x, w(x), \lambda),\ x \in (0,\pi), \tag{1}$$

с граничными условиями

$$U_1(w) = (\sin\alpha,\ \cos\alpha)\, w(0) = \vartheta(0)\cos\alpha + u(0)\sin\alpha = 0, \tag{2}$$

$$U_2(w) = (\sin\beta,\ \cos\beta)\, w(\pi) = \vartheta(\pi)\cos\beta + u(\pi)\sin\beta = 0, \tag{3}$$

где $\lambda \in R -$ спектральный параметр, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $P(x) = \begin{pmatrix} p(x) & 0 \\ 0 & r(x) \end{pmatrix}$ и $w(x) = \begin{pmatrix} u(x) \\ \vartheta(x) \end{pmatrix}$, $p(x), r(x)$ определенные и непрерывные на отрезке $[0,\pi]$ вещественные функции, α,β действительные постоянные, причем $0 \le \alpha,\beta < \pi$. Нелинейный член h представим в виде $h = f + g$, где вектор-функции $f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} \in C([0,\pi] \times R^2 \times R; R)$ удовлетворяют следующим условиям: существует числа $K > 0$ и $M > 0$ такие, что

$$|\, f_1(x, w, \lambda) | \le K\, | w |,\ |\, f_2(x, w, \lambda) | \le M\, | w |,\ \ x \in [0,\pi],\ 0 < | w | \le 1,\ \lambda \in R;$$

$$g(x,\ w, \lambda) = 0\,(| w |) \text{ при } | w | \to 0$$

равномерно по $x \in [0,\pi]$ и $\lambda \in \Lambda$ для каждого компактного промежутка $\Lambda \subset R$ (здесь, через $|\cdot|$ обозначена норма в R^2).

Задача (1)-(3) рассмотрена лишь в работе [1], в случае $p \equiv r \equiv 0$ и $l = K + M < 1/2$, где доказано, что начиная с некоторого k_0 $(-k_0)$ для каждого $k \in Z$ связная компонента D_k множества решений задачи (1)-(3), содержащая $[\lambda_k - l, \lambda_k + l] \times \{0\}$, где $\lambda_k -$ k-е собственное значение линейной задачи, полученной из (1)-(3) при $h \equiv 0$, либо неограничен в $R \times C([0,\pi]; R^2)$, либо пересекает интервал $[\lambda_m - l, \lambda_m + l] \times \{0\}$, $m \neq k$.

Пусть $E = C([0,\pi]; R^2) \bigcap \{w : U(w) = 0\}$ есть банахово пространство с обычной нормой $\| w \| = \max\limits_{x \in [0,\pi]} |u(x)| + \max\limits_{x \in [0,\pi]} |\vartheta(x)|$. Пусть $S = \{w \in E : |u(x)| + |\vartheta(x)| > 0, x \in [0,\pi]\}$. Для каждого $w \in E$ определим непрерывную на $[0,\pi]$ функцию $\theta(x,w)$ следующим образом: $\theta(w,x) = \arctan \dfrac{\vartheta(x)}{u(x)}$, $\theta(w,0) = -\alpha$. Обозначим через $S_k^+, k \in Z$, множество функций $w \in S$, которые удовлетворяют следующим условиям: (i) $\theta(w,\pi) = -\beta + k\pi$;

(ii) функция $u(x)$ положительна в окрестности точки $x = 0$;

(iii) если $k > 0$ и $k = 0, \alpha \geq \beta$ (за исключением случаев $\alpha = \beta = 0$ и $\alpha = \beta = \pi/2$), то функция θ при фиксированном y, когда x возрастает от 0 до π, возрастая принимает значение, кратное $\pi/2$, причем функция θ не может при убывающем x, возрастая принимать значение, кратному $\pi/2$; если $k < 0$ и $k = 0, \alpha < \beta$, то функция θ при фиксированном y, когда x возрастает от 0 до π, убывая принимает значение, кратное $\pi/2$, причем функция θ не может при убывающем x, убывая принимать значение, кратному $\pi/2$.

Пусть $S_k^- = S_k^+$ и $S_k = S_k^+ \bigcup S_k^-$. В силу теоремы [2, Теорема 3.1] множества S_k, S_k^+ и $S_k^-, k \in Z$, не являются пустыми. Из определения этих множеств следует, что они являются открытыми подмножествами в $R \times E$.

В дальнейшем через ν обозначим элемент множества $\{+,-\}$, т.е., либо $\nu = +$, либо $\nu = -$.

Обозначим через $\Re$ замыкание множества нетривиальных решений задачи (1)-(3). Пусть $\Re_k^\nu = \Re \bigcap (R \times S_k^\nu)$, $k \in Z$.

Будем говорить, что точка $(\lambda, 0)$ является точкой бифуркации задачи (1)-(3) по множеству $R \times S_k^\nu, k \in Z$, если для любого $\delta > 0$ имет место $U((\lambda,0),\delta) \bigcap \Re_k^\nu \neq \varnothing$ (см. [3]).

Лемма 1. *Множество точек бифуркации задачи* (1)-(3) *по множеству* $R \times S_k^\nu$ *не пусто. Если* $(\lambda, 0)$ *является точкой бифуркации задачи* (1)-(3) *по множеству* $R \times S_k^\nu$ *то* $\lambda \in J_k$, где $J_k = [\lambda_k - ((K+M)/2 + c_k), \lambda_k + ((K+M)/2 + c_k)$.

Для каждого $k \in Z$ и каждого ν обозначим через $\widetilde{T}_k^\nu$ объединение всех связных компонент $T_{k,\lambda}^\nu$ множества $\Re$ бифурцирующих из точек бифуркации $(\lambda, 0) \in J_k \times \{0\}$ по множеству $R \times S_k^\nu$. В силу леммы 1 имеем $\widetilde{T}_k^\nu \neq \varnothing$. Заметим, что $\widetilde{T}_k^\nu$ может не быть связным множеством в $R \times E$, но $T_k^\nu = \widetilde{T}_k^\nu \bigcup (J_k \times \{0\})$ является связным множеством в $R \times E$.

Теорема 1. *Для каждого* $k \in Z$ *и каждого* ν *связная компонента* T_k^ν *множества* $\Re \subset R \times E$, *содержащая* $J_k \times \{0\}$, *содержится в* $(R \times S_k^\nu) \bigcup (J_k \times \{0\})$ *и неограничена в* $R \times E$.

Литература

1. Z. S. Aliyev, H. Sh. Rzayeva, Oscillation properties for the equation of the relativistic quantum theory, Appl. Math. Comput. **271**(2015), 308–316.
2. K. Schmitt, H. L. Smith, On eigenvalue problems for nondifferentiable mappings, J. Differential Equations **33**(1979), No. 3, 294–319.
3. З. С. Алиев, О глобальной бифуркации решений некоторых нелинейных задач на собственные значения для обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка, Матем. сб., 2016, т. 207, № 12, 3–29.

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО ОДНОХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Сабзалиев М. М, Керимова М. Э.
Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности, Азербайджан
sabzalievm@mail.ru, maxbuba3773@mail.ru

Исследованию сингулярно возмущенных неклассических уравнений посвящено гораздо меньше работ по сравнению с работами, относящимися к классическим уравнениям. А такие уравнения достаточно часто возникают при изучении различных реальных явлений, где имеются неравномерные переходы от одних физических характеристик к другим.

В настоящей работе в $D=\{(x,y)|0\le x\le 1, 0\le y\le 1\}$ рассматривается следующая краевая задача

$$\varepsilon^2\frac{\partial}{\partial x}(\Delta u)-\varepsilon\Delta u+\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}+F(x,y,u)=0, \tag{1}$$

$$u|_{x=0}=u|_{x=1}=0,\ \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=1}=0,\ (0\le y\le 1), \tag{2}$$

$$u|_{y=0}=u|_{y=1}=0,\quad (0\le x\le 1), \tag{3}$$

где $\varepsilon>0$ - малый параметр, Δ -оператор Лапласа, $F(x,y,u)$-заданная функция. Предполагается, что $F(x,y,u)$удовлетворяет условиям

$$F(x,y,0)\not\equiv 0 \text{ при } (x,y)\in D, \tag{4}$$

$$\frac{\partial F(x,y,u)}{\partial u}\ge\gamma^2>0,\quad (x,y,u)\in D\times(-\infty,+\infty) \tag{5}$$

Доказана следующая основная теорема.

Теорема. Функция $F(x,y,u)\in C^{2n+2}\{D\times(-\infty,+\infty)\}$, функция $F(x,y,u)$ и ее производные до $(2n+2)$-го порядка включительно обращаются в ноль при $x=y, u=0, (x,y)\in D$, при $x=1, y=0, u=0,$ при $x=0, y=1, u=0$ и удовлетворяются условия (4), (5). Тогда решение задачи (1)-(3) представимо в виде $u=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i W_i+\sum_{j=0}^{n+1}\varepsilon^j V_j+\sum_{j=0}^{n+1}\varepsilon^j\eta_j+\varepsilon^{n+1}z$,где функции W_i определяются первым итерационным процессом, V_j, η_j - функции типа пограничных слоев вблизи границ $x=1$ и $y=1$ соответственно, которые определяются другими итерационными процессами, $\varepsilon^{n+1}z$ - остаточный член, причем для функции z справедлива оценка

$$\varepsilon^2\int_0^1\left(\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{x=0}\right)^2dy+\varepsilon\iint_D\left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right]dxdy+C_1\iint_D z^2dxdy\le C_2,$$

где $C_1>0, C_2>0$ постоянные, не зависящие от ε.

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ БИСИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА, ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ В ЭЛЛИПТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ БОЛЕЕ НИЗКОГО ПОРЯДКА

Сабзалиев М.М.
Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности, Азербайджан
sabzalievm@mail.ru

Пусть $(n-1)$-мерная гладкая поверхность S разбивает ограниченную область $\Omega\subset R^n$ с достаточно гладкой границей Γ на области Ω_1 и Ω_2. В Ω рассматривается следующая краевая задача:

$$\varepsilon^{2(l-k)}L_{2l}u+L_{2k}u=f(x) \tag{1}$$

$$\left.\frac{\partial^i u}{\partial \nu^i}\right|_{\Gamma} = 0; \ i = 0,1,\dots,l-1; \qquad (2)$$

где $\varepsilon > 0$-малый параметр, $L_{2l} = \sum_{|\alpha|\le 2l} a_\alpha(x)D^\alpha$, $L_{2k} = \sum_{|\beta|\le 2k} b_\beta(x)D^\beta$,

$D^\alpha = D_1^{\alpha_1}\dots D_n^{\alpha_n}$, $D_j = \dfrac{\partial}{\partial x_j}$, $\alpha = (\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_n)$, $|\alpha| = \sum_{j=1}^{n}\alpha_j$, $x = (x_1,x_2,\dots,x_n)$, $l > k$, $\nu -$ нормаль к Γ, $f(x)$-заданная достаточно гладкая функция при $x \in \Omega_p, (p = 1,2)$, возможно терпящая на S разрыв первого рода. Предполагается, что выполнены следующие условия:

(i) Коэффициенты $a_\alpha(x), b_\beta(x)$ достаточно гладкие и полиномы

$$P_{2l} = \sum_{|\alpha|=2l} a_\alpha(x)\xi^\alpha, \quad Q_{2k} = \sum_{|\beta|=2k} b_\beta(x)\xi^\beta$$

отличны от нуля для $|\xi| \ne 0$ и имеют одинаковые знаки в $\overline{\Omega}$, где $\xi = (\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n)$, ξ_i - вещественные числа, $\xi^\alpha = \xi_1^{\alpha_1}\xi_2^{\alpha_2}..\xi_n^{\alpha_n}$.

(ii) $(L_{2l}u,u) \ge \alpha_1^2(u,u)$, где α_1^2 не зависит от *u*, а *u* удовлетворяет условиям (2).

(iii) $(L_{2k}W,W) \ge \alpha_2^2\left[\sum_{j=1}^{k-1}(D^jW,D^jW)+(W,W)\right]$, где α_2^2 не зависит от *W*, а *W* удовлетворяет первым *к* условиям из (2)

Доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть L_{2l} и L_{2k} эллиптические дифференциальные операторы с переменными коэффициентами соответственно порядков $2l$ и $2k$, $l-k = 2p > 0$.Тогда при выполнении условий (i)-(iii) решение задачи (1), (2) представимо в виде

$$u = W_0 + \varepsilon^{2k}\eta_0 + \sum_{i=0}^{m}\varepsilon^{k+i}V_i + \varepsilon z.$$

Здесь W_0 -решение вырожденной задачи, $\eta = \varepsilon^{2k}\eta_0$ -погранслойная функция вблизи поверхности S, $V = \sum_{i=0}^{m}\varepsilon^{k+i}V_i$ погранслойная функция вблизи границы Γ, εz -остаточный член, причем для z справедлива оценка

$$\|z\|_{W_2^{k-1}(\Omega)} \le C$$

где $C > 0$ -постоянная, не зависящая от ε.

БАЗИСНОСТЬ ЧАСТИ СИСТЕМЫ ЭКСПОНЕНТ С ВЫРОЖДАЮЩИМИСЯ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В КЛАССАХ ХАРДИ

Садыгова С. Р., Касимов З. А.
Институт математики и механики НАН Азербайджана, Азербайджан

В работе рассматриваются части системы экспонент с вырождающимися коэффициентами, соответствующие положительным значением индекса. Доказывается, что если коэффициенты удовлетворяют условию Макенхоупта, то эти части образуют базисы в соответствующих классах Харди аналитических функций.

Базисные свойства относительно систем экспонент с вырождающимися коэффициентами изучены в работах [1,2]. Рассмотрим систему $E_+^{(k)}(\rho) \equiv \{\rho(t)e^{\mathrm{int}}\}_{n\ge k}$. Будем предполагать, что вырождающийся коэффициент ρ имеет степенной вид

$$\rho(t) = \left(e^{it}-1\right)^{\alpha_0}\prod_{k=1}^{r}\left(e^{it}-e^{it_k}\right)^{\alpha_k},$$

где $\{t_k\}_1^r \subset (-\pi,\pi]\setminus\{0\}$ – различные точки и $\{\alpha_k\}_0^r \subset R$. Через $\mathcal{M}_p$ будем обозначать класс весов $\nu(t)$, удовлетворяющих условию Макенхоупта (см. напр. [3]) $\sup\limits_{I\subset[-\pi,\pi]}\left(\frac{1}{|I|}\int\limits_I \nu(t)dt\right)\left(\frac{1}{|I|}\int\limits_I [\nu(t)]^{-\frac{1}{p-1}}dt\right)^{p-1} < +\infty$, где sup берется по всем интервалам $I\subset[-\pi,\pi]$ и $|I|$ есть лебегово мера I. Нетрудно заметить, что $|\rho|^{\frac{1}{p}} \in \mathcal{M}_p$ только тогда, когда имеет место

$$-\frac{1}{p} < \alpha_k < 1-\frac{1}{p},\ k=\overline{0,r}. \tag{1}$$

Рассмотрим систему $E_+^{(k)}(\overline{\rho}^{-1}) \equiv \{\overline{\rho}^{-1}(t)e^{\mathrm{int}}\}_{n\ge k}$. Из условий (1) непосредственно следует, что $E_+^{(0)}(\overline{\rho}^{-1})$ принадлежит пространству $L_q \equiv L_q(-\pi,\pi)$, где $q: \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$ – сопряженное к p число. Так как, $\forall g\in L_q$ определяет функционал $l_g \in (L_p^+)^*$ выражением $l_g(f)=\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(t)\overline{g(t)}dt$, $\forall f\in L_p^+$, то ясно, что система $E_+^{(0)}(\overline{\rho}^{-1})$ является биортогональной к $E_+^{(0)}$. Возьмем $\forall f\in L_p^+$ и пусть $F/_{\partial\omega}=f$. Положим $\Omega(z)\equiv(z-1)^{-\alpha_0}\prod\limits_{k=1}^{r}(z-e^{it_k})^{-\alpha_k}$. $\Omega(z)$ ана-литическая в ω функция, и нетрудно заметить, что $\Omega/_{\partial\omega}=\rho$. Более того, из условий (1) следует, что $\Omega^+\in L_q$, и в результате $\Omega\in H_q^+$. Таким образом, ясно, что $\Omega\in H_1^+$. Тогда, как следует из классических фактов (см. напр. [8])

$$\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(t)\Omega^+(e^{it})e^{\mathrm{int}}dt=0,\ \forall n\in N. \tag{2}$$

А теперь рассмотрим систему экспонент $\{\rho(t)e^{\mathrm{int}}\}_{n\in Z}$. Из результатов работ [3-7] и из выполнении условий (1) следует базисность системы $\{e^{\mathrm{int}}\}_{n\in Z}$ в $L_{p,\nu}$, и в результате базисность системы $\{\rho(t)e^{\mathrm{int}}\}_{n\in Z}$ в L_p. Биортогональная к ней система есть $\{\overline{\rho}^{-1}(t)e^{\mathrm{int}}\}_{n\in Z}$. Из соотношений (2) непосредственно следует, что биортогональные коэффициенты функции f, соответствующие отрицательным значениям индекса $n\in Z$, равны нулю. В результате f имеет разложение $f(t)=\sum\limits_{n=0}^{\infty} f_n\rho(t)e^{\mathrm{int}}$ в L_p^+. Ясно, что такое разложение единственное. Таким образом, справедлива

Теорема 4.1. Пусть выполнены неравенства (1). Тогда система $E_+^{(0)}(\rho)$ образует базис в L_p^+, $1<p<+\infty$.

Литература

1. Билалов Б.Т., Велиев С.Г. On completeness of exponent system with complex coefficients in weight spaces , Trans. of NAS of Azerb., XXV, № 7, 2005, p. 9 - 14.
2. Билалов Б.Т., Велиев С.Г. Базисы из собственных функций двух разрывных дифференциальных операторов, Дифференциальные уравнения, 2006, Т.42, № 9 , с.190-192
3. Garnett G. J. Bounded Analytic Functions. Moscow, "Mir", 1984, 469 p.
4. Kazaryan K.S., Lizorkin P.I. Multipliers, bases and unconditional bases in the weighted spaces B and SB, Proc. of the Steklov Ins. of Math., 1989, 187, pp. 111-130.
5. Moiseev E.I. On basicity of systems of cosines and sines in weight space. Diff. Uravn., vol. 34,No.1,1998,pp. 40-44.
6. Moiseev E.I. The basicity in the weight space of a system of eigen functions of a differential operator. Diff. Uravn., 1999, v.35, No2, pp.200-205.
7. Pukhov S.S., Sedletskii A.M. Bases of exponents, sines and cosines in weight spaces on finite interval. Dokl. RAN vol. 425, 4 (2009), pp.452-455.
8. Rudin W. Functional analysis. Mir, Moscow, 1975, 444 p.

АСИМПТОТИКА ДЛЯ КОМБИНАТОРНОЙ СУММЫ БИНОМИАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Сорокин В.А.

Уфимский государственный нефтяной технический университет, Россия

Данная работа является продолжением работ [1,2] и связана с задачей числа латинских прямоугольников.

Задача: установить а симптотику для комбинаторной суммы $\sum\limits_{r=0}^{L} \binom{n}{r}$ биномиальных коэффициентов, когда $\dfrac{L}{n} = o(1)$.

Пусть

$$n \to \infty, \qquad \frac{L}{n} = o(1). \tag{1}$$

Обозначим нижнюю оценку и верхнюю оценку суммы $\sum\limits_{r=0}^{L} \binom{n}{r}$ соответственно через

$$\underline{\sum_{r=0}^{L}} \binom{n}{r} \text{ и } \overline{\sum_{r=0}^{L}} \binom{n}{r}, \text{ т.е. } \underline{\sum_{r=0}^{L}} \binom{n}{r} \le \sum_{r=0}^{L} \binom{n}{r} \le \overline{\sum_{r=0}^{L}} \binom{n}{r} \tag{2}$$

(Далее всегда, если черточка внизу у знака суммы, то имеем нижнюю оценку суммы, а если черточка сверху у знака суммы, то имеем верхнюю оценку суммы).

Поскольку $\dfrac{L}{n} = o(1)$, то $L < n/2$. В силу симметрии членов суммы $\sum\limits_{\mathrm{r}=0}^{\mathrm{n}} \binom{\mathrm{n}}{\mathrm{r}}$ верхнюю оценку для $\sum\limits_{r=0}^{L} \binom{n}{r}$ заменяем верхней оценкой для $\sum\limits_{\mathrm{r}=\mathrm{n}-\mathrm{L}}^{\mathrm{n}} \binom{\mathrm{n}}{\mathrm{r}}$.

Оценим сверху сумму $\sum\limits_{\mathrm{r}=\mathrm{n}-\mathrm{L}}^{\mathrm{n}} \binom{\mathrm{n}}{\mathrm{r}}$. Воспользуемся формулой суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии ([3; 213]). Запишем

$$\sum_{r=n-L}^{n} \binom{n}{r} = \binom{n}{n-L} + \binom{n}{n-L+1} + \ldots + \binom{n}{n} < \binom{n}{n-L}\left(1 + \frac{L}{n-L+1} + \left(\frac{L}{n-L+1}\right)^2 + ..\right.$$

$$\left... + \ldots\right) < \binom{n}{n-L} \frac{1}{1 - \dfrac{L}{n-L+1}} < \binom{n}{n-L} \frac{1}{1 - \dfrac{L}{n-L}} = \binom{n}{n-L} \frac{n-L}{n-2L} = \binom{n}{L} \frac{n-L}{n-2L}.$$

Таким образом, $\overline{\sum\limits_{r=0}^{L}} \binom{n}{r} = \binom{n}{L} \dfrac{n-L}{n-2L}$. (3)

Нижнюю оценку представим в виде

$$\underline{\sum_{r=0}^{L}} \binom{n}{r} = \underline{\sum_{r=0}^{L/2}} \binom{n}{r} + \underline{\sum_{r=L/2+1}^{L-2}} \binom{n}{r} + \sum_{r=L-1}^{L} \binom{n}{r} \tag{4}$$

Заметим, что функция $\binom{n}{r}$ от r возрастает на отрезке $[0, n/2]$, достигает в точке $r = n/2$ максимум, а затем монотонно убывает на отрезке $[n/2, n]$. Нижние оценки для первой и второй сумм из правой части (4) представим как произведение минимального по величине члена суммы на число членов в сумме.

Тогда из (4) следует

$$\sum_{r=0}^{L}\binom{n}{r}=L/2+\binom{n}{L/2+1}(L/2-2)+\binom{n}{L-1}+\binom{n}{L} \tag{5}$$

Подставим (5) и (3) в (2), получим

$$L/2+\binom{n}{L/2+1}(L/2-2)+\binom{n}{L-1}+\binom{n}{L}\le\sum_{r=0}^{L}\binom{n}{r}\le\binom{n}{L}\frac{n-L}{n-2L}. \tag{6}$$

Разделим все части неравенств (6) на $\binom{n}{L}\frac{n-L}{n-2L}$, получим

$$\frac{L/2+\binom{n}{L/2+1}(L/2-2)+\binom{n}{L-1}+\binom{n}{L}}{\binom{n}{L}\frac{n-L}{n-2L}}\le\frac{\sum_{r=0}^{L}\binom{n}{r}}{\binom{n}{L}\frac{n-L}{n-2L}}\le 1.$$

Из последних неравенств, учитывая (1), получим $1-o(1)\le\frac{\sum_{r=0}^{L}\binom{n}{r}}{\binom{n}{L}\frac{n-L}{n-2L}}\le 1$. Отсюда следует

$$\sum_{r=0}^{L}\binom{n}{r}\approx\binom{n}{L}\frac{n-L}{n-2L}.$$

Литература

1. Сорокин В.А. Построение формул для числа полных $U_{r,n,k}$ –таблиц. // Вестник Башкирского государственного педагогического университета им. М. Акмуллы. – 2016. - № 1 (37). – С. 75-87.
2. Сорокин В.А. Асимптотика для числа таблиц $P_{r,n}, r\le n^{1/3}, n\to\infty$. Материалы XI международной научно-практической конференции Фундаментальная наука и технологии – перспективные разработки 27-28 марта 2017 г. North Charleston, USA.- С. 175-179.
3. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику: Учеб. пособие для вузов/ С.В. Яблонский.- 5-е изд., стер.- М.: Высш. шк.-2008.-С.213.

ОБ ОЦЕНКАХ ТИПА ВИМАНА-ВАЛИРОНА В ОБЛАСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Сулейманов Н. М., Фараджли Д.Е.

Институт математики и механики НАН Азербайджана, Азербайджан

dunya.farajli@mail.ru

Рассматриваются м уравнения вида

$$u'(t)\pm A(t)u=0 \tag{1}$$

в гильбертовом пространстве, где $A(t)$ самосопряженный положительный оператор с дискретным спектром. Обозначим

$$\mu(t)=\max_k\left|\left(u(t),\varphi_k(t)\right)\right|,$$

где $\{\varphi_k(t)\}$ -ортонормированная система собственных функций оператора $A(t)$, $c_k(t)=\left(u(t),\varphi_k(t)\right)$ -коэффициенты Фурье функции $u(t)$ по системе $\{\varphi_k\}$. Используя известные асимптотические формулы для функции распределения собственных значений оператора $A(t)$ и, применяя предложенный авторами вероятностный метод в работе для решения уравнения вида (1), устанавливаются оценки типа Вимана - Валирона вида

$$\|u(t)\| \le \mu(t)\sqrt{\varphi(\log \mu(t))}\,, \tag{2}$$

где $\varphi(t) > 0$ - непрерывная возрастающая функция из класса

$$\int^{\infty}\left(\int^{y}\varphi(t)dt\right)^{-\frac{1}{2}}dy < +\infty\,. \tag{3}$$

Оценки типа (2) характеризуют, в частности, поведение решения уравнения при $t \to \infty$ или $t \to 0$ в зависимости от скорости убывания или возрастания коэффициентов Фурье начальных данных. В работе также установлены некоторые уточнения и усиления полученных ранее результатов авторов.

Литература

1. Сулейманов Н.М., Вероятность, целые функции и оценки типа Вимана-Валирона для эволюционных операторов, Москва, Издательство МГУ им М.В. Ломоносова, 2012, 235 стр.
2. Сулейманов Н.М., Фараджли Д.Е., Об оценках типа Вимана-Валирона для эволюционных уравнений, Ж. «Дифференциальные уравнения», т. 53, № 4.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ МНОГОСЛОЙНЫХ ВЯЗКО-УПРУГИХ СТЕРЖНЕЙ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ КРАЕВЫХ УСЛОВИЯХ

Фатуллаева Л. Ф.

Бакинский государственный университет, Азербайджан

laura_fat@rambler.ru

В работе исследуется предельное состояние сжатых многослойных стержней, реологическое поведение, которых записывается посредством линейных соотношений наследственной теории упругости [1], которая достаточно хорошо описывает поведение полимерных материалов, армированных пластиков и даже металлов при умеренных напряжениях. При постановке технических задач могут иметь место разнообразные виды закреплений, что приводит к необходимости формулировок различных краевых условий на торцах стержня. В этой связи здесь преследуется цель выявить влияние краевых условий, соответствующих жесткому, комбинированному и шарнирному защемлениям на критическое время устойчивости.

Введем в рассмотрение прямоугольный в плане стержень длиной l и толщиной $2h$. Теперь перейдем к описанию математической модели стержня. Для этого предположим, что он составлен из s чередующихся различных по толщине слоев с различными модулями упругости E_{k+1} и функциями ползучести $D_{k+1}\{(t-\tau),\,\sigma(\tau)\}$ $[k = 0,\,1,...,\,(s-1)]$, которые в дальнейшем будем считать линейными относительно напряжения σ [2]:

$$D_{k+1}\{(t-\tau),\,\sigma(\tau)\} = F'_{k+1}(t-\tau)\sigma(\tau),$$

где штрих означает дифференцирование по $t-\tau$. При этом, полагаем, что раздел слоев осуществляется параллельно боковым граням стержня. Толщину каждого слоя обозначим через $\delta_k\,(k = 1,\,2,...,\,s)$. Таким образом, $\delta_1 + \delta_2 + ... + \delta_s = 2h$ - есть полная толщина стержня. Условия контакта между слоями пакета заключаются в их жестком сцеплении. Из этого следует равенство на них перемещений, напряжения и отсутствие взаимного давления слоев. В дальнейшем будем руководствоваться гипотезами плоских сечений Кирхгофа-Лява, при которых вышеуказанные допущения выполняются автоматически. При сделанных оговорках стержень можно считать монолитным и тем самым записать физическое уравнение для пакета в целом в виде одного равенства:

$$\varepsilon^{\Phi} = \frac{\sigma}{E_{k+1}} + \int_0^t F'_{k+1}(t-\tau)\,\sigma(\tau)d\tau\,, \qquad a_k \le z \le a_{k+1} \tag{1}$$

где

$$a_k = -h + \sum_{i=0}^{s} \delta_i \qquad (\delta_0 = 0). \qquad (2)$$

Для дальнейших целей конкретизируем вид функции ползучести, задав ее в экспоненциальной форме

$$F'_{k+1}(t-\tau) = \frac{A_{k+1}}{E_{k+1}} e^{-\alpha(t-\tau)},$$

где A_{k+1} - коэффициент ползучести, а показатель ползучести α одинаков для всех слоев пакета.

Рассмотрим теперь задачу об устойчивости выбранного нами сжатого силой N стержня. Поставленные в работе задачи решаются вариационным методом смешанного типа в сочетании с методом Релея-Ритца [3, 4]. После громоздких математических преобразований, получается аналитическое выражение для критического времени. В качестве примера рассматривается поведение трехслойного стержня, обладающего следующей периодической структурой: $E_1 = E_3$, $\delta_1 = \delta_2$, $A_1 = A_3$. Введем дополнительные обозначения: $E = \frac{E_1}{E_2}$, $\mu = \frac{A_2}{A_1}$, $k = \frac{\delta_2}{\delta_1}$.

После численного анализа, выявлены влияния видов закреплений торцов стержня и физических, геометрических параметров на значение критического времени. На основе численных анализов, можно сделать следующие выводы: 1) критическое время при жестком опирании больше, чем при комбинированном и шарнирном защемлении; 2) увеличение отношения модулей упругости (E) существенно увеличивает критическое время устойчивости; 3) в зависимости от k (с его увеличением) наблюдается увеличение значений критического времени; 4) с увеличением параметра μ уменьшаются значения критического времени.

Литература

1. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977, 383 с.
2. Амензаде Р.Ю., Киясбейли Э.Т. О точности линейного распределения напряжения в задачах выпучивания многослойных стержней // Докл. АН Азербайджана, 2000, № 4-6, с. 72-77.
3. Амензаде Р.Ю., Ахундов М.Б. Вариационный метод механики гетерогенных нелинейно вязко-упругих твердых тел // Докл. РАН, 2006, т. 410, № 1, с. 45-48.
4. Абдуллаев Ф.А., Амензаде Р.Ю., Киясбейли Э.Т. Устойчивость многослойных стержней при различных видах закреплений // Вестник БГУ, 2001, № 1, с. 131-141.

О СПЕЦИАЛЬНЫХ РЕШЕНИЯХ ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЫ ДИРАКА НА ВСЕЙ ОСИ

Ханмамедов А.Х., Алескеров Р.И.

Бакинский государственный университет, Институт математики и механики НАН Азербайджана, Гянджинский государственный университет, Азербайджан

agil_khanmamedov@yahoo.com

Рассмотрим систему разностных уравнений

$$\begin{cases} a_{1,n} y_{2,n+1} + a_{2,n} y_{2,n} = \lambda y_{1,n}, \\ a_{1,n-1} y_{1,n-1} + a_{2,n} y_{1,n} = \lambda y_{2,n}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \end{cases} \qquad (1)$$

вещественные коэффициенты $a_{1,n}, a_{2,n}$ которой удовлетворяют условиям

$$\left. \begin{array}{l} a_{1,n} > 0, \; a_{2,n} < 0, \; n = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \\ \sum\limits_{n \geq 1} |n| \left\{ |a_{1,n} - A| + |a_{2,n} + A| \right\} + \sum\limits_{n \leq -1} |n| \left\{ |a_{1,n} - 1| + |a_{2,n} + 1| \right\} < \infty \end{array} \right\}, \qquad (2)$$

где $A > 0$. Заметим, что система разностных уравнений (1) является дискретным аналогом одномерной системы Дирака, обратная задача рассеяния для которой изучалась в работах $[1]-[2]$. Известно, что метод операторов преобразования широко применяется для исследования обратных спектральных задач (см. $[1]-[3]$ и цитированную там литературу). В настоящей работе найдены представления специальных решений системы уравнений (1) с помощью операторов преобразования.

Обозначим через Γ_j – комплексную λ-плоскость с разрезом по отрезку $\left[-A^{2-j}, A^{2-j}\right], j=1,2$. В плоскости Γ_j рассмотрим функцию

$$z_j = z_j(\lambda) = -\frac{\lambda^2 - 2A^{2(2-j)}}{2A^{2(2-j)}} + \frac{\lambda}{2A^{2-j}}\sqrt{\lambda^2 - 4A^{2(2-j)}}\ ,$$

выбирая регулярную ветвь радикала такую, что $\sqrt{\lambda^2 - 4A^{2(2-j)}} > 0$ при $\lambda > 2A^{2-j}$, $j = 1,2$.

Теорема. *Пусть выполняются условия (2). Тогда система уравнений (1) имеет решения* $\{f_{j,n}(\lambda)\}$ *и* $\{g_{j,n}(\lambda)\}$, $j=1,2$, *представимые в виде*

$$f_{j,n}(\lambda) = \alpha_j^+(n)\left(\frac{Az_1 - A}{\lambda}\right)^{2-j} z_1^n\left(1 + \sum_{m\geq 1} K_j^+(n,m) z_1^m\right),$$

$$g_{j,n}(\lambda) = \alpha_j^-(n)\left(\frac{z_2^{-1} - 1}{\lambda}\right)^{2-j} z_2^{-n}\left(1 + \sum_{m\leq -1} K_j^-(n,m) z_2^{-m}\right),\ n = 0,\pm 1,\pm 2,\ldots,$$

причем величины $\alpha_1^\pm(n), \alpha_2^\pm(n), K_1^\pm(n,m),\ K_2^\pm(n,m)$ *удовлетворяют соотношениям*

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_j^\pm(n) = 1 + o(1)\ \text{при}\ n\to\pm\infty,\ j=1,2, \\ K_j^\pm(n,m) = O\left(\sigma^\pm\left(n + \left[\frac{m}{2}\right] + \frac{1\mp 1}{2}\right)\right), n+m\to\pm\infty \end{array}\right\}$$

где $\sigma^\pm(n) = \sum\limits_{\pm m\geq \pm n}\left\{\left|a_{1,m} - A^{\frac{1\pm 1}{2}}\right| + \left|a_{2,m} + A^{\frac{1\pm 1}{2}}\right|\right\}$, $[x]$ - *целая часть* x. *Кроме того,*

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{a_{1,n}}{A^{\frac{1\pm 1}{2}}} = \left(\dfrac{\alpha_2^\pm(n+1)}{\alpha_1^\pm(n)}\right)^{\pm 1},\ \dfrac{a_{2,n}}{A^{\frac{1\pm 1}{2}}} = -\left(\dfrac{\alpha_1^\pm(n)}{\alpha_2^\pm(n)}\right)^{\pm 1}, \\ \dfrac{a_{1,n}^2 - A^{1\pm 1}}{A^{1\pm 1}} = \pm\left(K_2^\pm\left(n + \dfrac{1\mp 1}{2}, \pm 1\right) - K_1^\pm\left(n + \dfrac{1\mp 1}{2}, \pm 1\right)\right), \\ \dfrac{a_{2,n}^2 - A^{1\pm 1}}{A^{1\pm 1}} = \pm\left(K_1^\pm\left(n - \dfrac{1\pm 1}{2}, \pm 1\right) - K_2^\pm\left(n + \dfrac{1\mp 1}{2}, \pm 1\right)\right),\ n = 0,\pm 1,\ldots, \end{array}\right\}.$$

Литература

1. Гасымов М.Г, Левитан Б.М. Определение системы Дирака по фазе рассеяния, Докл. АН СССР, т.167, No 6, 1966, с.1219-1222.
2. Фролов И.С. Обратная задача рассеяния для системы Дирака на всей оси //Докл. АН СССР, 1972, т.207, №1, с.44-47.
3. Khanmamedov A.Kh. Inverse scattering problem for the difference Dirac operator on a half-line, Doklady Mathematics, vol.79, No 1, 2009 , pp. 103-104.

СХОДИМОСТЬ СПЕКТРАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ПО СОБСТВЕННЫМ ФУНКЦИЯМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА НЕЧЕТНОГО ПОРЯДКА, ФУНКЦИИ ИЗ КЛАССА $W_1^1(G)$

Шахбазов Р. И.

Азербайджанский государственный педагогический университет, Азербайджан

Рассмотрим на интервале $G=(0,1)$ формальный дифференциальный оператор нечетного порядка

$$Lu = u^{(n)} + p_2(x)u^{(n-2)} + \ldots + p_n(x)u,$$

с комплекснозначными коэффициентами $P_\ell(x)\in L_1(G),\ \ell = \overline{2,n},\ n = 2m+1, m = 0,1,\ldots.$

Обозначим через $D_n(G)$ класс функции абсолютно непрерывных вместе со своими производными до $(n-1)$-го порядка включительно на отрезке $\overline{G}=[0,1]$ $(D_n(G)\equiv W_1^{(n)}(G))$.

Под собственной функцией оператора L, отвечающей собственному значению λ, будем понимать любую тождественно не равную нулю функцию $u(x)\in D_n(G),$ удовлетворяющую почти всюду в G уравнению $Lu+\lambda u=0$ (см. [1]).

Пусть $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ полная ортонормированная $L_2(G)$ система, состоящая из собственных функций оператора L, а $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$соответствующая система собственных значений, прием $Re\,\lambda_k=0$.

Обозначим

$$\mu_k=\begin{cases}(-i\lambda_k)^{\frac{1}{n}}, \text{ если } Im\,\lambda_k\ge 0\\ (i\lambda_k)^{\frac{1}{n}}, \text{если } Im\,\lambda_k<0.\end{cases}$$

Введем в рассмотрение частичную сумму ортогонального разложения функции $f(x)\in W_1^1(G)$ по системе $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}:\sigma_\nu(x,f)=\sum\limits_{\mu_k\le\nu}f_k u_k(x),\ \nu>0,$ где $f_k=(f,u_k)=\int\limits_0^1 f(x)\overline{u_k(x)}dx$.

Обозначим $R_\nu(x,f)=f(x)-\sigma_\nu(x,f)$. В работе доказывается следующая теорема:

Теорема. *Пусть функция $f(x)\in W_1^1(G)$ удовлетворяет условию $f(0)=f(1)=0,$ система $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ равномерно ограничена и выполняется условие*

$$\sum_{k=2}^{\infty}k^{-1}\omega_1(f',k^{-1})<\infty. \tag{1}$$

Тогда разложение функции $f(x)$ по системе $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ сходится абсолютно и равномерно на $\overline{G}=[0,1]$ и справедлива оценка

$$\|R_\nu(\cdot,f)\|_{C[0,1]}\le const\left\{\sum_{k=[\nu]}^{\infty}k^{-1}\omega_1(f',k^{-1})+\nu^{-1}\left(\sum_{\ell=2}^{n}\nu^{2-\ell}\|p_\ell\|_1+1\right)\|f'\|_1\right\}, \tag{2}$$

$$\nu\ge\nu_0,$$

где $\omega_1(g,\delta)$ модуль непрерывности в $L_1(G)$ функции $g(x)\in L_1(G)$; $\|P_\ell\|_p=\|P_\ell\|_{L_p(G)}$, $const$ не зависит от функции $f(x)$, $\nu_0=4\pi\Big/\left(\min\limits_j|Re\,\omega_j|\right)$, ω_j-корни n-ой степени числа $(-1)^n$.

Следствие 1. Если в теореме дополнительно требовать, что $f'(x)\in H_1^{\alpha}(G),\ 0<\alpha<1$ ($H_1^{\alpha}(G)$-класс Никольского), что

$$\|R_\nu(\cdot,f)\|_{C[0,1]}\le const\nu^{-\alpha}\|f'\|_1^{\alpha}, \tag{3}$$

где $\|f'\|_1^{\alpha}=\|f'\|_1+\sup\limits_{\delta>0}\delta^{-\alpha}\omega_1(f',\delta)$, $const$ не зависит от функции $f(x)$, $\nu\ge\nu_0$.

Следствие 2. Если в теореме дополнительно требовать, что $\omega_1(f',\delta)=O\left(ln^{-(1+\beta)}\delta^{-1}\right),\delta\to+0,$ $\beta>0$, то $\|R_\nu(\cdot,f)\|_{C[0,1]}=O(ln^{-\beta}\nu),\ \nu\to+\infty.$ Отметим, что подобные результаты для оператора второго порядка доказаны в работе [2].

Литература

1. Ильин В.А. Необходимые и достаточные условия базисности и равносходимости с тригонометрическим рядом спектральных разложений I //Дифференциальные уравнения . 1980, Т.16, №5, с.771-794.
2. Kurbanov V.M., Safarov R.A. On uniform convergence of orthoqonal expansions in eigenfunctions of Sturm-Liouville operator //Trans of NAS of Azerbaijan, 2004, V. XXIV, №1, pp.91-104.

II BÖLMƏ

DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR VƏ RİYAZİ FİZİKA

II СЕКЦИЯ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

PART 2

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND MATHEMATICAL PHYSICS

DİFERENSİAL TƏNLİKLƏRİN İQTİSADİYYATDA TƏTBİQİ

Abasova G.
Azərbaycan Dövlət İqtisad Universiteti, Azərbaycan
solmazhasanova@mail.ru

İqtisadi və təbii proseslərin riyazi modelləşməsi çox vaxt diferensial təntiklərin həllinə gətirib çıxarır.

Diferensial tənliklər iqtisadi dinamikanın modelləşməsində də geniş istifadə olunur. Bu modellərdən biri də Evans modelidir – bazarda bir əmtəənin sabit qiymətini təyin edilməsi; “Solou bazis modeli” altında tanınan iqtisadi artımın dinamik modeli.

Evans modelində bir əmtəə bazarı nəzərdən keçirilir və vaxt kəsilməz hesab olunur.

Solou modelində iqtisadiyyat vahid bütöv kimi nəzərdən keçirilir (struktur bölgülər olamadan). Bu model yetəri gədər adekvatdır və istehsal prosesinin makroiqtisadiyyatinin vacib aspeklərini əks etdirir.

Tutaq ki, y = y(t) – t zaman müddətində realizə olan, hər hansı istehsalçının istehsalının həcmidir.

Tutaq, ki bu əmtəənin qiyməti sabitdir (baxılan zaman müddətində). Onda

y = y(t) diferensial tənliyi

$$y' = ky, \tag{1}$$

burada k = mpl, m – investisiyaların normasıdır, p- satılan qiymətdir, l- investisiyakəmiyyəti ilə əmtəə istehsalının sürətinin nisbətinin əmsalıdır.

Burada (1) tənliyi dəyişənlərə ayrılan diferensial tənlikdir və onun həlli

$$y = y_0 e^{(t-t_0)} \tag{2}$$

şəklindədir və aşağıdakı şərtə uyğundur

$$y_0 = y(t_0)$$

(1) tənliyi həm əhalinin artımını göstərir, həm də sabit inflyasiya ilə qiymətlərin artımını göstərir və s. Qiymətlərin dəyişməməsi haqqında təxminlər praktikada özünü yalnız az vaxt müddətində özünü doğruldur.

Ümumi halda realizə əmtəənin həcmi olan y-dan aslı p qiymət funksiyası azalan funksiyadır, yəni (p=p(y)).

Onda (1) tənliyi aşağıdakı şəkildə olan dəyişənlərə ayrılan diferensial olacaq:

$$y' = mpl\,(y)\,y, \tag{3}$$

(3) tənliyi həm də artımın təbii məhdudiyyəti olduqda əhalinin xalqlarının artımını, epidemiyaların yayılması dinamikasını, reklamın yayılmasını və s. göstərir.

Tələbatın elastikliyi (qiymətə nisbətən) aşağıdakı tənlik ilə ifadə olunur:

$$ep(y) = {}^{pdy}/_{ydp}$$

Bəzi hallarda tələbat funksiyası bu elastiklik daxilində maraq yaradır.

QEYRİ-XƏTTİ ADİ DİFFERENSİAL TƏNLİKLƏR SİSTEMİNƏ TƏTBİQ OLUNAN AYIRMA METODU

Balayev M.K. , Qocayeva G.I.

Azərbaycan Kooperasiya Universiteti, Bakı Mühəndislik Universiteti, Azərbaycan

Bu metodun mahiyyəti verilmiş məsələnin həllini ardıcıl yaxınlaşmalar üsulu ilə həll etməkdən ibarətdir.Tutaq ki,F funksiyasi həm xətti, həm də qeyri-xətti adi diferensial operatordur və

$$\boldsymbol{F\ (u\ (x))\ =\ g\ (x)\ \ (1)}$$

tənliyinə baxaq. Bu tənlikdə yüksək tərtibdən törəmələri olan hədləri $N;$ diferensial tənliyin qeyri-xəttihissəsiniR,qalan hissəni isə L ilə işarə edək

.

$$\boldsymbol{Lu\ +\ Ru\ +\ Nu\ =\ g \qquad (2)}$$

Tutaq ki,L operatorunun tərsi vardir.

$$\boldsymbol{L^{-1}Lu = L^{-1}g - L^{-1}Ru - L^{-1}Nu}$$

Bu ayırma metodunu qeyri-xətti adi differensial tənliklər üçün yazaq;

$L = \frac{d}{dt};$ B,t nin nxn tərtibli matris funksiyası olmaqla,

$$LX = BX + F(X) + g(t), X = C \quad (3)$$

əldə edilir. Başlanğıc dəyər məsələsinə baxaq:

$$\boldsymbol{X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, F(X) = \begin{pmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{pmatrix}, g(t) = \begin{pmatrix} g_1(t) \\ g_2(t) \\ \vdots \\ g_n(t) \end{pmatrix} \quad (4)}$$

Bu məsələyə H Hilbert fəzasında baxaq.L^{-1} tərs operatorunu hər iki tərəfə soldan tətbiq etsək

$$X = C + L^{-1}(BX) + L^{-1}\big(F(X)\big) + L^{-1}\big(g(t)\big), \qquad (5)$$

alariq.. İndi təhlilin ayrılışını yaza bilərik

$$.X = X_0 + X_1 +, \dots, + X_m + \cdots\ i(6)$$

Onda $F(X)$ funksiyasının A_m^j , (4) tənliyindəki $f_j(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyası üçün ayırma çoxhədliləri ayrılışını

$$F(X) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m = \sum_{m=0}^{\infty} \begin{pmatrix} A_m^{(1)} \\ A_m^{(2)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ A_m^{(j)} \end{pmatrix} (7)$$

yaza bilərik. Həllin hədləri

$$X_0 = C + L^{-1}\big(g(t)\big), \qquad X_m = L^{-1}(BX_{m-1}) + L^{-1}(A_{m-1}); \quad m \geq 1 \qquad (8)$$

ilə ifadə edilir. K -cı həddin təqribi həlli

$$U_k = \sum_{m=0}^{k-1} X_m\ (9)$$

və tam həll $X = \lim_{k\to\infty} U_k$ olar.

Ədəbiyyat

1. ADOMIAN, G., 1990a, A Review of the Decomposition Method and Some Recent for Nonlinear Equations, Math. Comp. Modell.,
2. BELLOMO, N. and MONACO, R., 1985, A comparison between decomposition methods and perturbation techniques for nonlinear random differential equations, Journal of Computational and Applied Mathematics, September 1985

ELASTİKİ SİLİNDRİK ÖRTÜKDƏ MAYEDƏKİ KİÇİK AMPLİTUDLU DALĞALARIN YAYILMASI HAQQINDA

Əliyev A. B.
Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan

Silindrik elastiki nazikdivarlı örtüklərin ikifəzalı barotrop qabarcıqlı mayedəki kiçik dağaların oxa simmetrik yayılmasına baxılır. Həyəcanlanmış halda radius R, qalınlığı 2h olan dairəni örtük qəbul edirik. Oxa simmetrik hərəkətin (x, θ, r) silindrik koordinat sistemində hidrodinamik parametrlər yalnız x və r koordinatlarının funksiyasıdır. Oxa simmetrik halda mayenin hidridinamik təzyiqi altında örtüyün hərəkət tənliklərini aşağıdakı kimi yaza bilərik. [1,2];

$$\frac{1}{R^2}W + \frac{V}{R}\frac{\partial U}{\partial X} - \frac{1-\partial^2}{2Eh}q\big|r = R + \frac{1-\partial^2}{E}\rho_X\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0\,,\ \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial}{R}\frac{\partial W}{\partial X} - \frac{1-\partial^2}{E}\rho_\kappa\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$$

Burada U(x,t)- oxboyu yerdəyişmə, W(x,t)- radial yerdəyişmədir, ρ_κ - örtüyün sıxlığı, E- elastiklik modulu, ∂ - Puasson əmsalıdır. Məsələnin tamlığı üçün örtüyün tənliklər sisteminə maye və örtüyün sərhəddəki şərtinidə əlavə etmək lazım gəlir.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial r}\Big|r = R$$

Axını potensiallı qəbul etdiyimizdən $\Delta\varphi = \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}$ Furye metoduna əsasən sürət potensialını $\varphi = \varphi_1(x)\varphi_2(r)\exp(i\omega t)$ şəklində axtarırıq. Bütöv mühit mexanikasının tənliklərindən və qanunlarından istifadə edərək mayedə yayılan dalğaların yayılması araşdırılıb.

Ədəbiyyat

1. Амензаде Р.Ю. Алиев А.Б. Руфуллаева.Распросранение волн в жидкости протекающей в упругой трубке с учетом вязко-упругого трения окружающей среды
2. Седов Л.У. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1970, Т.1,492с.,Т.2.576с.

NAZİK DİVARLI DAİRƏVİ LÖVHƏLƏRİN OPTİMAL LAYİHƏ EDİLMƏSİ

Əliyev D. Ə.
Azərbaycan Respublikası Müdafiə Sənayesi Nazirliyi "Neftqazavtomat EİM" MMC, Azərbaycan

Oxa simmetrik eninə yüklənməyə məruz qalan bircinc sərt - plastik materialdan hazırlanmış nazik divarlı, birqat, *R* radiuslu dairəvi lovhələrin optimal layihələndirilməsi məsələsinə baxaq. Hesab edək ki, yüklənmənin qiyməti yol verilən həddə çatana qədər lövhə deformasiya olunmamış vəziyyətdə olur, lövhənin materialı isə Treskin axma şərtinə və axmanın assosasiya qanununa tabe olur. *Z* oxunu yükün təsir etdiyi istiqamətdə yönəldək və*rφ* müstəvisi lövhənin orta müstəvisi ilə üst-üstə düşmək şərti iləlövhənin mərkəzində silindrik *rφz* koordinat sistemini çəkək.

Optimallıq kriteriyası kimi lövhənin çəkisinin minimallığını seçək. Bircins, materialdan hazırlandığı üçün eninə əyilmənin limit vəziyyətində lövhənin çəkisini minimal edən *h(r)* qalınlığı lövhənin *V* həcminin, yəni

$$V = 2\pi\int_o^R h(r)dr$$

funksionalın ınminimallığını təmin edəcək.

Gərginlik vəziyyətini xarakterizə edən ümumiləşmiş parametrlər kimi M_r və $M\varphi$ ilə işarə edilən radial və tangensial əyici momentləri seçək. Tam plastik əyici momenti *M* ilə işarə etsək,onda axma səthi ($M_r M_\varphi$) müstəvisində Treskə görə,

$$f(M_r, M_\varphi) = M^2 = \left(\frac{\sigma h^2}{4}\right)^2 \tag{1}$$

şərti və Tresk-Sen-Venan altıbucaqlısı ilə təsvir edilir,burada *σ* ilə axıcılıq həddi işarə edilmişdir.

Drukker və Şild tərəfindən isbat edilmişdir ki,plastik vəziyyətdə olan belə lövhə vahid həcminə düşən enerji dissipasiyasının sürəti sabit olduqda nisbi minimal həcmli olur[1] və material bircins seçildikdə lövhənin çəkisinin minimallıq şərti aşağıdakı kimi yazılır:

$$\frac{M_r(r)W''(r)+M_\varphi(r)W'(r)}{h(r)}=C \tag{2}$$

Burada$C$-təcrübi sabit, W-lövhənin əyilmə sürətidir, ştrixlə r-ə nəzərən törəmə işarə edilmişdir.

Lövhənin tarazlıq tənliyini yazaq:

$$(rM_r)'-M_\varphi=-\int_0^r p(r)rdr \tag{3}$$

Sonuncu üç bərabərlik lövhəyə təsir edən oxasimmetrik eninə yüklənmənin *p(r)*- intensivliyindən və konturu boyu bərkidilmə formasından asılı olaraq, əyici momentlərin və əyilmə sürətinin üzərinə qoyulan zəruri şərtlərlə birlikdə optimal layihənin müəyyənləşdirilməsi məsələsinin riyazi qoyuluşunutəşkil edir.

Göründüyü kimi, qoyulmuş optimal layihələndirmə məsələsinin həlli bilavasitə yüklənmə qanunundan və lövhənin konturu boyu bərkidilmə formasından asılıdır. Əgər yüklənmə simmetrikdirsə, lövhənin yalnız bir üzünə tətbiq olunubsa və lövhə konturu boyudayaq üzərində sərbəst yerləşibsə, ondaasanlıqla sübut edirik ki, lövhədə Tresk-Sen-Venan altıbucaqlısının***D***düyün nöqtəsinə müvafiq plastik rejim reallaşacaq.***D*** rejimi üçün $M_r=M_\varphi=-M$olduğunu və sərbəst söykənmiş dairəvi kontur boyu$M_r(R)=0$ olduğunu nəzərə alıb (3) tənliyini həll etsək, yaza bilərik:

$$M(r)=\int_r^R\frac{dy}{y}\int_0^y p(x)xdx \tag{4}$$

Onda (1)-dən göründüyü kimi, minimal çəkili dairəvi lövhənin qalınlığının dəyişməsi *M(r)* funksiyasının (4) bərabərliyi ilə təqdim olunan ifadəsi nəzərə alınmaqla,

$$h(r)=2\sqrt{\frac{M(r)}{\sigma}} \tag{5}$$

düsturu ilə hesablanacaqdır.Sonuncu iki bərabərliyi və ***D*** rejimi üçün $M_r=M_\varphi=-M$ olduğunu (2) tənliyində yerinə yazsaq, lövhənin çəkisinin minimallıq şərti aşağıdakı şəklə düşər:

$$\left(rW'(r)\right)'=\frac{4C}{\sigma}\frac{r}{h(r)}$$

W(R)=0 və W'(0)=0 şərtlərini nəzərə almaqla bu diferensial tənliyihəll etsək, minimal çəkili dairəvi lövhə üçün əyilmə sürətinin dəyişmə qanununu müəyyənləşdirmiş olarıq.

Ədəbiyyat

1. D.Ə.Əliyev Optimal layihələndirmədə simmetrikliyin nəzərə alınması. Azərbaycanın müstəqilliyinin bərpasının 20 illiyinə həsr olunmuş “Ölkə iqtisadiyyatının inkişafında elmi innovasiyanın rolu”. BeynəlxalqElmi-Praktiki konfransın (24-25 noyabr 2011-ci il) materialları,

BÜKÜLMƏ TİPLİ BİR QARIŞIQ MƏSƏLƏNİN HƏLLİ HAQQINDA

Cəlilov K.Ə.

Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan

hankishiyev.zf@yandex.com

Baxılan iş aşağıdakı şəkildə diferensial tənlik üçün qoyulmuş qarışıq məsələnin həllinə həsr olunmuşdur:

$$D_{0t}^{\alpha}u(x,t)+\frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4}=\phi(t)*\frac{\partial^{2r}u(x,t)}{\partial t^{2r}}. \tag{1}$$

Burada $x\in(0,1), t>0$ və r isə 0 və ya 1 ədədlərindən biridir.

Bundan başqa,

$$\phi(t)=\begin{cases}t^{-\beta}, 0<\beta<1, t>0,\\ 0,\ t<0.\end{cases}$$

(1) tənliyinin sağ tərəfində $\phi(t)$və $\frac{\partial^{2r}u(x,t)}{\partial t^{2r}}$funksiyalarının bükülməsi, sol tərəfdə isə birinci toplanan olaraq$u(x,t)$funksiyasının$1 < \alpha < 2$tərtibli, aşağıdakı düsturla təyin olunan Riman- Luivill mənada törəməsi yazılmışdır:

$$D_{0t}^{\alpha}u(x,t) = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)} \cdot \frac{d^2}{dt^2}\int_0^t u(x,r)(t-\tau)^{1-\alpha}d\tau.$$

Bu tənliyə

$$\lim_{t\to+0} D_{0t}^{\alpha-1}u(x,t) = \phi_0(x), \tag{2}$$

$$\lim_{t\to+0} D_{0t}^{\alpha-2}u(x,t) = \phi_1(x).$$

başlanğıc şərtləri və

$$u^{(k)}(0,t) = u^{(k)}(1,t) = 0, \qquad k = 0,2;\ t > 0 \tag{3}$$

sərhəd şərtləri əlavə olunur və (1)-(3) məsələsinə baxılır. Burada $\phi_0(x), \phi_1(x)$ müəyyən şərtləri ödəyən, qabaqcadan verilmiş funksiyalardır.

Bu məsələnin həlli

$$\sum_{n=1}^{\infty} T_n(t)\sin nx$$

şəklində axtarılaraq t-yə görə bükülməsi olan Koş məsələsinə gətirilir.

Bu məsələnin həlli Laplas çevirməsinin tətbiqi ilə tapılır. Məlumdur ki, [1] kəsr tərtibli törəmənin mövcud olduğu halda həmin çevirmə belə düsturla verilir:

$$\int_0^{\infty} e^{-st}D_{0t}^{\alpha}f(t)dt = S^{\alpha}F(s) - \sum_{i=0}^{n-1} S^i\left[D_{0t}^{\alpha-i-1}f(t)\right]_{t=0}.$$

Burada

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st}f(t)dt.$$

Müəyyən çevirmə apardıqdan sonra alınmış ifadə sadələşdirilir və tərs çevirmənin tətbiqi ilə qoyulmuş məsələnin həlli alınır. Qeyd edək ki, bu zaman $T_n(t)$ funksiyası üçün Mittaq- Leffler funksiyalarından ibarət ifadələr alınır.

Həmin ifadələr:

$$L^{-1}\left(\frac{S^{\alpha-1}}{(S^{\alpha}\pm a)^{k+1}}\right) = \frac{1}{k!}t^{\alpha k+\beta-1} \cdot E_{\alpha,\beta}(\pm at^{\alpha}),$$

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{z^k}{\Gamma(\alpha k+\beta)}, \quad a = (\pi\alpha)^4$$

şəklindədir.

Burada L^{-1} ilə Laplas çevirməsinin tərsi işarə edilmişdir.

Ədəbiyyat

1. Podlubny I.Fractional Dif. Eqations. Mat. in Science. Vol.198. San Diego 1999.
2. K.S.Miller, B.Ross. An introduction to the fractional Calculus. USA. 1993.

BORU KƏMƏRLƏRİNİN GİRİŞİNDƏ MAYE AXINININ RİYAZİ MODELİ

İsmayılova Ş.H., Cumalıyeva İ.C., İsmayılov R.Ş.
Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan Texniki Universiteti, Azərbaycan

Respublikada neft və qaz sənayesinin intensiv inkişafı ilə əlaqədar neft və qaz yataqlarının işlənməsində, istismarında və nəqlində müxtəlif hidromexaniki məsələlərin həlli elmin prioritet istiqamətlərindən biridir. Bununla əlaqədar olaraq, hasil olunan neftin boru kəmərləri ilə nəqli prosesinin tədqiqi son zamanlarda daha intensiv aparılır. Bu aspektdə boru kəmərlərinin girişində maye axını dinamikasının öyrənilməsi aktual məsələlərdən biridir.

Boruda özüllü maye axınının sərhəd təbəqəsində sürətin dəyişməsini aşağıdakı şəkildə yazaq [1-3]:

$$u = U_1(x)\left[2\left(\frac{R-r}{\delta_1}\right) - \left(\frac{R-r}{\delta_1}\right)^2\right] \quad . \tag{1}$$

Ölçüsüz kəmiyyətləri $U = \frac{U_1}{U_0}$; $\bar{U} = \frac{u}{U_0}$; $X = \frac{x}{D} Re$; $Re = \frac{U_0 D}{V}$; $r = \frac{r}{R}$; $\delta = \frac{\delta_1}{R}$ daxil etməklə

hidrodinamik tənlikləri

$$\frac{d}{dx}\int_0^R u^2 r dr + \frac{1}{2}\cdot\frac{R^2}{\rho}\cdot\frac{dp}{dx} - R\left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=R} = 0, \tag{2}$$

$$2\int_0^R u r dr = U_0 R^2 \ , \tag{3}$$

$$u|_{r=R} = 0 \ , \left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=R-\delta} = 0 \ , u|_{x=0} = U_0 \ , \tag{4}$$

$$u]_{x=\infty} = 2U_0\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \ , \tag{5}$$

$$\frac{dp}{dx} = \mu\left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)\right] \tag{6}$$

aşağıdakı şəklə nəzər salaq

$$\frac{d}{dX}\int_0^1 \bar{U}^2 r dr + \frac{1}{2\rho {U_0}^2}\cdot\frac{dp}{dx} - 4\left.\frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{r}}\right|_{\bar{r}=1} = 0 \tag{7}$$

$$2\int_0^1 \overline{Ur}\, d\bar{r} = 1 \tag{8}$$

$$\frac{1}{4\rho {U_0}^2}\cdot\frac{dp}{dX} = \frac{\partial}{\partial \bar{r}}\overline{r\frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{r}}}\bigg|_{\bar{r}=1} \tag{9}$$

$$\bar{U} = U\left[2\left(\frac{1-\bar{r}}{\delta}\right) - \left(\frac{1-\bar{r}}{\delta}\right)^2\right] \tag{10}$$

U-nu sərfin sabitliyi (8) tənliyindən tapıb (10) tənliyində yerinə qoyduqdan və inteqralladıqdan sonra alarıq

$$U = \frac{6}{\delta^2 - 4\delta + 6} \tag{11}$$

δ *və* X arasında əlaqəni tapmaq üçün (9) və (7) tənliklərindən istifadə edək,onda

$$\frac{d}{dx}\int_0^1 \bar{U}^2 \bar{r}\, d\bar{r} = 2\left.\frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{r}}\right|_{\bar{r}=1} - 2\left.\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial \bar{r}^2}\right|_{\bar{r}=1} \tag{12}$$

yazarıq. (10) tənliyini r -ə görə diferensiallasaq və dəyişənlərə ayırsaq, taparıq

$$dX = -\frac{\delta^2\left(4\delta^2 - 21\delta^2 + 34\delta - 18\right)}{10(1-\delta)(\delta^2 - 4\delta + 6)^2}\, d\delta \tag{13}$$

(13) tənliyindən dX-in və (11) tənliyindən U-nun qiymətini yerinə yazsaq, inteqralladıqdan sonra alarıq

$$\frac{p_0 - p}{\frac{1}{2}\rho {U_0}^2} = \frac{16}{5}\left[\frac{\delta\left(11\delta^2 - 74\delta^2 + 72\delta + 36\right)}{24(\delta^2 - 4\delta + 6)^2} + \frac{1}{9}\ln\frac{\delta^2 - 4\delta + 6}{6} - \frac{2}{9}\ln(1-\delta) + \frac{13}{36\sqrt{2}}\left(arctg\sqrt{2} - arctg\,\frac{2-\delta}{\sqrt{2}}\right)\right]$$

(14)

Borunun uzununa başlanğıc sahədə təzyiq dəyişməsini $\zeta \mathrm{Re} - \left(\frac{1}{2}\rho {U_0}^2\right)^{-1}\cdot\left(\frac{dp}{dx}\right)$ müqavimətin yerli əmsalı vasitəsilə qeyd edək. (9) və (11) tənliklərini nəzərə alaraq , $\frac{dp}{dX}$ qiymətini təyin edərək, alınan nəticəni (14) ifadəsində yerinə qoysaq, yazarıq

$$\zeta \mathrm{Re} = \frac{96(\delta+1)}{\delta^2(\delta^2 - 4\delta + 6)} \tag{15}$$

Müqavimətin orta əmsalı aşağıdakı düsturla tapaq:

$$\zeta \mathrm{Re} = \frac{p_0 - p}{\frac{1}{2}\rho U_0{}^2} X^{-1} \qquad (16)$$

Qeyd edək ki, $X \to \infty$halında$\zeta \mathrm{Re}$ və $\bar{\zeta}\mathrm{Re}$ daimi qiymətə yönəlir. Əgər $X \geq l_b$ olarsa (16) tənliyini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$p_0 - p = \left(\lambda \frac{x}{D} + k\right) \frac{\rho U_0{}^2}{2}, \qquad (17)$$

burada k- borunun girişində kinetik enerjinin dəyişməsini və özüllüyün paylanmasını ifadə edir. (11) tənliyində U=0,99 · 2 qiymətini yerinə yazsaq, δqiymətini tapıb, başlanğıc sahənin uzunluğunu aşağıdakı düsturla təyin edə bilərik

$$l_b = 0{,}042\ D\ Re \qquad (18)$$

Aparılan hesabatlar və onların eksperimentlə müqayısəsi nətıcəsində müəyyən olunmuşdur ki, bizim aldığımız nəticə təcrübi nəticələrlə üst-üstə düşür.

Ədəbiyyat

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 2003, 850с.
2. Дейч М.Е.,Зарянкин А.Е. Гидрогазодинамика. 1984, 384с.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. 1986, 735с

LÖVHƏNİN MƏXSUSİ TEZLİYİNİN ONUN OBLASTINDAN QABARIQ ASILILIĞI HAQQINDA

Qasımov Y.S., Allahverdiyeva N.A.

Bakı Dövlət Universiteti, Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan

gasimov.yusif@gmail.com

Məlumdur ki, lövhələr müxtəlif konstruksiyaların tərkibinə daxil olan elementlərdir və bu konstruksiyalar
sənayedə, texnikada, ən müxtəlif sahələri əhatə edən tikinti sektorunda geniş tətbiq olunur. Bu zaman konstruksiyaların dugər elementləri kimi lövhələrin də müxtəlif xasslərinin öyrənilməsi böyük praktiki əhəmiyyət kəsb edir. Bu məsələlərin tədqiqinə həsr olunmuş işlərdə, adətən, müxtəlif tipli (sərbəst, bərkidilmiş və sıxılmış) lövhələrin fiziki xassələri araşdırılır. Lakin bir çox hallarda bu fiziki xarakteristikalar təkcə lövhənin hazırlandığı materialdan, mühitdən və s. deyil, həm də onun həndəsi göstəricilərindən asılı olur. Bir sıra texniki məsələlərin həllində lövhənin məxsusi tezliyi vacib rol oynadığından, bu göstəricinin onun formasından asılı kəmiyyət kimi tədqiqi aktual məsələdir. Əgər lövhənin oblastını dəyişən kimi götürüb, onun məxsusi tezliyinə bu dəyişəndən asılı funksional kimi baxsaq, onda bu funksionalın qabarıqlığı onun ekstremal xassələri haqqında xeyli əlavə informasiya verə bilər [1,2,4,5]. Bunu nəzərə alaraq işdə sıxılmış lövhənin məxsusi tezliyinin onun oblastından qabarıq asılılığı araşdırılır.

Tutaq ki, lövhənin sahəsi Doblastı, onun sərhədi isə$S_D \in C^2$-dir. Məlumdur ki, [1] lövhənin eninə rəqslərinni xarakterizə edən $w(x_1, x_2, t)$ funksiyası (əslində lövhənin məxsusi rəqsi) aşağıdakı dördüncü tərtib xüsusi diferensial tənliyi ödəyir

$$\omega_{x_1x_1x_1x_1} + 2\omega_{x_1x_1x_2x_2} + \omega_{x_2x_2x_2x_2} + \omega_{tt} = 0. \qquad (1)$$

Əgər bu prosesi qərarlaşmış hesab etsək, onda bu tənliyin həllini (lövhənin məxsusi rəqsini) belə axtarmaq olar

$w(x_1, x_2, t) = u(x_1, x_2)\cos\mu t$,

harada ki, μ lövhənin məxsusi tezliyidir.

Bunu (1.53) tənliyində yerinə qoysaq, alarıq

$$\Delta^2 u = \lambda u. \qquad (2)$$

Burada $\Delta^2 = \Delta\Delta,\ \lambda = \mu^2$. Biz sıxılmış lövhəni tədqiq etdiyimizdən aşağıdakı sərhəd şərtləri qoyulmalıdır

$$u = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial n} = 0,\ x \in S_D. \qquad (3)$$

Qabarıq məhdud $D \subset R^n$oblastlar çoxluğunu M ilə işarə edək. Tutaq ki,

$$K = \{D \in M, \ S_D \in C^2\}.$$

İndi fərz edək ki, lövhənin D oblastı K çoxluğunda dəyişir. Onda biz onun məxsusi tezliyinəoblastdan asılı funksional kimi baxa bilərik. Yəni belə işarə edə bilərik $\lambda_j = \lambda_j(D)$.

İşdə aşağıdakı teoremlər isbat edilir.

Teorem1. Tutaq ki, $f(t)$ funksiyası $[t_0, t_1]$parçasında iki dəfə kəsilməz diferensiallanır və $f'(t)$ bu parçada işarəsini saxlayır. Onda elə $k_0 \geq 0$ ədədi var ki, hər bir $k \geq k_0$ üçün $F(t) = e^{k f(t)}$ funksionalı qabarıqdır.

Teorem 2. Tutaq ki, sıxılmış lövhənin oblastının dayaq funksiyası hər bir $t \in [t_0, t_1]$ nöqtəsi üçün $P'_{D(t)}(x) > 0$ (və ya $P'_{D(t)}(x) < 0$) şərtini ödəyir. Onda $\lambda_j(t)$ funksionalı kvaziqabarıqdır.

Misal1. Teormin hökmünü əyani yoxlamaq üçün aşağıdakı misala baxaq. Tutaq ki, sıxılmış lövhənin oblastı t parametrindən aşağıdakı qaydada asılıdır $D(t) = D_0 + t \cdot D, \ t > 0, \ D_0, D \in K.$ Burada $D_0, D \in K.$ Məlumdur ki, bu halda $D(t)$ oblastının dayaq funksiyası belə hesablanır

$$P_{D(t)}(x) = P_{D_0}(x) + t \cdot P_D(x).$$

Buradan alırıq ki, $P'_{D(t)}(x) = P_D(x).$

Oblastın dayaq funksiyasının tərifinə əsasən deyə bilərik ki, əgər 0 nöqtəsi sıxılmış lövhənin oblastına daxil olsa, yəni $0 \in \operatorname{int} D$ şərti ödənilsə, onda $P_D(x) \geq 0$ şərti ödəniləcəkdir. Bu isə o deməkdir ki, Teorem 1-ə əsasən sıxılmış lövhənin məxsusi tezliyi $\lambda(t)$ kvaziqabarıq funksiya olacaqdır.

Tutaq ki, lövhənin D oblastının S_D sərhədi kifayət qədər hamar funksiyadır. Bu halda aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 3. Fərz edək ki, sıxılmış lövhənin məxsusi tezliyi -$\lambda(t)$ funkiyası t parametrinə nəzərən iki
dəfə differensiallanır və lövhənin oblastının $P'_{D(t)}(x)$ dayaq funksiyası $[t_0, t_1]$ parçasında işarəsini saxlayır. Onda elə $k_0 \in R$ ədədi var ki, ixtiyari $k \geq k_0$ üçün $\Lambda(t) = e^{k\lambda(t)}$ funksionalı qabarıqdır.

Ədəbiyyat

1. Elishakoff I., Eigenvalues of Inhomogeneous Structures, CRC Press, 2005.
2. Gasimov Y.S. On some properties of the eigenvalues by the variation of the domain, Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry, 10 (2003), No.2, pp.249-255.
3. Gould S.H.. Variational Methods for Eigenvalue Problems, Canada: Oxford University Press/University of Toronto Press, Oxford/Toronto, 1996.
4. Niftiyev A.A., Gasimov Y.S. Control by Boundaries and Eigenvalue Problems with Variable Domains, Baku University Press, 2004 (in Russian).
5. Vladimirov V.S. Equations of Mathematical Physics, Moscow, Nauka, 1988 (in Russian).
6. Баничук Н.Б. Введение в оптимизацию конструкций. М.: Наука, 1986.
7. Гулд С. Вариационные методы в задачах о собственных значениях. М.:Мир, 1970, 320 с.
8. Троицкий В.А., Петухов Л.В. Оптимизация формы упругих тел. М.: Наука, 1982, 432 с.

ÜÇÜNCÜ TƏRTİB BİRGƏ TİP TƏNLİK ÜÇÜN QEYRİ-LOKAL SƏRHƏD ŞƏRTLƏRİ DAXİLİNDƏ MƏSƏLƏNİN FREDHOLMLUĞU

Niftullayeva Ş.

Lənkəran Dövlət Universiteti, Azərbaycan

sebineniftullayeva_90@mail.ru

Məlumdur ki, Koşi-Riman tənliyi üçün müxtəlif oblastlarda qeyri-lokal sərhəd şərtləri daxilində məsələlərə [1]-[2] işlərində baxılmışdır. Koşi-Riman tənliyi ilə əlaqədar olan qarışıq və birgə tip tənliklər üçün müxtəlif məsələlərə [3]-də baxılmışdır. Burada Koşi-Riman tənliyinin qarışıq törəməsindən alınan birgə tip tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərti daxilində məsələyə baxılmışdır.

$$\frac{\partial^3 u(x)}{\partial x_1 \partial x_2^2} + i\frac{\partial^3 u(x)}{\partial x_1^2 \partial x_2} = 0, \qquad x \in D, \tag{1}$$

$$\sum_{s=1}^{2}\left[\alpha_k^{(s)}(x_1)\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_1 \partial x_2} + \alpha_{k,1}^{(s)}(x_1)\frac{\partial u(x)}{\partial x_1} + \alpha_{k,2}^{(s)}(x_1)\frac{\partial u(x)}{\partial x_2} + \alpha_{k,0}^{(s)}(x_1)u(x)\right]\Bigg|_{x_2=\gamma_s(x_1)} = \alpha_k(x_1), \tag{2}$$

$k = \overline{1,3};\ \ x_1 \in [a_1, b_1],$

burada $D - x_2$ istiqamətində qabarıq məhdud müstəvi oblast, $\Gamma = \partial D$ sərhəddi isə Lyapunov xəttidir. Xətti asılı olmayan (2) sərhəd şərtlərinin verilənləri (əmsalları və sağ tərəfi) kəsilməz funksiyalar, $i = \sqrt{-1}$ xəyalı vahiddir.

Verilmiş (1) birgə tənliyin fundamental həlli

$$U(x-\xi) = \frac{1}{2\pi}[x_2 - \xi_2 + i(x_1 - \xi_1)]\{\ln[x_2 - \xi_2 + i(x_1 - \xi_1)] - 1\}, \tag{3}$$

şəklindədir.

İşdə $u(x)$, $\frac{\partial u(x)}{\partial x_1}$, $\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}$ funksiyaları üçün (3) və (1) - dən istifadə etməklə əsas münasibətlər alınmışdır. Bu əsas münasibətlərdən (2)- də verilən məchullar üçün zəruri şərtlər alınmışdır.

Zəruri şərtlərdə olan sinqulyarlıqlar özünə məxsus üsulla requlyarlaşdırıldıqdan sonra alınan requlyar ifadələr verilmiş sərhəd şərtləri ilə birlikdə qoyulmuş sərhəd məsələsinin fredholmluğu üçün kafi şərtin alınmasına imkan verir. İşdə aşağıdakı hökm isbat edilmiş olur.

Teorem. Əgər $D - x_2$ istiqamətində qabarıq, məhdud müstəvi oblast, $\Gamma = \partial D$ sərhəddi Lyapunov xəttidirsə, xətti asılı olmayan (2) sərhəd şərtlərinin verilənləri $\alpha_k^{(s)}(x_1)$ və $\alpha_{k,0}^{(s)}(x_1)$ $k = \overline{1,3};\ s = 1,2;\ x_1 \in [a_1, b_1]$ olduqda Hölder sinfindən olub $\alpha_{k,j}^{(s)}(x_1)$ əmsalları $k = \overline{1,3};\ j = 1,2;\ s = 1,2;$ üçün kəsilməz funksiyalar, $\alpha_k(x_1)$ sağ tərəfləri $k = \overline{1,3};\ x_1 \in [a_1, b_1]$ üçün diferensiallanan funksiyalar olmaqla $\alpha_k(a_1) = \alpha_k(b_1) = 0,\ k = \overline{1,3}$ şərtləri ödənilərsə, onda

$$\Delta(x_1) = \begin{vmatrix} \alpha_{111}^{(1)}(x_1) & \alpha_{111}^{(2)}(x_1) & \alpha_{102}^{(1)}(x_1) & \alpha_{102}^{(2)}(x_1) \\ \alpha_{211}^{(1)}(x_1) & \alpha_{211}^{(2)}(x_1) & \alpha_{202}^{(1)}(x_1) & \alpha_{202}^{(2)}(x_1) \\ \alpha_{311}^{(1)}(x_1) & \alpha_{311}^{(2)}(x_1) & \alpha_{302}^{(1)}(x_1) & \alpha_{302}^{(2)}(x_1) \\ 0 & i & 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \tag{4}$$

şərti daxilində (1)-(2) sərhəd məsələsi Fredholm tiplidir.

Ədəbiyyat

1. Aliyev N., Jahanshahi M.,Sufficient conditions for reduction of the BVP including a mixed PDE with non-local boundary conditions to Fredholm inteqral equations. İnternational Journal of Mathematical Education in Science and Technology. 28 (1997), no 3, pp. 419-425.
2. N.Aliyev, M.H. Fatehi, M. Jahanshahi Analytic Solution for the Couchy-Riemann Equation with Non-local Boundary Conditions in the First Semi- Quarter. Quarterly Journal of Science Tarbiat Moallem University Vol. 9, №1, Winter 2010; İran 29-40.
3. http://nihan.jsoft.ws. List of publications of Dr.Nihan A.Aliyev.

PARABOLİK TƏNLİKLƏR SİSTEMİ ÜÇÜN BİR TƏRS MƏSƏLƏ HAQQINDA

Paşayev N. C.

Lənkəran Dövlət Universiteti, Azərbaycan

e-mail:umud-96@mail.ru

Bu işdə ikinci tərtib parabolik tənliklər sistemi üçün çoxölçülü tərs məsələyə baxılır.Axtarılan naməlum funksiyalar tənliklərdə birinci tərtib törəmələr qarşısında olan əmsallardır.İnteqral şərtli tərs məsələ qeyri-məhdud oblastdaöyrənilir.Baxılan məsələnin həllinin yeganəliyi və "şərti" dayanaqlığı cəhətləri araşdırılır.

Aşağıdakı işarələri qəbul edək: $E^n - n$ ölçülü Evklid fəzasıdır, $x = (x_1,..., x_{n-1}, x_n) - E^n$ fəzasının ixtiyari nöqtəsidir, $B \subset E^n$ kifayət qədər hamar ∂B sərhədli məhdud oblastdır, $D = E^n \setminus (BU\partial B)$, $\Omega = D \times (0,T]$, $S = \partial D \times [0,T]$, $0 < T = const$, $C^l(\cdot)$, $C^{l,l/2}(\cdot)$, $C^{l+\alpha}(\cdot)$, $C^{l+\alpha,(l+\alpha)/2}(\cdot)$, $l = 0,1,2$, $0 < \alpha < 1$ fəzaları və bu fəzalarda normalar ümumi qəbul edilmiş qaydada verilir.

$$v = (v_1,\dots,v_m), \|v\|_l = \|v\|_C^l (A) = \sum_{k=1}^m \left(\sum_{s=0}^1 \sup \left| D_x^s v_k \right| \right)$$

$$\|v\|_{l,p} = \|v\|_C^{l,p}(A) = \sum_{k=1}^m \left[\sum_{s=0}^l \sup_A \left| D_x^s v_k \right| + \sum_{j=1}^p \sup_A \left| D_t^j v_k \right| \right],$$

$$v_{kt} = \frac{\partial v_k}{\partial t}, v_{kx_i} = \frac{\partial v_k}{\partial x_i}, i = \overline{1,n},\ \nabla v = (\nabla v_1,..., \nabla v_m), \nabla v_k = (v_{kx_1},...., v_{kx_n}),$$

$\Delta v_k = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 v_k}{\partial x_1^2}$ - Laplas operatorudur, $D_x^l v_k(x,t) - v_k(x,t)$ funksiyasının $x_i, i = \overline{1,n}$ dəyişənlərinə nəzərən l

tərtibli törəmələri, $D_t^p v_k(x,t) - v_k(x,t)$ funksiyasının t dəyişəninə nəzərən p tərtibli törəməsidir.

Məsələ. Naməlum $\{b_k(x), u_k(x,t), k = \overline{1,m}\}$ funksiyalar cütlərinin

$$u_{kt} - \Delta u_k + b_k(x) \sum_{i=1}^n u_{kx_i} = f_k(x,t,u,\nabla u), (x,t) \in \Omega, \tag{1}$$

$$u_k(x) = \varphi_k(x), x \in D \cup \partial D, \tag{2}$$

$$u_k(x,t) = \psi_k(x,t),\ (x,t) \in S \tag{3}$$

$$\int_0^T u_k(x,t) dt = h_k(x), x \in D \tag{4}$$

münasibətlərindən tapılması haqqında tərs məsələyə baxılır.

Tərif1. $\{b_k(x), u_k(x,t),\ k = \overline{1,m}\}$ funksiyalar cütlərinə o zaman qoyulan məsələnin həlli deyəcəyik ki,aşağıdakı şərtlər ödənilsin:

1) $b_k(x) \in C(D)$;

2) $u_k(x) \in C^{2,1}(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$; $|u_k(x,t)| \le c_0$, $c_0 > 0$ -sabit ədəddir;

3) qeyd olunan funksiyalar üçün (1)-(4) münasibətləri adi qaydada ödənilir.

Tərif 2. Əgər qoyulan məsələnin tərif 1mənada $\{b_k(x), u_k(x,t), k = \overline{1,m}\}$ həlli üçün

1) $b_k(x) \in C^\alpha[\overline{D}]$; $|b_k(x)| \le c_1$

2) $u_k(x,t) \in C^{2+\alpha,1+\alpha/2}(\overline{\Omega})$, $\left| D_x^l u_k \right| \le c_2, (z,t) \in (\overline{\Omega}), l = 0,1,2, k = \overline{1,m}, c_1, c_2 > 0 -$ sabit ədədlərdir;

olarsa,onda deyəcəyik ki,bu həll K^a çoxluğuna daxildir.

Baxılan məsələnin həllinin yeganəliyi və şərti dayanıqlığı haqqında aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem. Fərz edək ki:

1) $f_k(x,t,v,w) \in C_{x,t}^{\alpha,\alpha/2}$ $(A = \overline{\Omega} \times [0,T] \times E^n \times E^{n \times m})$ $|f_k(x,t,v,w)| \ge c_3 > 0,\ (x,t,v,w) \in A$ və

$f_k(x,t,v,w)$ funksiyası A çoxluğunun hər bir məhdud altçoxluğunda v, w dəyişənlərinə nəzərən müntəzəm olaraq Lipştis şərtini ödəyir:

$$\left| f_k(x,t,v_1,w_1) - f_k(x,t,v_2,w_2) \right| \le c_4[|v_1 - v_2| + |w_1 + w_2|],$$

$c_3, c_4 > 0$ -müsbət sabitlərdir.

$$\varphi_k(x) \in C^{2+\alpha}(\overline{D});\ \psi_k(x) \in C^{1+\alpha,(1+\alpha)/2}(S);\ h_k(x) \in C^{2+\alpha}(\overline{D});$$

2) məsələnin K^a çoxluğuna daxil olan həlli vardır.

Onda elə $T^* > 0$ vardır ki, $D \times [0, T^*]$ oblastında məsələnin həlli yeganədir və dayanaqlığı xarakterizə edən qiymətləndirmə doğrudur.

$$\left\| u^1 - u^2 \right\|_0 + \left\| b^1 - b^2 \right\|_0 \le c \left[\left\| f^1 - f^2 \right\|_0 + \left\| \varphi^1 - \varphi^2 \right\|_2 + \left\| \psi^1 - \psi^2 \right\|_1 + \left\| h^1 - h^2 \right\|_2 \right],$$

burada $\{b_k^i(x), u_k^i(x,t)\}$ cütləri $f_k^i(\cdot), \varphi_k^i(\cdot), \psi_k^i(\cdot), h_k^i(\cdot),\quad i = 1,2$ funksiyalarına uyğun həllərdir.

Ədəbiyyat

1.Искендеров А.Д.,Пашаев Н.Дж. Обратная задача для системы типа реакция-dиффузия. Вестник Ленкоранского Государственного Университета, 2001 с.39-47

2. Ахундов А.Я. Обратная задача для системы параболических уравнений. Диф.уравнения,1988, т.24, №3, с.520-521

DEFORMASİYA OLUNAN BORUDA ÖZLÜ MAYENİN HƏRƏKƏTİ ZAMANI YARANAN XƏTTİ DALĞALAR

Salmanova G.M., Əkbərli R.S. , Pənahova S.Q.

Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti, Azərbaycan

Bir çox praktiki məsələlərin həllində deformasiya olunan nazik boru divarı ilə maye arasındakı qarşılıqlı təsiri nəzərə almaqla dalğaların yayılması prosesinin öyrənilməsi zərurəti yaranır. Bu halda qarşılıqlı təsir qüvvəsi adətən, sistemin deformasiyasından əhəmiyyətli dərəcədə asılı olur. Odur ki, mayenin sistemə göstərdiyi təsir qüvvəsini, müəyyən edərkən, sistemin öz deformasiyasını da tədqiq etmək zərurəti meydana çıxır.

Özlü elastiki boruda özlü sıxılan mayenin axınına baxılır. Sıxılan özlü mayenin hidravlik müqaviməti nəzərə almaqla, borunun en kəsiyi boyu ortalaşdırılmış kəsilməzlik və hərəkətinin diferensial tənliklərini aşağıdakı kimi yazılır [1,2]:

$$\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho s u)}{\partial X} + \frac{2 s \rho}{R}\left(\frac{\partial \xi}{\partial t} + u\frac{\partial \xi}{\partial X}\right) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\rho s u)}{\partial t} + \frac{\partial\left[(1+\beta)\rho s u^2\right]}{\partial X} = -s\frac{\partial P}{\partial X} + \mu s\frac{\partial^2 u}{\partial X^2} - \frac{\lambda \rho s u^2}{4R} + \rho s g \sin\alpha. \tag{2}$$

Borunun nazik divar materialı üçün xətti özlü elastiki qanununu isə aşağıdakı kimi qəbul edilir [2,3]:

$$\left(1 + \sum_{l=1}^{m} b_l \frac{D^l}{Dt^l}\right)\Delta P = \frac{h}{R^2}\left(a_0 + \sum_{l=1}^{n} a_l \frac{D^l}{Dt^l}\right)\xi\,. \tag{3}$$

Burada $\dfrac{D^l}{Dt^l}$ Oldrayda görə törəmələrdir. Nəzərə alsaq ki, borunun radiusunun - R_0 dəyişməsi yalnız $\xi\left(s = \pi R^2(\xi)\right)$ divarının yerdəyişməsindən asılıdır. Mayenin həyəcanlanmaya qədər olan axın impulsunun saxlanmasının stasionar tənlikləri (4) ilə təsvir olunur

$$\frac{dP_0}{dX} - \frac{\lambda}{4R_0}\rho_0 u_0^2 + \rho_0 \sin\alpha = 0\,. \tag{4}$$

(1)-(4) baxılan məsələnin həlli üçün özlü elastiki mayenin hal tənliyi ilə birgə qapalı tənliklər sistemi təşkil edir. Yeni koordinat sistemi qəbul edərək, müəyyən çevirmələrdən və ardıcıl yaxınlaşmalar üsulunun tətbiqindən sonra alınmış dispersiya tənliyinə əsasən müəyyən olunur ki, özlü elastiki boruda özlü mayenin axını zamanı yaranan həyəcanlanmalar xətti akustik dalğalar şəklində yayılır.

Ədəbiyyat

1. Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. Москва, Недра, 1975, -296 с.
2.Стокер Дж. Волны на воде. Москва, 1959, 618 с.
3.Движение жидкости в оболочке с учетом жесткости внешней среды. Международный научный журнал «Наука и Мир»,2016

KÖVRƏK DAĞILMANIN ELLİPS KONTURU ƏTRAFINDA TƏDQİQİ

Sayılov N.S., Əliyeva Ü.S.
Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan
ulaliyeva_71@mail.ru

Yarımoxları a və b olan ellips konturundan çıxan ℓ - uzunluqlu iki çatla zəiflədilmiş elastiki-kövrək lövhə, $N_1 = p$ və $N_2 = \lambda p$ qüvvələri ilə dartılmaya məruz qalır. Çatın uzunluğu ℓ, ellipsin yarımoxlarından çox kiçikdir $\ell < \frac{a+b}{2}$. Çatın müstəvisini Ox - oxu istiqamətində qəbul edək və N_1 - qüvvəsilə Ox - oxu arasındakı bucağı α ilə işarə edək. Bu lövhənin kövrək dağılması məsələsinə baxaq, daha doğrusu, p - qüvvəsinin hansı qiymətində mövcud ℓ - uzunluqlu çat müstəvidə yayılmağa başlayacaq. Elliptik deşikdən çıxan itiuclu çatın xaricini, (ζ) - müstəvisində vahid radiuslu çevrənin xaricinə inikasetdirici funksiyanı quraq [1,2].

$k = 1$ olduqda

$$\omega(\zeta) = R\{(1+m)[\frac{1}{4}(L_0+1)(\zeta+\zeta^{-1}) + \frac{1}{2}(L_0-1) + \\ +(1-m)\sqrt{[\frac{1}{4}(L_0+1)(\zeta+\zeta^{-1}) + \frac{1}{2}(L_0-1)]^2 - 1}\} \tag{1}$$

$k = 2$ olduqda $\omega(\zeta) = R[\frac{1}{2}L_0(1+m)(\zeta+\zeta^{-1}) + (1-m)\sqrt{\frac{1}{4}L_0^2(\zeta+\zeta^{-1})^2 - 1}]$.

Burada k - çatın sayı, $R = \frac{a+b}{2}$; $m = \frac{a-b}{a+b}$; $L_0 = \frac{1}{2}(1+\ell_0 + \frac{1}{1+\ell_0})$;

$$\ell_0 = \frac{1}{2}[m - 1 + \delta + \sqrt{2(1+m)\delta + \delta^2 + (1-m)^2}]; \quad \delta = \frac{\ell}{R}$$

İnikasetdirici (1) funksiyasını aşağıdakı sıra kimi göstərək:

$$\omega(\zeta) = R_k(\zeta + \frac{m}{\zeta} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \zeta^{1-kn}), \tag{2}$$

$\delta = \frac{\ell}{R} << 1$ halı üçün (2) funksiyasını aşağıdakı kimi yazaq:

$$\omega(\zeta) = R_k(\zeta + \frac{m}{\zeta} + \varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{c}_n \zeta^{1-kn}); \; \delta^2 = \varepsilon \tag{3}$$

$\varphi(\zeta)$ və $\psi(\zeta)$ kompleks potensiallar üçün məsələnin sərhəd şərtini yazaq [1]:

$$\omega'(\sigma)\psi(\sigma) = -\overline{\varphi}(\sigma^{-1})\omega'(\sigma) - \overline{\omega}(\sigma^{-1})\varphi'(\sigma) \tag{4}$$

(4) sərhəd şərtindən aşağıdakı cəbri tənliklər sistemini alarıq [2]:

$$\left.\begin{aligned}\alpha_p + \sum_{n=1}^{\infty}(1-kn)(d_n\alpha_{n+p} + d_{n+p}\alpha_p) + \frac{d_p}{4} = A_p \\ \beta_p + \sum_{n=1}^{\infty}(1-kn)(d_n\beta_{n+p} + d_{n+p}\beta_n) = B_p\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

(5) sistemini ardıcıl yaxınlaşma üsulu ilə həll edib $\varphi(\zeta)$ funksiyasını taparıq [2]:

$$\begin{aligned}\varphi(\zeta) = \frac{1}{4}R_k P(1+\lambda)[2\zeta + \bar{q}_\lambda \zeta^{-1} - \frac{\omega(\zeta)}{R_k} + \\ + \sum_{i=1}^{\infty}(q_\lambda m^{i-1} - 2m^i)\times(\frac{\omega(\zeta)}{R_k} - \zeta - \frac{m}{\zeta})]\end{aligned} \tag{6}$$

Gərginliyin intensivliyi əmsallarını tapaq [3]

$$K_1^{(j)} = 2\pi \operatorname{Re}\left[\frac{\varphi'(\zeta_{0j})}{\sqrt{e^{i\theta_j}\cdot\omega''(\zeta)}}\right]; \quad K_2^{(j)} = -2\sqrt{\pi}\, Jm\left[\frac{\varphi'(\zeta_{0j})}{\sqrt{e^{i\theta_j}\cdot\omega''(\zeta)}}\right].$$

Beləliklə, Qriffits-İrvin kriteriyasından istifadə edib, çatın yayılamsını taparıq [3].

Ədəbiyyat

1. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М. «Наука», 1966
2. Конторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа «Физматгиз», 1962

LÖVHƏYƏBƏNZƏR KONSTRUKSİYANIN RƏQSLƏRİ TƏNLİYİNİN SAĞ TƏRƏFİNİN TƏYİNİ HAQQINDA

Seyfullayeva X. İ.

Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan

seyfullayeva.xeyale@yandex.ru

Təqdim olunan məruzədə lövhəyəbənzər konstruksiyanın rəqsləri tənliyinin sağ tərəfinin təyini haqqında məsələyə baxılır.

Tutaq ki, $(u,\upsilon) \in W_2^1(Q_T) \times L_2(Q_T)$ funksiyalar cütünü aşağıdakı münasibətlərdən tapmaq tələb olunur:

$$\frac{\rho}{G}h(x,y)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x}\left(h(x,y)\frac{\partial u}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(h(x,y)\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \upsilon(x,y,t),\ (x,y,t) \in Q_T, \tag{1}$$

$$u(x,y,0) = \varphi_0(x,y),\ \frac{\partial u(x,y,0)}{\partial t} = \varphi_1(x,y),\ (x,y) \in \Omega, \tag{2}$$

$$\begin{aligned} u(0,y,t) = 0,\ \ u(a,y,t) = 0,\ \ 0 \le x \le a,\ \ 0 \le t \le T, \\ u(x,0,t) = 0,\ \ u(x,b,t) = 0,\ \ 0 \le y \le b,\ \ 0 \le t \le T, \end{aligned} \tag{3}$$

$$u(x,y,T) = \chi_0(x,y),\ (x,y) \in \Omega, \tag{4}$$

burada $\Omega = \{0 < x < a, 0 < y < b\}$ düzbucaqlı, a, b, T-verilmiş müsbət ədədlər, $\rho(x,y)$ (x,y) nöqtəsində lövhənin sıxlığı, G-gərginlik, $h(x,y)$ (x,y) nöqtəsində lövhənin qalınlığı, $u(x,y,t)$ zamanın t anında (x,y) nöqtəsində lövhənin yerdəyişməsi, $\varphi_0(x,y)$, $\varphi_1(x,y)$-verilmiş başlanğıc funksiyalar, $\chi_0(x,y)$-verilmiş funksiyadır.

Hər bir qeyd olunmuş $\upsilon(x,y,t)$ funksiyası üçün (1)-(3) məsələsinin ümumiləşmiş həlli dedikdə elə $u(x,y,t) \in W_2^1(Q_T)$ funksiyası başa düşülür ki, $\forall \eta(x,y,t) \in C^1(\overline{Q}_T)$, $\eta(x,y,T) = 0$ funksiyası üçün

$$\int_{Q_T}\left(-\frac{\rho}{G}h\frac{\partial u}{\partial t}\cdot\frac{\partial \eta}{\partial t}+h\frac{\partial u}{\partial x}\cdot\frac{\partial \eta}{\partial x}+h\frac{\partial u}{\partial y}\cdot\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)dxdydt-\int_{\Omega}\frac{\rho}{G}h\varphi_1(x,y)\eta(x,y,0)dxdy=$$
$$=\int_{Q_T}\upsilon(x,y,t)\eta(x,y,t)dxdydt$$

inteqral eyniliyi və $u(x,y,0)=\varphi_0(x,y)$ şərti ödənsin. Baxılan məsələni aşağıdakı məsələyə gətirək:

$$J_0(\upsilon)=\int_{\Omega}[u(x,y,T;\upsilon)-\chi_0(x,y)]^2dxdy \tag{5}$$

funksionalını (1)-(3) məhdudiyyətləri daxilində minimallaşdırmalı. $\upsilon(x,y,t)$ funksiyasını idarəedici funksiya adlandıraq, $u=u(x,y,t;\upsilon)$ ilə $\upsilon(x,y,t)$ idarəedicisinə uyğun (1)-(3) məsələsinin ümümiləşmiş həlli işarə edilib. Mümkün idarəedicilər sinfi olaraq $U_{ad}\subset L_2(Q_T)$ qapalı qabarıq çoxluğu götürülür.

(1)-(3), (5) məsələsini aşağıdakı şəkildə requlyarlaşdırırıq:

$$J_\alpha(\upsilon)=J_0(\upsilon)+\frac{\alpha}{2}\int_{Q_T}(\upsilon-\omega)^2dxdydt \tag{6}$$

funksionalının (1)-(3) məsələsinin həlli ilə birlikdə minimumunu tapmalı, burada $\alpha>0$ müsbət ədəd, $\omega\in L_2(Q_T)$-verilmiş funksiyadır. Qeyd edək ki, verilmiş şərtlər daxilində yeni (1)-(3), (6) optimal idarəetmə məsələsində yeganə optimal idarəedici var [5].

Sonra işdə funksionalın diferensiallanması tədqiq olunur və

$$\int_{Q_T}[\psi(x,y,t;\upsilon)+\alpha(\upsilon-\omega)](\upsilon-\upsilon_0)dxdydt\geq 0,\ \forall\upsilon\in U_{ad}$$

variasional bərabərsizlik şəklində optimallığın zəruri və kafi şərti çıxarılır, burada $\psi(x,y,t)$-aşağıdakı qoşma məsələnin həllidir.

$$\frac{\rho}{G}h\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}-\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(h\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)=0,\ (x,y,t)\in Q_T,$$
$$\psi(x,y,T)=0,\ \frac{\rho}{G}h\frac{\partial\psi(x,y,T)}{\partial t}=-[u(x,y,T;\upsilon)-\chi_0(x,y)],\ (x,y)\in\Omega,$$
$$\psi(0,y,t)=0,\ \ \psi(a,y,t)=0,\ \ 0\leq x\leq a,\ \ 0\leq t\leq T,$$
$$\psi(x,0,t)=0,\ \ \psi(x,b,t)=0,\ \ 0\leq y\leq b,\ \ 0\leq t\leq T.$$

Ədəbiyyat

1. Арман Ж.-Л.П. Приложения теории оптимального управления системами с распределенными параметрами к задачам оптимизации конструкций, М.: «Мир», 1977, 144 стр.
2. Латтес Р., Лионс Ж.-Л. Метод квазиобращения и его приложения. 1970,280 с.
3. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск, 2009, 457 с.
4. Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач и их приложения к обратным задачам теплообмена. М.: «Наука», 1988, 288 с.
5. Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М.: Мир, 1972,

DÖRD TƏRTİBLİ OPERATOR-DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR ÜÇÜN BİR SİNİF SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ HAQQINDA

Kalemkuş Ü. O.

Naxçıvan Dövlət Universiteti, Azərbaycan

aydan_9393@list.ru

H - separabel Hilbert fəzasında

$$u^{(4)}+\rho(t)A^4u+\sum_{j=0}^{3}A_{3-j}u^{(j)}(t)=f(t),\ \ t\in(0,\infty) \tag{1}$$

$$u(0)=\varphi_0,\ \ u'(0)=\varphi_1 \tag{2}$$

sərhəd məsələsinə baxaq. Burada $f(t)$, $u(t)$ $(0,\infty)$-da sanki hər yerdə təyin olunmuş, qiymətləri H -dan olan vektor-funksiyalar, φ_0, $\varphi_1 \in H$ və operator əmsallar aşağıdakı şərtləri ödəyir.

1) A -tamam kəsilməz tərsi olan müsbət müəyyən operatordur;
2) $\rho(t)$ ölçülən $0<\alpha \le \rho(t) \le \beta < \infty$ şərtini ödəyən ədədi funksiyadır;
3) $B_j = A_j A^{-j}$ ($j=\overline{0,4}$) operatorlar H -da məhduddur.

$L_2((0,\infty);H)$ ilə $(0,1)$ -də sanki hər yerdə təyin olunmuş kvadratı ilə inteqrallanan vektor-funksiyaların Hilbert fəzasını işarə edək. Burada norma aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\|f\|_{L_2((0,\infty);H)} = \left(\int_0^\infty \|f(t)\|^2 dt \right)^{1/2}$$

Tutaq ki, $W_2^4((0,\infty);H)$ aşağıdakı kimi təyin olunan

$$W_2^4((0,\infty);H) = \left\{ u : u^{(4)} \in L_2((0,\infty);H),\ A^4 u \in L_2((0,\infty);H) \right\}$$

və $\|u\|_{W_2^4((0,\infty);H)} = \left(\|u\|^2_{L_2((0,\infty);H)} + \left\|A^4 u\right\|^2_{L_2((0,\infty);H)} \right)^{1/2}$ normalı Hilbert fəzasıdır. Aşağıdakı teorem isbat olundu.

Teorem 1. Tutaq ki, 1)-3) şərtləri ödənir və B_j ($j=\overline{0,4}$) operatorları üçün aşağıdakı

bərabərsizlik doğrudur: $\alpha = \sum_{j=0}^{4} c_j \|B_{4-j}\| < 1$. Burada $c_0 = \alpha^{-1}$, $c_1 = 2^{-\frac{4}{3}} \alpha^{-1}$,

$c_2 = 2^{-1}\alpha^{-1/2}, c_2 = 2^{-\frac{1}{4}} \alpha^{-\frac{1}{4}} \beta^{\frac{1}{4}}$ onda istənilən $f(t) \in L_2((0,\infty);H)$ və $\varphi_0 \in D\left(A^{7/2}\right)$, $\varphi_1 \in D\left(A^{5/2}\right)$ üçün elə yeganə $u(t) \in W_2^4((0,\infty);H)$ var ki, o (1) tənliyini $(0,\infty)$ -da sanki hər yerdə ödəyir, (2) sərhəd şərtlərini isə

$$\lim_{t\to+0} \left\| A^{7/2}(u(t)-\varphi_0) \right\| = 0,\ \lim_{t\to+0} \left\| A^{5/2}(u'(t)-\varphi_1) \right\| = 0$$

mənada ödəyir və onun üçün

$$\|u\|_{W_2^4((0,\infty);H)} = const\left(\|f\|_{L_2((0,\infty);H)} + \left\|A^{7/2}\varphi_0\right\| + \left\|A^{7/2}\varphi_1\right\| \right)$$

qiymətləndirməsi doğrudur.

Ədəbiyyat

S.S.Mirzoyev, O.Kalemkuş. On the solvability of one boundary value problem for the fourth order in Hilbert space. (Appled Math.Scinces, v.9,2015,№28, c.6391-6395

THE OPTİMAL CONTROL PROBLEM FOR MOVEMENT CHARGED PARTİCLES İN THE NONLİNEAR NON-HOMOGENEOUS MEDİA

Yagub G., Zengin M.
Kafkas University, Turkey
gabilya@mail.ru, mervee.zengin14@gmail.com

In this paper, the following optimal control problem is discussed for the nonlinear Schrödinger equation, involving a gradient terms with the virtual coefficient, expressing the movement of charged particles in the non-linear and non-homogeneous media. Suppose that,the minimum of the functionmust be found

$$J_\alpha(v) = \|\psi(.,T) - y\|^2_{L_2(0,l)} + \alpha\|v-\omega\|^2_{L_2(0,l)} \tag{1}$$

on the set

$$V \equiv \left\{ v = v(x) : v \in L_2(0,l), \|v\|_{L_2(0,l)} \le b_0 \right\}$$

under the conditions

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+ia_1(x)\frac{\partial\psi}{\partial x}-a(x)\psi+v(x)\psi+a_2|\psi|^2\psi=f(x,t),(x,t)\in\Omega, \quad (2)$$

$$\psi(x,0)=\varphi(x),x(0,l), \quad (3)$$

$$\psi(0,t)=\psi(l,t)=0,\forall t\in(0,T), \quad (4)$$

where $i=\sqrt{-1}$ is the virtual unit, $l>0$, $T>0, b_0>0, \alpha\geq 0, a_0>0$ is the given numbers ;$0\leq x\leq l$, $0\leq t\leq T$, $\Omega_t=(0,l)\times(0,t)$, $\Omega=\Omega_T$, a_2 - complex number that meets the following requirements:

$$a_2=\operatorname{Re}a_2+i\operatorname{Im}a_2,\operatorname{Re}a_2<0,\operatorname{Im}a_2>0,\operatorname{Im}a_2\geq 2|\operatorname{Re}a_2| \quad (5)$$

$a(x)$, $a_1(x)$ are real-valued, measurable limited functions that meets the following requirements:

$$0\leq a(x)\leq\mu_1,, \overset{0}{\forall} x\in(0,l), \ \mu_1=sabit>0, \quad (6)$$

$$|a_1(x)|\leq\mu_2,\left|\frac{da_1(x)}{dx}\right|\leq\mu_3,\overset{0}{\forall} x\in(0,l),\mu_2,\mu_3=sabit>0; \quad (7)$$

$\varphi(x), f(x,t), y(x)$ are real-valued measurable functions that meets the following requirements:

$$\varphi\in\overset{0}{W}{}_2^2(0,l), f\in W_2^{0,1}(\Omega), y\in L_2(0,l); \quad (8)$$

$\omega\in L_2(0,l)$ is given real-valued function.

In this work, we first examine the well-established optimal control problem and prove the theorems of the existence and uniqueness of the solution of the optimal control problem. Then, the feasibility of differentiability of the objective functions is investigated and the formula for the functional gradient is obtained. By using the formula for the gradient, it is proved necessary in the form of variation inequality for the solution of the optimal control problem. Furthermore, the existence of the solution of the initial boundary value problem for each (2) - (4) has also been proven by the Galerkin method. It should be pointed out that the similar optimal control problem and the initial boundary value problem are investigated in the works [1,2] of the two-dimensional case, where the controls are measurable limited functions.

References

1. Iskenderov A.D.,Yagub G.,Y.Aksoy N. An optimal control problem for a two-dimensional nonlinear Schrödinger equation with a spesial gradient terms // Abstracts of the XXV International ConferenceProblems of Decision Making under Uncertainties (PDMU-2015), Skhidnytsia, Ukraine, 2015, May 11-15- pp.27-28.
2. Yagub G.Ibrahimov N.S, Zengin M. Solvability of the initial-boundary value problems for the nonlinear Schrödinger equation with a spesial gradient terms // Abstracts of the XXV International ConferenceProblems of Decision Making under Uncertainties (PDMU-2015), Skhidnytsia, Ukraine, 2015, May 11-15 , pp.53-54.

THE ESTIMATES OF PARABOLIC POTENTIAL IN SPECIAL DOMAINS

Guliyev A. F.

Institute of Mathematics and Mechanics of NAS of Azerbaijan, Azerbaijan

abdurrahim57@yahoo.com

At studying of qualitative properties of solutions of elliptic and parabolic type equations an impotent role plays the theorem on increasing positive solutions. In classic case and in further developments of this theorem for solutions of parabolic equations all results are studied in commensurable cylinders, with measure of the order ρ and ρ^2. Such results for the investigation of local properties, for example at studding of regularity of boundary points we'll apply only for the domain, which in investigated neighborhood remains inside of some paraboloid.

In order to obtain theorems on the growth of positive solutions for second order parabolic equations, it is necessary to estimate in special domains, i.e. trapezoids and lateral surfaces of the cylinders. Let

$$P_B(t,x)=\int_B K_{s,\beta}(t-\tau,x-\xi)d\mu(t,\xi)$$

be parabolic potential, with generated kernel of Weierstrass type

$$K_{s,\beta}(t,x)=\begin{cases} t^{-s,\frac{|x|^2}{4\beta t},}, & t>0 \\ 0, & t\le 0 \end{cases}$$

heresand β are positive numbers, B is a Borel set, and μ is a Borel measure.

Denote for $\lambda>1$ and $m\in N$ the paraboloids

$$P_m=\{(t,x):|x|^2<\lambda^m t, t<0\}$$

Let

$$B_{m,k.}=(P_{m+1}\setminus P_m)\cap\left[-t_k;\frac{3}{4}t_k\right],$$

where $t_{k+1}=\frac{t_k}{4}$, $k\in N$, $t_1>0$, $C_{m,k}=\{(t,x):-t_k<t<0, |x|<a\rho_{m,k}\}$

where $a>0$, $\rho^2_{m,k}=\lambda^m, t_k$ and denote by $S_{m,k}$ the lateral surface of the cylinder $C_{m,k}$.
The measure μ in B called admissible, if

$$P_B(t,x)=\int_B K_{s,\beta}(t-\tau,x-\xi)d\mu(t,\xi)\le 1$$

in R^{n+1}. The number

$$cap_{s,\beta}(B)=\sup \mu B,$$

where the supremum is taken by the all possible admissible measures μ, is called parabolic (s,β) capacity of the set*B*.

Let $T_{m,k}=C_{m,k}\setminus P_m$ and denote by $T^{(j)}_{m,k}$, $j=1,2,\ldots n_0$ the minimal finite partition $T_{m,k}$ for which the following

$$|x-y|\le|y|$$

is fulfilled, at $(t,x)\in T^{(j)}_{m,k+1}$ and $(\xi,\tau)\in T^{(j)}_{m,k+1}$.
Now let's formulate the main result.

Theorem.*There exist the following absolute constants* $C_1>0$ *and* $C_2>0$ *depending only on fixed numbers* λ, a, s, β *such that holds*

$$\sup_{S_{m,k}} P_{B_{m,k}}(t,x)\le C_1\cdot P_{B_{m,k}}(0,0),$$

and also such finite partition that at some $j\in\{1,2,\ldots,n_0\}$

$$\inf_{T^{(j)}_{m,k}} P_{B_{m,k}}(t,x)\le C_2\cdot P_{B_{m,k}}(0,0),$$

moreover $C_2>C_1$.

REGULARITY OF SOLUTION DEGENERATES PARABOLIC NON-LINEAR EQUATIONS

Hadjiev T.S., Yagnaliyeva A.
Institute of Mathematics and Mechanics, Baku, Sumgait State University, Azerbaijan
tgadjiev@mail.az, aybaniz69@mail.ru

In the case of linear uniform parabolic equations optimal regularity of the solution is considered in [1]. The removable results for linear equation is considered in [2].

Let us considere cylindrical domains of the form $Q_T=\Omega x(0,T)$, where$\Omega\subset R^n$, n≥2 is bounded Lipschitzdomain, T>0,degenerate non-linear parabolic equation

$$u_t\text{-}\ div(\omega(x)|Du|^{p-2}Du|) = 0 \quad (1)$$

$$u_{\Gamma(Q_T)}\text{=h} \quad (2)$$

$\Gamma(Q_T) = (\bar{\Omega}\text{x}\{0\}) \cup (\partial\Omega\text{x}[0,T])$ denote the parabolic boundary of Q_T, h:Q_T→R continuous function,$\omega(x)$- Makenxoupt function. Let $C_\omega\ (Q_T)$ weighted space, where norm following

$$||f||_{C_\omega(Q_T)} = \sup_{x_1,x_2 \in Q_T} \frac{|f(z_1)\omega(x_1) - f(z_2)\omega(x_2)|}{||z_1 - z_2||_\alpha} < \infty$$

where the parabolic metric is defined as

$$||(x_1,t_1) - (x_2,t_2)||_\alpha = \max\{|x_1 - x_2|, |t_1 - t_2|^{\frac{1}{[p-\alpha(p-2)]}}\}$$

We are now ready to state our first result which concerns optimal regularity for solutions to the (1),(2) problem.

Theorem 1. Let's consider problem (1), (2) and let u(x,t) solve this problem. Let $\acute{\Omega}\subset\Omega$and $\acute{Q_T} = \acute{\Omega}\text{x}(0,T)$. Then u(x,t)∈ $C_\omega\ (Q'_T)$ and

$$\|u(x,t)\|_{C_W(Q_{T'})} \le c\left(n, p, \omega(x), \Omega, \Omega', \underset{Q_T}{osc}h(x,t)\right)$$

We also give removable theorem for solutions. Let $H_\omega^{\varepsilon(r_i)}(E)$ a Hausdorf measure of set E. Then we prove following removable singularities.

Theorem 2. Let $Q_T \subset R^{n+1}$ be a cylindrical domain and let $E \subset Q_T$ be a closed set. Assume that u(x,t) is a weak solution to $u_t - div(\omega(x)|Du|^{p-2}Du|) = 0$ in $Q_T\backslash\ E$ and that $u \in C_{\omega(x)}(Q_T)$. Assume also $H_{\omega(x)}^{\varepsilon(r_i)}(E) = 0$. Then the set E is removable i.e. u(x,t) can be extended to be a weak solution in Q_T .

References

1. Caffarelli L. the obstacle problem revisted .J.Fourieranal.Appl.4(1998)
2. GadjievT.The removability of compact of solutions in classes bounded functions.Ukr.math.jour.8(2014), 38-44.

BIFURCATION FROM İNTERVALS SURROUNDING THE PRINCIPIALE IGENVALUES OF THE QUASILINEAR ELLIPTIC PROBLEMS WITH İNDEFINITE WEIGHT

Hasanova Sh. M.

Institute of Mathematics and Mechanics of NAS Azerbaijan, Azerbaijan

hshenay@mail.ru

We consider the nonlinear eigenvalue problem

$$Lu \equiv -\sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}(x)\frac{\partial u}{\partial x_j}\right) + c(x)u = \lambda a(x)u + F(x,u,Du,\lambda), \quad x \in \Omega, (1)$$

$$u = 0, \quad x \in \partial\Omega, \quad (2)$$

where Ω is a bounded domain in R^n with a smooth boundary $\partial\Omega$, $a_{ij}(x) \in C^1(\overline{\Omega})$, $a_{ij}(x) = a_{ji}(x)$ for $x \in \overline{\Omega}$, $c(x) \in C(\Omega)$, $c(x) \ge 0$ for $x \in \overline{\Omega}$, L is uniformly elliptic in Ω, i.e., there exists positive constant β such that

$$\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}\xi_i\xi_j \ge \beta |\xi|^2$$

for all $x \in \Omega$ and $\xi \in R^n$, λ is a real parameter, $a(x)$ is a continuous function on $\overline{\Omega}$ such that $meas\{x \in \Omega : \sigma a(x) > 0\} > 0$ for each $\sigma \in \{+,-\}$. Moreover, $Du = \left\{\frac{\partial u}{\partial x_1}, \frac{\partial u}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial u}{\partial x_n}\right\}$,

$g(x,u,s,\lambda)$ is a continuous function on $\overline{\Omega}\times R\times R^n\times R$ such that

$$\left|\frac{f(x,u,s,\lambda)}{u}\right|\le M;\ \forall x\in\overline{\Omega};\ \forall u\in R,\ 0<|u|<1;\ \forall s\in R^n,\ |s|<1;\forall\lambda\in R.$$

For $k\in\mathrm{N}$ and $\alpha\in(0,1)$ denotes the Banach space of the functionsin $C^k(\overline{\Omega})$ having all their derivatives of order k Holder continuous with exponent α. $W_k^p(\Omega)$ is the Sobolev space of functions $u\in L_p(\Omega)$ such that $D^\beta u\in L_p(\Omega),\ \forall\beta,\ |\beta|\le k$ (multiindex notation). It is well known (cf, e.g., [1]) that, when $p>n$, there exists a constant $\chi>0$ such that

$$\|u\|_{C^{1,1-n/p}}\le\chi\|u\|_{W_p^2},\ \forall u\in W_2^p.$$

In the following, $\alpha\in(0,1)$ is given and p will denote a real number such that $p>n$ and $\alpha<1-n/p$. Thus $W_2^p(\Omega)$ is compactly embedded in $C^{1,\alpha}(\overline{\Omega})$.

Let $E=\{u\in C^{1,\alpha}(\overline{\Omega})\ :u|_{\partial\Omega}=0\}$ be the Banach space with the usual norm $\|\cdot\|_{C^{1,\alpha}}$. A pair (λ,u) is called a solution of the problem (1)-(2)} if $u\in W_2^p(\Omega)$ and (λ,u) satisfies (1)-(2). Let $P^+=\left\{u\in E:u|_\Omega>0,\ \left.\frac{\partial u}{\partial\omega}\right|_{\partial\Omega}<0\right\}$ and $P^-=-P^+,\ P=P^-\bigcup P^+$. The sets P^-,P^+ and P are open subsets of E [2,3].

It is known (see [4]) that the linear eigenvalue problem

$$Lu=\lambda a(x)u,\ x\in\Omega,$$
$$u=0,\ x\in\partial\Omega,$$

possessesthe greatest negative eigenvalue λ_{-1} and the smallest positive eigenvalue λ_1, which are simple, and such that the corresponding eigenfunctions are in P (these eigenvalues are called principial eigenvalues).

The closure of the set of nontrivial solutions of (1)-(2) will be denoted by $\Im$. We say that $(\lambda,0)$ is a bifurcation point of problem (1)-(2) with respect to the set $R\times P^\nu,\ \nu\in\{+,-\}$, if in every small neighborhood of this point there is a solutionto this problem which is contained in $R\times P^\nu$.

Lemma 1. *The set of bifurcation points of problem (1)-(2) (with respect to the set $R\times P^\nu$) is nonempty.*

Lemma 2. *If $(\lambda,0)$ is a bifurcation point of problem (1)-(2) with respect to $R\times P^\nu$, then $\lambda\in I$, where $I=[\lambda_{-1}-M,\lambda_1+M]$.*

We define $\tilde{D}^\nu\subset\Im,\ \nu\in\{+,-\}$, to be the union of all the components D_λ^ν of $\Im$ which bifurcate from the bifurcation points $(\lambda,\ 0)$ of problem (1)-(2) with respect to the set $R\times P^\nu$. Clearly, $\tilde{D}^\nu\neq\varnothing$. Let $D^\nu=\tilde{D}^\nu\bigcup(I\times\{0\})$. Note that D^ν is a connected subset of $R\times E$, but $\tilde{D}^\nu$ is not necessarily connected in $R\times E$.

Theorem 1. *For each $\nu\in\{+,-\}$ the connected component D^ν of $\Im$ contains $I\times\{0\}$ lies in $(R\times P^\nu)\bigcup(I\times\{0\})$ and undoundedin $R\times E$.*

References

1. L. Nirenberg, On elliptic partial differential equations, *Ann. Schola. Norm. Sup. Pisa Ser. 3*,**13** (1959), 116-162.
2. P. H. Rabinowitz, Some global results for nonlinear eigenvalue problems, *J. Functional Analysis*7(3) (1971), 487–513.
3. H. Berestycki, On some nonlinear Sturm-Liouville problems, *J. Differential Equations***26**(3) (1977), 375–390.

TIMOSHENKO SYSTEMS WITH MEMORY OPERATOR IN SHEAR FORCE

Isayeva S. E., Rzayeva N. A.
Baku State University, Institute of Mathematics and Mechanics of NAS of Azerbaijan, Azerbaijan
isayevasevda@rambler.ru

Let $(0,L)\subset R^1$ and $Q=(0,L)\times(0,T)$. In this work we consider the Timoshenko system

$$\rho_1\varphi_{tt}-a(\varphi_x+\psi)_x=0, \tag{1}$$

$$\rho_2\psi_{tt}-b\psi_{xx}+a(\varphi_x+\psi+F(\psi))=0, \tag{2}$$

in Q, with boundary conditions

$$\varphi|_{x=0}=\varphi|_{x=L}=0,\ \psi|_{x=0}=\psi|_{x=L}=0, \text{ in } (0,\mathrm{T}] \tag{3}$$

and initial conditions

$$\varphi|_{t=0}=\varphi^{(0)}(x), \varphi_t|_{t=0}=\varphi^{(1)}(x), \psi|_{t=0}=\psi^{(0)}(x), \psi_t|_{t=0}=\psi^{(1)}(x) \text{ in } (0,L), \tag{4}$$

where t denotes the time variable, x the space variable along the beam of length L in its equilibrium configuration; the terms $a(\varphi_x+\psi+F(\psi))$ and $b\psi_{xx}$ in (2) denote the shear forcewith memory and the bending moment, respectively. We denote by $\varphi=\varphi(x,t)$ the transversal displacement (vertical deflection) and $\psi=\psi(x,t)$ is the rotation angle of the filament.Here $\rho_1=\rho A$, $\rho_2=\rho I$, $a=KAG$, $b=EI$, where ρ denotes the density, A is the cross–sectional area, I is the area moment of inertia, E is the modulus of elasticity, K is the shear factor and G is the shear modulus. The term $F(\psi)$ in the shear force is a memory operator (at any instant t, $F(\psi)$ may depend not only on $\psi(t)$, but also on the previous evolution of ψ) which acts from $M\left(0,L;C^0\left([0,T]\right)\right)$ to $M\left(0,L;C^0\left([0,T]\right)\right)$.Here $M\left(0,L;C^0\left([0,T]\right)\right)$ is a space of strongly measurable functions $[0,L]\to C^0\left([0,T]\right)$.We assume that

$$\begin{cases}\forall\upsilon_1,\upsilon_2\in\mathrm{M}\left(0,L;C^0\left([0,T]\right)\right), \forall t\in[0,T], \text{ if } \upsilon_1=\upsilon_2 \text{ in } [0,\mathrm{t}], \text{a.e. in} (0,L),\\ \text{then } [\mathsf{F}(\upsilon_1)](\cdot,\mathrm{t})=[\mathsf{F}(\upsilon_2)](\cdot,\mathrm{t}) \text{ a.e. in} (0,L);\end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases}\text{if } \left\{\upsilon_{\mathrm{n}}\in\mathrm{M}\left(0,L;C^0\left([0,T]\right)\right)\right\}_{n\in N}, \text{ if } \upsilon_{\mathrm{n}}\to\upsilon \text{ uniformly in } [0,T], \textit{a.e. in } (0,L),\\ \text{then } \mathsf{F}(\upsilon_n)\to\mathsf{F}(\upsilon) \text{ uniformly in } [0,T], \textit{a.e. in } (0,L);\end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{cases}\exists L_1\in R^+,\ \exists g\in L^2(0,L): \forall\upsilon\in M\left(0,L;C^0\left([0,T]\right)\right),\\ \left\|[\mathsf{F}(\upsilon)](x,\cdot)\right\|_{C^0([0,T])}\le L_1\left\|\upsilon(x,\cdot)\right\|_{C^0([0,T])}+g(x), \textit{ a.e.} \text{ in } (0,L);\end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases}\forall\ \upsilon\in M\left(0,L;C^0\left([0,T]\right)\right), \forall[t_1,t_2]\subset[0,T],\\ \text{if } \upsilon(x,\cdot) \text{ is affine in } [t_1,t_2], \text{ a.e. in } (0,L),\\ \text{then } \left\{[\mathsf{F}(\upsilon)](x,t_2)-[\mathsf{F}(\upsilon)](x,t_1)\right\}\left[\upsilon(x,t_2)-\upsilon(x,t_1)\right]\ge 0, \text{a.e. in } (0,L);\end{cases} \tag{8}$$

$$\varphi^{(0)},\ \psi^{(0)}\in H_0^1(0,L),\ \varphi^{(1)},\psi^{(1)}\in L^2(0,L) \tag{9}$$

Well-posedness of problem (1)-(4) without $\mathsf{F}(\psi)$ was studied in the works ofdifferent authors (see, for example [4]).In this work we have proved the existence and uniqueness of solutions of problem (1)-(4).

Theorem 1 (existence). Assume that (5)-(9) hold. Then problem (1)-(4) has at least one solution (φ,ψ), such as

$$\varphi,\psi\in W^{1,2}\left(0,T;L^2(0.L)\right)\cap L^\infty\left(0,T;\mathrm{H}_0^1(0,L)\right),\quad \mathsf{F}(\psi)\in L^2(0,L;C^0\left([0,T]\right)). \tag{10}$$

Theorem 2 (uniqueness). Assume that the hypotheses of theorem 1 hold and operatorFadditionallysatisfies the condition of the global Lipschitz continuity and

$$\begin{cases} \exists L_2 > 0: \quad \forall t \in (0,T], \quad \forall \upsilon_1, \upsilon_2 \in L_2\left(0, \mathrm{L}; \mathrm{C}^0([0,\mathrm{t}])\right), \\ \left\| F(\upsilon_1) - F(\upsilon_2) \right\|_{L_2\left(0,\mathrm{L};\mathrm{C}^0([0,\mathrm{t}])\right)} \le L_2 \left\| \upsilon_1 - \upsilon_2 \right\|_{L_2\left(0,\mathrm{L};\mathrm{C}^0([0,\mathrm{t}])\right)} . \end{cases}$$

Then problem (1)-(4) has only one solution satisfying the condition (10)

References

1. A.Visintin. Differential Models of Hysteresis. Springer, 1993.
2. Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: Мир, 1972.
3. Лионс Ж.Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. М.: Мир, 1971.
4. *Jaime E. Munoz Rivera and ReinhardRacke. Timoshenko systems with Indefinite Damping.Journal of Mathematical Analysis and Applications.Volume 341, Issue 2, 15 May 2008, Pages 1068-1083*

THE SUFFICIENT CONDITIONS ON THE REGULAR SOLVABILITY OF A BOUNDARY-VALUE PROBLEM FOR A SECOND-ORDER PARTIAL DIFFERENTIAL OPERATOR EQUATIONS ON A BAND

Jafarov I.

Institute of Mathematics and Mechanics, Azerbaijan National Academy of Sciences, Azerbaijan

ilgar22000@yahoo.com

Suppose that H is a separable Hilbert space and A is a normal invertible operator in H. Then the operator A has the polar expansion $A = UC$, where U is a unitary operator and C is a positive definite self-adjoint operator in H. Let $H_\gamma\ (\gamma \ge 0)$ denote the scale of Hilbert spaces generated by the operator C i.e.,

$$H_\gamma = D(C_\gamma),\ (\varphi,\psi)_\gamma = (C^\gamma \varphi, C^\gamma \psi),\ \ \varphi,\psi \in D(C_\gamma), \gamma \ge 0 .$$

For $\gamma = 0$, we assume that $H_0 = H$.

Suppose that $t \in (0,1),\ \ x \in R = (-\infty, +\infty),$ and set $Q = (0,1) \times R$. Consider the following boundary-value problem in Q:

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + A^2 u + A_{1,0}\frac{\partial u}{\partial t} + A_{0,1}\frac{\partial u}{\partial x} + A_{0,0} u = f\ ,\ (t,x) \in Q , \tag{1}$$

$$u'(0,x) = u'(1,x) = 0 , \tag{2}$$

where $f(t,x) \in L_2(Q;H)$ and $u(t,x) \in W_{2,2}^2(Q;H)$ and the operator coefficients satisfy the following conditions:

1) A is a normal invertible operator whose spectrum is contained in the angular sector

$$S_\varepsilon = \{\lambda : |\arg \lambda| \le \varepsilon\},\ 0 \le \varepsilon < \frac{\pi}{2};$$

2) the operators $B_{1,0} = A_{1,0} A^{-1},\ B_{0,1} = A_{0,1} A^{-1},\ B_{0,0} = A_{0,0} A^{-2}$ are bounded operators in H. Let by $L_2(Q,H)$ denote the Hilbert space of measurable H-valued functions $f(t,x)$ such that

$\| f\|_{L_2(Q;H)} = \int_0^1 \int_{-\infty}^{\infty} \| f(t,x)\|^2 \, dtdx < \infty$. Let us define the space $W_{2,2}^2(Q;H)$ as the completion of infinitely differentiable functions with values in H_2 compactly supported in Q with the norm

$$\|u\|_{W_{2,2}^2(Q:H)} = \left(\left\| \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right\|_{L_2(Q;H)}^2 + \left\| \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right\|_{L_2(Q;H)}^2 + \left\| \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right\|_{L_2(Q;H)}^2 + \left\| A^2 u \right\|_{L_2(Q;H)}^2 \right)^{1/2}.$$

We denote

$$\|u\|_{W_{2,2}^2(Q:H)} = \left(\left\| \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right\|_{L_2(Q;H)}^2 + \left\| \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right\|_{L_2(Q;H)}^2 + \left\| \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right\|_{L_2(Q;H)}^2 + \left\| A^2 u \right\|_{L_2(Q;H)}^2 \right)^{1/2},$$

$$\overset{\circ}{W}{}_2^{2(1,1)}\left((0,1);H\right) = \left\{ u : u \in W_2^2\left((0,1);H\right),\ u'(0) = u'(1) = 0 \right\}.$$

Definition. Problem (1), (2) is said to be *regularly solvable* if, for any function $f(t,x) \in L_2(Q;H)$ there exists a function $u(t,x) \in W_{2,2}^2(Q;H)$ which satisfies Eq. (1) almost everywhere in Q, the boundary condition (2) in a sense

$$\lim_{t \to +0} \left\| \frac{\partial u}{\partial t}(t,x) \right\|_{1/2} = 0,$$

$$\lim_{t \to 1-0} \left\| \frac{\partial u}{\partial t}(t,x) \right\|_{1/2} = 0,$$

and the following estimate holds:

$$\|u\|_{W_{2,2}^2(Q;H)} \le const \| f\|_{L_2(Q;H)}.$$

Let denote

$$c_0(\varepsilon) = \begin{cases} 1, & 0 \le \varepsilon \le \frac{\pi}{4} \\ \frac{1}{\sqrt{2}\cos\varepsilon}, & \frac{\pi}{4} \le \varepsilon < \frac{\pi}{2} \end{cases},$$

$$c_1(\varepsilon) = \frac{1}{2\cos\varepsilon}, \varepsilon \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right).$$

The following sufficient condition of the regular solvability of problem (1), (2) has been proved.

Theorem. Suppose that conditions 1) and 2) hold and the following inequality is valid:

$$\alpha(\varepsilon) = c_0^{1/2}(\varepsilon) c_1(\varepsilon) \|B_{1,0}\| + c_0(\varepsilon) c_1(\varepsilon) \|B_{0,1}\| + c_0^2(\varepsilon) \|B_{0,0}\| < 1.$$

Then the problem (1), (2) has been regularly solvable.

Reference

1. On Solvability Of One Boundary-Value Problem For A Second Order Operator-Differential Equation On A Band, I.J. JAFAROV, Transactions of NAS of Azerbaijan, 87-94, 2004.

INFLUENCE OF THE ELECTROSTATIC POTENTIAL ON THE DYNAMICS OF GAS EVOLUTION

Panahov G.M., Museibli P.T.
Institute of Mathematics and Mechanics, Azerbaijan National Academy of Sciences, Azerbaijan
pervizmuseyibli@gmail.com

The influence of the electrostatic potential arising during the flow of the electroconductive gas-liquid system on the formation and variation of the bubble radius upon its expansion is considered. The electrostatic friction potential is determined from the following expression:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi.$$

In general, the process is described by the following system of equations

$$\operatorname{div} v_1=0 \tag{1}$$

$$\rho\frac{dv}{dt} = -gradP + j\times E \tag{2}$$

$$\rho c\left(\frac{\partial T_1}{\partial t} + (v_1\nabla)T_1\right) = -divq_1 + \Phi + q_v \tag{3}$$

$$\frac{\partial\rho_2^0}{\partial t}+\operatorname{div}(\rho_2^0 v_2)=0 \tag{4}$$

$$\rho_2^0\left(\frac{\partial v_2}{\partial t} + (v_2\nabla)v_2\right)=-\operatorname{grad}P_2 \tag{5}$$

$$\rho_2^0\frac{d}{dt}\left(u_2 + \frac{v_2^2}{2}\right) = -divq_2 + div(P_{2n}v_2) \tag{6}$$

$$P_2 = \rho_2^0 R_2 T_2 \tag{7}$$

$$j=\sigma E, \qquad q_v= j^2/\sigma \tag{8}$$

Taking into account the motion equation (2) and the equilibrium condition, the expression for the evolution of the bubble of gas becomes

$$a\frac{d^2a}{dt^2} + \frac{3}{2}\left(\frac{da}{dt}\right)^2 + \frac{\sigma E^2}{\rho}a\frac{da}{dt} + 2\frac{\Sigma}{a} = \frac{P_{2a}(t)-P_\infty}{\rho}$$

$\Sigma -$ coefficient of surface tension, $P_\infty -$ pressure of fluid in infinity, a(t) – bubbles radius. $P_{2a}(t)$ və a(t) are unknown coefficients.After transformation of the system of equations (1) - (8) and solving the resulting new system of equations in conjunction with the equation of bubble dynamics, it is possible to determine the effect of the electric field strength E on the radius of the gas bubbles. Solving the obtained system of equations by the numerical method, we estimate the change in the radius of gas bubbles.

QUALITATIVE PROPERTY OF SOLUTIONS DEGENERATE ELLIPTIC EQUATIONS

Zulfaliyeva G.S., Mammadova K.N.
Sumgait State University, Institute Mathematics and Mechanics, Azerbaijan
z.gulnara1991@mail.ru, *k.mammadova35@mail.ru*

Investigation of this type of problems connected with many applied problems and ascend to the work by Keldysh [1], Fichera [2]. Now, many authors develop these results. In works [3], [4] authors considered linear problems and solvability are obtained. We studied qualitative property of solutions in this paper.

Let Ω be a bounded domain in R^n with smooth boundary, $Q_T = \Omega\times(0,T), T>0$. We consider the initial boundary value problem

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}(x,t,u)\right) - \psi(x,t)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \sum_{i=1}^{n} b_i\frac{\partial u}{\partial x_i} + C(x,t)u = 0, \tag{1}$$

$$u(t,x)= f(t,x),\ (t,x)\in\Gamma=\partial\Omega\times(0,T) \tag{2}$$

$$u(0,x)=h(x), \qquad x\in\Omega. \tag{3}$$

Let the coefficients of problem $(1)-(3)$ satisfy the following assumptions: $\left\|a_{ij}(x,t,u)\right\|$ is a real symmetrical matrix and for any $(x,t)\in Q_T$ and $\xi \in R^n$ the following inequality are true

$$\gamma\omega(x)|\zeta|^2 \sum_{i,j=1}^{n} a_{i,j}(x,t,u)\zeta_i\zeta_j \le \gamma^{-1}\omega(x)|\zeta|^2 \qquad (4)$$

where $\gamma\in(0,1]$, $a_{i,j}(x,t,u), c(x,t), b_i(x,t),\ i,j=\overline{1,n}$ are measurable functions with respect to $(t,x)\in Q_T$. Also

$$c(x,t)\le 0,\quad c(x,t)\in L_{n+1}(Q_T),\quad (b_i(x,t))\in L_{n+2}(Q_T),$$

$$|b_i(x,t)|^2 + Kc(x,t)\le 0 \qquad (5)$$

$\psi(x,t)$- the weighted function, $\omega(x)$- the weighted function which satisfies Makenxoupt condition.

We introduce weighted space of function $W^{1,1}_{2,\psi}(Q_T)$.

Thorem. Let satisfy the conditions $(4)-(5)$. Then, solutions of problem $(1)-(3)$ from $W^{1,1}_{2,\psi}(Q_T)$ estimates $\|u(x,t)\|_{L_\infty(Q_T)} \le M_1$, $|u(t,x')-u(t,x'')| \le M_2|x'-x''|$ hold with positive constants M_1, M_2 which is depending only on known quantities.

References

1. M.V. Keldysh – On some classes of degeneration of equations of elliptic type on the boundary of domain. DAN SSSR, 1951, 77, 2, pp.181-183.
2. G. Fichera – On unified theory of boundary value problem for elliptic – parabolic equations of second order. “Boundary problems in differential equations”. Medison,1960,pp.97-120
3. T.Gadjiev, N.Bayramova - On smoothness of solution of the first boundary-value problem for second order degenerate elliptic-parabolic equation. Ukr.math-journal, 2008, V.60, №6, pp.723-736.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО УРАВНЕНИЯ КОШИ-РИМАНА

Алиев Н. А., Ахундов И. С., Алиев А. М.

Бакинский государственный Университет, Институт прикладной математики, Азербайджан

aahmad07@rambler.ru

Резюме. *Излагаемая работа посвящена исследованию решения граничной задачи для неоднородного уравнения Коши-Римана на верхней полуплоскости. Границей рассматриваемой области является вещественная ось. Поэтому здесь дается граничное условие специального вида, которое обеспечивает фредгольмовость поставленной задачи.*

Ключевые слова. *Уравнение Коши-Римана, полуплоскость, граничная задача, нелокальные граничные условия, необходимые условия, регуляризация, фредгольмовость.*

Как известно, при решении граничных задач для уравнения с частными производными, число начальных условий равно порядку производной по времени, а число локальных граничных условий равно половине порядка производной по пространственной переменной. В связи с этим граничные задачи в курсе уравнения математической физики в основном рассматриваются для уравнений четного порядка. Исследование показало, что для уравнения Коши-Римана, локальных граничных условий достаточно задавать на части границы. Если учесть высказанную Бицадзе мысль, что вся граница должна быть носителем граничного условия, это вынуждала нас обратиться к нелокальному граничному условию.

Нами показано что, если граница области разбивается на две части, то одно нелокальное условие (связывающей значений неизвестных функций в этих частях) достаточно для фредгольмовости граничных задач, поставленных для уравнения Коши-Римана.

Предлагаемый метод исследование решений граничных задач опирается на необходимые условия, полученные нами в многочисленных опубликованных работах. Эти необходимые условия содержат сингулярности, которые не регуляризируется обычным образом. Для этого задается своеобразная схема, для которой нужны приведенные граничные условия. Эти необходимые условия получено и в работе Begehr H., Basic boundary value problems for the Cauchy-Riemann and the Poisson equation in a

Quarter Disc. Master thesis, 2009, p.46. Автор предполагает, что данная функция (в условии Дирихле) удовлетворяла на границе полученных необходимых условий, которые являются сингулярными интегральными уравнениями.

Нам удалось регуляризировать эти необходимые условия, и с помощью регуляризированных уравнений доказать фредгольмовость поставленных граничных задач для уравнения Коши-Римана.

Рассматривается следующая граничная задача:

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}+i\frac{\partial u(x)}{\partial x_1}=f(x), \qquad x=(x_1,x_2)\in D=\{x_1\in R,\ x_2>0\} \tag{1}$$

$$u(-t,0)=\alpha u(t,0), \quad t\geq 0, \tag{2}$$

где $i=\sqrt{-1}$, $f(x)$ -заданная непрерывная функция на полуплоскости, α -постоянное число. Условие (2) в некотором смысле является половиной условия Дирихле. Известно, что фундаментальное решение уравнения Коши-Римана определяется формулой:

$$U(x-\xi)=\frac{1}{2\pi}\frac{1}{x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1)} \tag{3}$$

Умножая обе части уравнения (1) на фундаментальное решение (3) по D, получим:

$$-\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{u(x_1,0)}{-\xi_2+i(x_1-\xi_1)}dx_1-\frac{1}{2\pi}\int_D\frac{f(x)}{x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1)}dx=\begin{cases}u(\xi), & \xi_1\in R,\ \xi_2>0,\\ \frac{1}{2}u(\xi), & \xi_1\in R,\ \xi_2=0,\end{cases} \tag{4}$$

где при получении основного соотношения (4) предполагалось, что удовлетворяется следующее ограничение:

$$\begin{gathered}\lim_{x_2\to\infty}\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{u(x)}{x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1)}dx_1+\lim_{x_1\to\infty}\frac{i}{2\pi}\int_0^\infty\frac{u(x)}{x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1)}dx_2-\\ -\lim_{x_1\to-\infty}\frac{i}{2\pi}\int_0^\infty\frac{u(x)}{x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1)}dx_2=0.\end{gathered} \tag{5}$$

Как видно из (4) это соотношение состоит из двух частей, первая из них дает общее решение уравнения (1), а вторая часть является необходимым условием.

Этим установлено следующее утверждение.

Теорема 1. Пусть имеет место условие (5), тогда для каждого решения уравнения (1) удовлетворяется основное соотношение (4).

Итак, доказано

Теорема 2. При условиях теоремы 1, если $\alpha\neq 0$, то граничная задача (1)-(2) фредгольмова.

Таким образом, решение поставленной граничной задачи приведено к интегральному уравнению Фредгольма второго рода с регулярным я

ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО УРАВНЕНИЯ КОШИ-РИМАНА С НЕЛОКАЛЬНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Алиев Н. А., Фатуллаева Л. Ф., Мамедова Н. Б.
Бакинский государственный университет, Азербайджан
laura_fat@rambler.ru

Рассматривается граничная задача в прямоугольной области для уравнения первого порядка эллиптического типа с нелокальными граничными условиями. Постановка задачи такова, что четыре точки границы двигаются по границам (каждая точка находится в одной из сторон прямоугольника) одновременно. Эти точки двигаются так, чтобы выполнялись условия Карлемана, то есть соседние точки или удаляются из одной граничной точки или же приближаются к одному из граничных точек. Такие задачи Карлеманом названы правильно постановленные граничные задачи.

Как известно, в курсе уравнения математической функции и уравнения с частными производными граничные задачи с локальными условиями в основном рассматриваются для уравнения эллиптического типа [1]-[4]. Далее для уравнения эллиптического типа первого порядка (уравнения Коши-Римана) рассмотрена граничная задача с локальными граничными условиями (условия Дирихле), несмотря на то, что такие задачи некорректны [5]-[6].

Рассмотрим следующую граничную задачу:

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}+i\frac{\partial u(x)}{\partial x_1}=f(x),\quad x_k\in(a_k,b_k),\ k=1,2; \tag{1}$$

$$\alpha_{j1}(t)u(a_1+t(b_1-a_1),a_2)+\alpha_{j2}(t)u(b_1,b_2+t(a_2-b_2))+\alpha_{j3}(t)u(b_1+t(a_1-b_1),b_2)+$$

$$+\alpha_{j4}(t)u(a_1,a_2+t(b_2-a_2))=\alpha_j(t),\ \ j=1,2;\ t\in[0,1], \tag{2}$$

где $x=(x_1,x_2),\ b_k>a_k>0,\ k=1,2;\ i=\sqrt{-1},\ f(x)$ при $x_k\in(a_k,b_k),\ k=1,2;\ \alpha_{jk}(t)$ и $\alpha_j(t)$ при $j=1,2;\ k=\overline{1,4}$ - непрерывные функции и граничные условия (2) линейно независимые.

Как видно из постановок задач (1)-(2) условия Карлемана [7] выполняется, то есть на границе одновременно двигается четыре точки и соседние точки или отходят от одной граничной точки или же они приближаются к одной граничной точке. Нами показано, что если на границе двигаются одновременно более чем одной точки, то если условия Карлемана не выполняется, то задача некорректна, то есть может не существовать решения или иметь не единственное решение.

Как известно, фундаментальное решение уравнения Коши-Римана (1) имеет вид [8]:

$$U(x-\xi)=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1)}. \tag{3}$$

Для определения основного соотношения умножим уравнение (1) на фундаментальное решение (3), интегрируя по области $D=\{x=(x_1,x_2):\ x_k\in(a_k,b_k),\ k=1,2\}$ и применяя формулу Остроградского-Гаусса имеем:

$$\int_D\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}U(x-\xi)dx+i\int_D\frac{\partial u(x)}{\partial x_1}U(x-\xi)dx=\int_D f(x)U(x-\xi)dx$$

$$\int_\Gamma u(x)U(x-\xi)[\cos(\nu,x_2)+i\cos(\nu,x_1)]dx-\int_D f(x)U(x-\xi)dx=\begin{cases}u(\xi), & \xi\in D,\\ \frac{1}{2}u(\xi), & \xi\in\Gamma,\end{cases} \tag{4}$$

где $\Gamma=\partial D$ - граница области D, ν - внешняя нормаль к границе Γ области D.

Основное соотношение (4) состоит из двух частей, первая часть соответствующей $\xi\in D$ дает общее решение уравнения (1) определенное в области D, вторая часть соответствующей $\xi\in\Gamma$ является необходимым условием.

После приведения необходимые сингулярные условия установлено следующее утверждение:

Теорема. Если $f(x)$ непрерывная функция, тогда каждое решение уравнения (1), определенное в области D, удовлетворяет необходимым сингулярным условиям.

Литература

1. Соболев С.П. Уравнения математической физики. ГИТТЛ, 1954, 444 стр.
2. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными, ГИФМЛ, Москва, 1961, 400 стр.
3. Михлин С.Г. Курс математической физики. «Наука», Москва, 1968, 576 стр.
4. Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных. Москва, «Высшая школа», 1977, 432 стр.
5. Begehr H. Boundary value problems in komplex analysis I. Boletin de la Asociacion Matematica Venerolana. Vol. XII, № 1, (2005), pp. 65-85.
6. Costache M.-R. (student), Begehr H. (supervisor). Basic boundary value problems for the Cauchy-Riemann and the poisson equation in a Quarter Disc. Scola normala supericara Bucnarect Department of Mathematics. Master thesis, 2009, pp. 1-47.
7. Carleman T. в сб. Verhandlungen des Internationalen Mathematikez – Kongreses. Bd. 12. – Lpz, 1932, s. 138-151. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. Наука,

ОДНА КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ С НЕЛОКАЛЬНЫМ ИНТЕГРАЛЬНЫМ ПО ВРЕМЕНИ УСЛОВИЕМ ПЕРВОГО РОДА

Алиев С.Я., Салимов М.Ю.

Бакинский государственный университет, Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

Нелокальные задачи с интегральными условиями для дифференциальных уравнений с частными производными в настоящее время весьма активно изучаются, однако в основном рассматриваются уравнения второго порядка. Отметим некоторые из недавних работ по исследованию нелокальных задач для гиперболических и параболических уравнений [1–3] и список литературы в них.

Многочисленные работы по исследованию уравнений высокого порядка в своем большинстве связаны с изучением классических начальных и начально-краевых задач. В книге [4] приведен обширный перечень работ, посвященных этим вопросам. В предлагаемой работе рассматривается одна краевая задача для уравнения колебаний стратифицированной жидкости с нелокальным интегральным по времени условием первого рода.

Рассмотрим для уравнения [5]

$$u_{ttxx}(x;t)+\alpha^2 u_{xx}(x;t)-\beta^2 u(x;t)=f(x;t) \tag{1}$$

в области $D_T=\{(x,t):\ 0\le x\le 1,\ \ 0\le t\le T\}$ обратную краевую задачу с нелокальными начальными условиями

$$u(x,0)=\varphi(x)\ (0\le x\le 1), \tag{2}$$

$$\int_0^T Q(t)u(x,t)dt=0\ (0\le x\le 1) \tag{3}$$

граничными условиями $\quad u(0,t)=u(1,t)=0,\ \ (0\le t\le T)$, (4)

где $\alpha\ne 0, \beta\ne 0$ заданные числа $f(x,t)$, $\varphi(x)$ и $Q(t)$ –заданные функции, а $u(x,t)$ –искомая функция. Условие (3) является нелокальным интегральным условием первого рода.Введем понятие классического решения.

Определение. *Под классическим решением краевой задачи (1)-(4) будем понимать функцию* $u(x,t)$, *если* $u(x,t), u_x(x,t), u_{xx}(x,t), u_t(x,t), u_{tt}(x,t),\ u_{ttxx}(x,t)\in C(D_T)$ *и выполняются соотношения (1)-(4) в обычном смысле*.

Для исследования краевой задачи (1)-(4), сначала исходная задача сводится к эквивалентной задаче, для которой доказывается теорема существования и единственности решения. Далее, пользуясь этими фактами доказываются существование и единственность классического решения исходной задачи.

Литература

1. Кожанов А.И., Пулькина Л.С. О разрешимости краевых задач с нелокальными граничными условиями интегрального вида для многомерных гиперболических уравнений // Дифференц. уравнения. 2006. Т. 42. № 9. С. 1166–1179.
2. Кожанов А.И. О разрешимости некоторых пространствено нелокальных задач для линейных параболических уравнений // Вестник СамГУ. 2008. № 3(62). С. 165–174.
3. Пулькина Л.С. Начально-краевая задача с нелокальным граничным условием для многомерного гиперболического уравнения // Дифференц. уравнения.2008. Т. 44. № 8. С. 1084–1089.
4. Егоров И.Е., Федоров В.Е. Неклассические уравнения математической физики высокого порядка. Новосибирск: Изд-во ВЦ СО РАН, 1995. 133 с.
5. Соболев С.Л. Об одной новой задаче математической физики. Известия АН СССР. Сер. Мат.,1954, т.18.,№1, с.3-50.

ЗАДАЧА КРУЧЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ПЕРЕМЕННЫМИ МОДУЛЯМИ СДВИГА С ЗАКРЕПЛЕННОЙ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Ахмедов Н. К., Гасанова Н. С.,
Азербайджанского Государственного Экономического Университета, Гянджинский Государственный Университет, Азербайджан
anatiq@cmail.com

Рассмотрим задачу кручения радиально-неоднородной изотропной сферы малой толщины. В сферической системе координат область, занятую сферой, обозначим $\Gamma = \{r \in [r_1; r_2]; \theta \in [\theta_1; \theta_2]; \varphi \in [0; 2\pi]\}$. Предполагаем , что оболочка не содержит ни один из полюсов 0 и
π .Уравнения равновесия в перемещениях при отсутствии массовых сил имеют вид $[1]$:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[G(r)\left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r}\right)\right] + \frac{3G(r)}{r}\left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r}\right) + \frac{G(r)}{r^2}\left(\frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial \theta} ctg\theta - \frac{\cos 2\theta}{\sin^2\theta} u_\varphi\right) = 0 \qquad (1)$$

Допустим боковые поверхности оболочки закреплены

$$u_\varphi = 0 \text{ при } r = r_s \qquad (2)$$

а на конических поверхностях (торцах) заданы граничные условия

$$\sigma_{\varphi\theta} = f_s(r) \text{ при } \theta = \theta_s \qquad (3)$$

где $f_s(r)(s = 1;2)$-гладкие функции, удовлетворяющие условиям равновесия.
Решение (1), (2) ищем в виде:

$$u_\varphi(r, \theta) = v(r) m(\theta) \qquad (4)$$

где $m(\theta)$ -решение уравнения Лежандра $[2]$.
Подставляя (4) в (1), (2), имеем:

$$Av = \lambda v \qquad (5)$$

где $Av = \left\{ -\frac{r^2}{G(r)}\left[G(r)\left(v'(r) - \frac{v(r)}{r}\right)\right]' - 3r\left(v'(r) - \frac{v(r)}{r}\right); \quad v(r) = 0 \; при \; r = r_s \right\}; \quad \lambda = \frac{9}{4} - z^2$

Введем гильбертово пространство $L_2(r_1, r_2)$со скалярным произведением:

$$(v, \omega) = \int_{r_1}^{r_2} G(r) v(r) \omega(r) dr$$

Оператор $A: L_2 \to L_2$ положителен. Собственные значения λ_k оператора A положительны, $\lambda_k \to \infty$ при $k \to \infty$. Отметим, что

$$(v_k, v_p) = \delta_{kp} \cdot d_k \qquad (6)$$

где $d_k = \int_{r_1}^{r_2} G(r) v_k^2(r) dr$.Допустим модуль сдвига обратно пропорционален квадрату расстояния:

$$G(r) = \frac{G_0}{r^2} \qquad (7)$$

С учетом (7) из (5) имеем:

$$r^2 v''(r) + \left(\frac{9}{4} - z^2\right) \cdot v(r) = 0, \qquad (8)$$

$v(r) = 0$ при

$$r = r_s \qquad (9)$$

Решение (8) имеет вид:

$$v(r) = D_1 r^{\frac{1}{2}-a} + D_2 r^{\frac{1}{2}+a}, \qquad (10)$$

где $a = \sqrt{z^2 - 2}$ и $D_1,\ D_2$ - произвольные постоянные.

С помощью (10) удовлетворяя (9), получим характеристическое уравнение

$$\Delta(z,\varepsilon) = zh\left(2\varepsilon\sqrt{z^2-2}\right) = 0 \qquad (11)$$

где $\varepsilon = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$-малый параметр, характеризующий толщину оболочки. Уравнение (11) имеет счетное множество корней

$$z_n = \pm i\sqrt{\frac{\pi^2 n^2}{4\varepsilon^2} - 2} \qquad (12)$$

Перемещение и напряжения, соответствующие корням (12), имеют вид:

$$u_\varphi = -2r^{\frac{1}{2}} \sum_{k=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi k}{2\varepsilon}\ln\left(\frac{r_2}{r}\right)\right) \cdot m_k(\theta), \qquad (13)$$

$$\sigma_{\varphi r} = G_0 r^{-\frac{5}{2}} \sum_{k=1}^{\infty}\left[\sin\left(\frac{\pi k}{2\varepsilon}\ln\left(\frac{r_2}{r}\right)\right) + \frac{\pi k}{\varepsilon}\cos\left(\frac{\pi k}{2\varepsilon}\ln\left(\frac{r_2}{r}\right)\right)\right] m_k(\theta), \qquad (14)$$

$$\sigma_{\varphi\theta} = -2r^{-\frac{5}{2}} G_0 \sum_{k=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi k}{2\varepsilon}\ln\left(\frac{r_2}{r}\right)\right) \cdot \left(m_k'(\theta) - m_k(\theta) ctg\theta\right). \qquad (15)$$

где $\mathrm{m_k}(\theta) = \mathrm{E_k P^1_{z_k - \frac{1}{2}}}(\cos\theta) + \mathrm{B_k Q^1_{z_k-\frac{1}{2}}}(\cos\theta);\ \mathrm{P^1_{z_k-\frac{1}{2}}}(\cos\theta),\ \mathrm{Q^1_{z_k-\frac{1}{2}}}\cos(\theta)$-присоединенные функции Лежандра, соответственно первого и второго рода; E_k, B_k-произвольные постоянные; $z_k = \sqrt{\frac{9}{4} - \lambda_k}$

Подставляя (15) в (3) и умножая скалярно на $v_p(r)$ при учете условий (6), имеем:

$$m_k'(\theta) - m_k(\theta) ctg\theta = -\frac{\int_{r_1}^{r_2} f_s(r) r^{\frac{1}{2}} \sin\left(\frac{\pi k}{2\varepsilon}\ln\left(\frac{r_2}{r}\right)\right) dr}{2G_0 \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r}\sin^2\left(\frac{\pi k}{2\varepsilon}\ln\left(\frac{r_2}{r}\right)\right) dr}; \qquad (16)$$

Постоянные E_k, B_k определяются из системы (16).

Литература

1. Лурье А.И. Теория упругости. М. : Наука, 1970,939с.
2. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции: В 3т. Перев.с англ. М. : Наука, 1965,т.1, 294с.

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Ахундов А. Я.

Институт математики и механики НАН Азербайджана, Азербайджан

adalatakhund@mail.ru

В работе исследуется сходимость приближенного решения к точному решению обратной задачи об определении неизвестного коэффициента в правой части эллиптического уравнения.

Пусть $D = \{(x,y)\, a < x < b,\ \gamma_1(x) < y < \gamma_2(x)\}$, a, b - некоторые постоянные; $\gamma_1(x),\ \gamma_2(x)$ - заданные гладкие функции, $D \subset R^2$ - область с достаточно гладкой границей $\partial D,\ D = \overline{D} \cup \partial D$.

Рассматривается обратная задача об определении пару функций $\{f(y),\ u(x,y)\}$ из условий:

$$\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}= f(y)g(x),\ (x,y)\in D, \tag{1}$$

$$u(x,y)=\varphi(x,y),\quad (x,y)\in\partial D, \tag{2}$$

$$\int_a^b u(x,y)dx = h(y),\quad \gamma_1(x)\le y\le \gamma_2(x),\ \ a\le x\le b. \tag{3}$$

здесь $g(x),\gamma_1(x),\gamma_2(x),\varphi(x,y),h(y)$ - заданные функции.

Для приближенного решения обратной задачи (1)-(3) применяется метод последовательных приближений по схеме:

$$\Delta u^{(s+1)} = f^{(s)}(y)g(x),\ (x,y)\in D, \tag{4}$$

$$u^{(s+1)}(x,y)=\varphi(x,y), (x,y)\in\partial D, \tag{5}$$

$$f^{(s+1)}(y)=\left[u_x^{(s+1)}(b,y)-u_x^{(s+1)}(a,y)+h''(y)\right]/\int_a^b g(x)dx, \tag{6}$$

следующим образом: выбирается некоторая $f^{(0)}(y)\in C^{\alpha}[\gamma_1(x),\gamma_2(x)]$ и решается «прямая» задача об определении $u^{(1)}(x,y)$ из условий (4), (5) при $s=0$. При надлежащих условиях на входные эта задача имеет единственное классическое решение принадлежащее $C^{2+\alpha}(D)\cap C(\overline{D})$. Далее по функцией $u^{(1)}(x,y)$ из соотношения (6) при $s=0$ определяется $f^{(1)}(y)\in C^{\alpha}[\gamma_1(x),\gamma_2(x)]$ и эта функция используются для проведения следующего шага итерации.

Доказана следующая.

Теорема. Пусть выполнены условия:

1^0. $g(x)\in C^{\alpha}[a,b]$, $\left|\int_a^b g(x)dx\right| = g_0>0,\ g_0>0$ - некоторое постоянное число;

$\varphi(x,y)\in C^{2+\alpha}(\partial D)$; $h(y)\in C^{2+\alpha}[s_1(x), s_2(x)]$, $a\le x\le b$; $\gamma_1(x),\gamma_2(x\in C^{1+\gamma}[a,b]$.

2^0. существует единственное решение $\{f(y),u(x,y)\}$ задачи (1)-(3) и оно принадлежит множеству

$$K_{\alpha}=\Big\{(f,u)\big|\,f(y)\big|\in C^{\alpha}[\gamma_1(x),\gamma_2(x)], u(x,y)\in C^{2+\alpha}(\overline{D}),$$
$$\left|f(y)\right|\le c_1,\ y\in[\gamma_1(x),\gamma_2(x)], \left|D_{x,y}^{l}u(x,y)\right|\le c_2,\ l=0,1,2,$$
$$(x,y)\in\overline{D},\ c_1,c_2 - \text{некоторые постоянные числа}\ \Big\}.$$

Тогда функции $\left\{f^{(s)}(y),u^{(s)}(x,y)\right\}$, полученные из (4)-(6) равномерно (по supнорме) стремятся к решению задачи (1)-(3) со скоростью геометрической прогрессии.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ, НАСЫЩЕННЫХ ЖИДКОСТЬЮ

Бабаджанова В. Г.
Сумгаитский государственный университет, Азербайджан
vusala11@gmail.com

Постановка и решение задач в модели пористых сред, насыщенных жидкостью, в общих чертах аналогичны постановке и решению динамических задач теории упругости. Однако по сущности происходящих процессов решение задач становится намного сложнее. Если пористая среда, насыщенная жидкостью, занимает безграничную среду, то ее состояние полностью определяется решением уравнения движения с заданием векторов перемешения скелета и жидкости, их производной по времени в начальный момент (задача Коши)

Уравнения движения пористых сред, насыщенных жидкостью, в случае $\beta = const$ имеют вид [1,2,3]:

$$N\nabla^2 \bar{u}_1 + grad\left[(A+N)e + Q\varepsilon\right] = \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\rho_{11}\bar{u}_1 + \rho_{12}\bar{u}_2\right) + b\frac{\partial}{\partial t}\left(\bar{u}_2 - \bar{u}_1\right)$$
$$grad\left[Qe + R\varepsilon\right] = \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\rho_{11}\bar{u}_1 + \rho_{22}\bar{u}_2\right) + b\frac{\partial}{\partial t}\left(\bar{u}_2 - \bar{u}_1\right) \quad (1)$$

$\bar{u}_1$ и $\bar{u}_2$ вектор смешения скелета и жидкости; e и ε - объемные деформации скелета и жидкости; N, A, a и R – коэффициенты М.А.Био; $\rho_{11,}$ ρ_{12} и ρ_{22} -приведенные плотности, удовлетворяющие
соотношениям:

$$\rho^T = \rho_{11} + \rho_{12} = (1-\beta)\rho_T, \quad \rho^{ж} = \rho_{22} + \rho_{12} = \beta\rho_{ж} \quad (2)$$

где $\rho_{ж}$ и ρ_T - плотности жидких и твердых компонент; ρ^T и $\rho^{ж}$ - соответствующие плотности в агрегатном состоянии.

Вводя потенциалы в форме

$$\bar{u}_i = grad\Phi_i + rot\bar{\psi}_i \quad (3)$$

и подставляя в

$$\sigma_{nn}^{(1)} = \sigma_{nn}^{(2)}, \quad \sigma_{ns}^{(1)} = \sigma_{ns}^{(2)}, \quad \sigma^{(1)} = \sigma^{(2)}$$
$$\dot{u}_n^{T(1)} = \dot{u}_n^{T(2)}, \ \dot{u}_s^{T(1)} = \dot{u}_s^{T(2)}, \ \bar{u}_n^{ж(1)} = \bar{u}_n^{ж(2)} \quad (4)$$

после некоторых преобразований получим:

$$(A+2N)\Delta\Phi_1 + a\Delta\Phi_2 = \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\rho_{11}\Phi_1 + \rho_{12}\Phi_2\right) + b\frac{\partial}{\partial t}\left(\Phi_1 - \Phi_2\right),$$
$$Q\Delta\Phi_1 + R\Delta\Phi_2 = \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\rho_{12}\Phi_1 + \rho_{22}\Phi_2\right) - b\frac{\partial}{\partial t}\left(\Phi_1 - \Phi_2\right)$$
$$N\Delta\Psi_1 = \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\rho_{11}\psi_1 + \rho_{12}\psi_2\right) - b\frac{\partial}{\partial t}\left(\psi_1 - \psi_2\right) \quad (5)$$
$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\rho_{12}\psi_1 + \rho_{22}\psi_2\right) + b\frac{\partial}{\partial t}\left(\psi_1 - \psi_2\right) = 0$$

В случае падания гармонических волн с частотой ω систему уравнений можно расщепить на три уравнения [4,5,6]. При отсутствия диссипации $b = 0$ уравнение (5) примет более простой вид. Отсюда следует, что скорости волны не зависят от частоты ω, т.е. не испытывают дисперсию. Тогда систему уравнения (5) можно расщепить на три волновые уравнения

$$\Delta\varphi_j = c_j^{-2}\varphi_{tt}, \quad \Delta\psi_1 = c_3^{-2}\psi_{jtt}, \quad j = 1{,}2$$

Литература

1. Николаевский В.Н. и др. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1970, 355с.
2. Новожилов В.В., Уташева В.И. Динамическое кручение полубес-конечного цилиндра // МТТ, №1, 1967, с. 71-78.
3. Онисько Н.И., Шемякин Е.И. Движение свободной поверхности однородного грунта при подземном взрыве / ПМТФ, №4, 1961, с. 82-94 .
4. Резниченко Ю.В. О распространении сейсмических волн в дискретных и гетерогенных средах // Изв. АН СССР. Серия сейсмическая и геофизическая,1949. т. 13, с.115-128.
5. Слепян Л.М. Нестационарные упругие волны Л.: «Судостроение», 1972, 374 с.
6. Хорошун Л.П. К теории насыщенных пористых сред. // Приклад. Механика АН УССР. 1976, т. 12, №12, с. 35-41.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ НЕФТИ К ЦЕНТРАЛЬНОЙ СОВЕРШЕННОЙ СКВАЖИНЕ

Бабанлы В. Ю., Алиев Н. А., Алиев А. М.

Бакинский государственный университет, Институт прикладной математики, Азербайджан

aahmad07@rambler.ru

Излагаемая работа посвящена исследованию решения смешанной задачи для параболического трехмерного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. Предлагается нестандартный подход к решению задачи, возникающей при добыче нефти. Исследование решения поставленной задачи имеет определенный практический интерес. В работе рассматривается математическая модель процесса движения нефти к центральной несовершенной скважине в круговом пласте с постоянной мощностью. При этом получается смешанная задача для уравнения параболического типа.

Ключевые слова: *смешанная задача, , несовершенная скважина.*

Рассматривается следующая смешанная задача

Пусть $P = P(r,z,t)$, $r \in (r_c, R_k)$, $z \in (0,h)$, $t > 0$, r_c, R_k и h вещественные числа $r_c < R_k$, $h > 0$.

Найти решение уравнения:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \chi\frac{\partial P}{\partial t}, \ t > 0, \ z \in (0,h), \ r \in (r_c, r_k), \tag{1}$$

удовлетворяющее начальному:

$$P = P_{пл} = \rho_н g L, \ t = 0, \ r \in [r_c, r_k], \ z \in [0,h], \tag{2}$$

и граничным условиям:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad z = 0, z = h, \ r \in [r_c, r_k], \tag{3}$$

$$\begin{cases} P = P_k(t), & r = r_k, \quad t \geq 0, \quad z \in [0,h], \\ r\dfrac{\partial P}{\partial r} = \dfrac{\mu q}{2k\pi h}, & r = r_c, \quad t \geq 0, \quad z \in [0,h], \end{cases} \tag{4}$$

где $P = P(r,z,t)$ неизвестная функция. Отделяя переменные z от (r,t) в виде:

$$P(r,z,t) = Z(z)Q(r,t) \tag{5}$$

и разделяя обе части полученного выражения на $Z(z)Q(r,t)$, получим:

$$\frac{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial Q}{\partial r}\right)}{Q} - \chi\frac{\frac{\partial Q}{\partial t}}{Q} = -\frac{Z''(z)}{Z(z)} = \nu^2 \tag{6}$$

Таким образом, после того как разделили переменные (z,r,t) в уравнении (1) с помощью (5), мы приходим к следующим одномерным и двумерным уравнениям:

$$Z''(z) + \nu^2 Z(z) = 0 \tag{7}$$

$$-\chi\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial Q}{\partial r}\right) - \nu^2 Q = 0, \tag{8}$$

Для того, чтобы разделить переменные в граничных условиях (3), подставляя (5) в (3), получим для уравнения (7) следующие два граничных условия в виде:

$$Z'(0) = Z'(h) = 0, \tag{9}$$

Теперь рассмотрим задачу (7),(9). Легко видеть, что общее решение этой задачи имеет вид

$$Z(z) = C_1 \cos\nu z + C_2 \sin\nu z. \tag{10}$$

Теперь возвращаясь к задаче (1)-(4), ищем ее решение в виде ряда Фурье:

$$P(r,z,t)=\sum_{m=0}^{\infty}Q_m(r,t)Z_m(z). \qquad (11)$$

Подставляя это выражение в уравнение (1), получим:

$$\sum_{m=0}^{\infty}Z_m(z)\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial Q_m}{\partial r}\right)+\sum_{m=0}^{\infty}Q_m(r,t)Z''_m(z)=\chi\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\partial Q_m(r,t)}{\partial t}Z_m(z),$$

После этого, для $Q_m(r,t)$ получим следующие начальные:

$$Q_m(r,0)=\int_0^h P_{пл}(z,r)Z_m(z)dz, \quad m\geq 0, \qquad (12)$$

и граничные условия:

$$\begin{cases} Q_m(r_k,t)=\int_0^h P_k(t,r)Z_m(z)dz, & m\geq 0,\\ r\dfrac{\partial Q_m}{\partial r}\bigg|_{r=r_c}=\int_0^h \dfrac{\mu q}{2k\pi h}Z_m(z)dz, & m\geq 0, \end{cases} \qquad (13)$$

Теперь, применяя к смешанной задаче преобразование Лапласа, получим

$$Q_m(r,t)=\frac{1}{2\lambda\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}e^{\lambda t}\tilde{Q}_m(r,\lambda)d\lambda$$

Далее из (11) определяется $P(r,z,t)$.

ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ФИЛЬТРАЦИИ

Бабанлы В.Ю.

Бакинский государственный университет, Институт прикладной математики, Азербайджан

aahmad07@rambler.ru

В настоящей работе изучается влияние релаксации свойств нефтяного пласта на добыче нефти. Рассматривается фильтрация однородной жидкости к центральной, несовершенной по степени вскрытия скважине в круговом пласте радиуса R_k. Порода пласта является релаксирующей, т.е. ползучей. Для того, чтобы вывести уравнение фильтрации нефти пользуемся следующими уравнениями.

Уравнение неразрывности течения

$$\frac{\partial(m\rho)}{\partial t}+div(\rho\overline{\vartheta})=0; \qquad (1)$$

Уравнение состояния капельно-сжимаемой жидкости, к которой относится нефть;

$$\rho=\rho_0\left[1+\beta_{Н}(P-P_0)\right]; \qquad (2)$$

Уравнение, описывающее релаксационное ползучей характера породы[2];

$$m+\lambda_m\frac{\partial m}{\partial t}=m_0+\beta_c(P-P_0); \qquad (3)$$

и линейный закон фильтрации Дарси

$$\overline{\vartheta}=-\frac{k}{\mu}gradp, \qquad (4)$$

где m пористость породы, ρ - плотность нефти, $\overline{\vartheta}$ - скорость фильтрации; к – коэффициент проницаемости пласта, μ - коэффициент динамической вязкости нефти, β_c - коэффициент упругой сжимаемости породы, Р – давление, P_0, ρ_0 и m_0 начальные невозмущенные значения давления плотности жидкости и пористости; λ_m - время релаксации пористости пласта; $\beta_{Н}$ - коэффициент упругой сжимаемости нефти.

Дополнительный член $\lambda_m \dfrac{\partial m}{\partial t}$ в уравнении (3) указывает на то, что зависимость пористости от давления с течением времени происходит не мгновенно, а после истечения времени λ_m.

Найдем произведения $m\rho$, перемножив почленно уравнения (2) и (3). отбрасывая члены высшее второго порядка малости имеем

$$m\rho + \lambda_m \rho \frac{\partial m}{\partial t} = \rho_0 \left[m_0 + \beta (P - P_0) \right], \tag{5}$$

где $\beta = \beta_c + \beta_H m$ - коэффициент упругоёмкости пласта.

Используя уравнение (2) преобразуем произведение $\rho \dfrac{\partial m}{\partial t}$

$$\rho \frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial (\rho m)}{\partial t} - m \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial (\rho m)}{\partial t} - \beta_{Н} \rho_0 m \frac{\partial P}{\partial t} \tag{6}$$

Надо отметить, что во выражении $m \dfrac{\partial P}{\partial t}$ основную роль играет $\dfrac{\partial P}{\partial t}$ и поэтому можно принимать здесь $m = m_0$. В итоге, с учетом указанного выше, уравнение (5) принимает вид

$$\frac{\partial (m\rho)}{\partial t} + \frac{1}{\lambda_m} m\rho = \rho_0 \left[\frac{m_0}{\lambda_m} + \frac{\beta}{\lambda_m} (P - P_0) + \beta_{Н} m_0 \frac{\partial P}{\partial t} \right]. \tag{7}$$

Решив это уравнение при начальном условии t=0, $P=P_0$ получим.

$$m\rho = m_0 \rho_0 \left[1 + \beta_H (P - P_0) + m_1 \int_0^t e^{\frac{t-\tau}{\lambda_m}} (P - P_0) d\tau \right] \tag{8}$$

где $m_1 = \dfrac{\beta_c}{m_0 \lambda_m} e^{-\frac{T}{\lambda_m}} \succ 0$ параметр ползучести.

Произведя допустимую линеаризацию, для рассматриваемой задачи

$$div(\rho \overline{\vartheta}) \cong \rho_0 div \overline{\vartheta}$$

из уравнений (1), (4) и (8) получаем следующие уравнения движения для данного случая

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = a \frac{\partial P}{\partial t} + b \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t e^{\frac{t-\tau}{\lambda_m}} (P - P_0) \partial \tau, \tag{9}$$

где $$a = \frac{m_0 \mu \beta_H}{K}, \; b = \frac{\mu \beta_c}{K \lambda_m}$$

Уравнение (9) решается при следующих начальных и граничных условиях

$$P(r, z, t) = P_0, \text{ при } t = 0, \quad r_c \le r \le R_k, \tag{10}$$

$$P(r, z, t) = P_k(t), \text{ при } r = R_k, \quad 0 \le z \le h, \tag{11}$$

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = 0, \text{ при } z = 0 \quad \text{и } h; \quad r_c \le r \le R_k, \tag{12}$$

$$r \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\mu q}{2\pi k (h - h_1)}, \quad \text{при } r = r_c, \quad h_1 \le z \le h, \tag{13}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0, \text{ при } r = r_c, \; 0 \le z \le h_1, \tag{14}$$

где q-расход нефти; r_c-радиус скважины; R_k- радиус контура питания скважины; h-мощность (толщина) пласта, h_1-высота невскрытой части скважиной пласта.

В частном, плоскорадиальном случае, применив методы Фурье и Гринберга, решение получено в виде

$$P(r,t)=\frac{\mu q}{2\pi k(h-h_1)}\left\{\frac{2\varphi(t)}{R_k^2-r_c^2}+\frac{r^2}{2(R_k^2-r_c^2)}-\frac{R_k^2}{R_k^2-r_c^2}\ln\frac{r}{r_c}-\right.$$

$$\left.-\frac{\left(R_k^2-r_c^2\right)^2+2\left(R_k^4-r_c^4\right)-4R_k^4\ln\frac{R_k}{r_c}}{4\left(R_k^2-R_c^2\right)^2}-\frac{\pi}{r_c}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\upsilon_1(t)\tau_1^2(\chi_1R_k)V_0(\chi_1 r)_0}{\chi_1\left[\tau_1^2(\chi_1R_c)-\tau_1^2(\chi_1R_k)\right]}\right\}$$

$$U(r,t)=\frac{q}{2\pi h}\left\{\frac{R_k^2-r_c^2}{r\left(R_k^2-r_c^2\right)}-\frac{\pi}{r_c}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\upsilon_1(t)\tau_1^2(\chi_1R_k)V_1(\chi_1 r)_0}{\tau_1^2(\chi_1 r_c)-\tau_1^2(\chi_1R_k)}\right\}$$

$r_c\le r\le R_k$,

$0\le t\le T.$

Литература

1. М.Т. Абасов, К.Н. Джалилов Вопросы подземной гидродинамики и разработка нефтяных и газовых месторождений. Азернефтенешр, Баку, 1960, 255 стр.
2. Молокович Ю.М., Осипов П.П. Основы теории релаксационной фильтрации. Казань, Изд. Казанского Государственного

О КЛАССАХ ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ 6-ГО ПОРЯДКА В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

Биккулов М. И.

Уфимский государственный нефтяной технический университет,филиал в г. Стерлитамаке, Россия

Пусть Ω– произвольная неограниченная область n-мерного пространства R_n, $n\ge 2$, $x=(x_1,x_2,...,x_n)$– точка R_n. Рассмотрим эллиптическое уравнение

$$\Delta^3 u=0. \tag{1}$$

На границе области $\partial\Omega$ класса C^3 заданы краевые условия первого и третьего типа

$$u\Big|_{x\in\Gamma_1}=0,\qquad \left(\frac{\partial u}{\partial N}+\sigma(\mathrm{x})\,\mathrm{u}\right)\Big|_{x\in\Gamma_2}=0,$$

здесь $\Gamma_1\ne\varnothing$ – произвольное замкнутое множество, $\Gamma_2=\partial\Omega\setminus\Gamma_1$, $\boldsymbol{n}(\mathrm{n}_1,\mathrm{n}_2,...,\mathrm{n}_n)$ – внешняя нормаль к $\partial\Omega$; $\dfrac{\partial u}{\partial N}=\sum\limits_{i,j=1}^{n}u_{x_i}n_j$; $\sigma(\mathrm{x})\ge 0$ – измеримая ограниченная функция на $\partial\Omega$

Целью работы является установление принципа Сен-Венана и классов единственности для решения уравнения (1). Имеется много работ, посвященных доказательству теорем типа Фрагмена-Линделефа, принципа Сен-Венана или выделению классов единственности решений для эллиптических уравнений (см. например [1], [2], [3]). Перечисленные утверждения, как известно, характеризуют близкие качественные свойства решений эллиптических уравнений.

При $\Gamma_2\ne\varnothing$ ограничимся рассмотрением областей вращения Ω_f :

$$\Omega_f=\left\{x\in R_n,\ x=(x_1,x'):|x'|<f(x_1),\ x_1>0\right\}, \tag{2}$$

определяемых функцией $f \in C^3[0,\infty)$. Положим $g(x) = g(x_1, |x'|)$, где $g(t,y)$ – решение задачи Коши: $yf'(t)g_t = f(t)g_y$, $g(t,0) = t$. Легко показать, что функция $g(x)$ дифференцируема и ее поверхности уровня ортогональны к $\partial\Omega_f$. При $\Gamma_2 = \varnothing$ будем полагать $g(x) = |x|$.

Определим невозрастающую функцию $\lambda(r)$, $r > 0$ равенством $\lambda(r) = \lambda(-\infty, r)$,

$$\lambda(a,r) = \inf\left\{ \int\limits_{\Omega(a,r)} |\nabla v|^2\, dx \,\middle|\, v \in C_0^\infty\left(R^n \setminus (\Gamma_1 \cup \Omega_r^\infty)\right),\ \int\limits_{\Omega(a,r)} v^2 dx = 1 \right\},$$

где $\Omega(a,r) = \left\{ x \in \Omega \,\middle|\, a < g(x) < r \right\}$, $\Omega(r) = \Omega(-\infty, r)$. Здесь $g(x) = x_1$, но ниже будут использованы и другие функции.

Предположим, что $\lim\limits_{r\to\infty} r^2\lambda(r) = \infty.$ В случае областей вращения при определенных условиях на Γ_2 достаточным для этого является условие $\lim\limits_{r\to\infty} r \big/ f(r) = \infty.$ Будем требовать «регулярность» поведения функции f

$$\max_{[0,r]} f \le F \min_{[r/2,r]} f, \quad r \ge D, \tag{3}$$

и выполнение неравенств

$$|f'(r)| \le F, \quad r \ge D, \tag{4}$$

$$|(f(r)/f'(r))'| \le F, \quad r \in \{r \ge D \mid f' \ne 0\}. \tag{5}$$

Здесь и далее одной и той же буквой F обозначаются, вообще говоря, различные постоянные, определяемые функцией f. Достаточным для справедливости (5) является неравенство

$$\left| \frac{f(r) f''(r)}{(f'(r))^2} \right| \le F, \quad r \in \{r \ge D \mid f'(r) \ne 0\}. \tag{6}$$

Дополнительно потребуем выполнение неравенства

$$\left| \frac{f^2(r) f'''(r)}{(f'(r))^3} \right| \le F, \quad r \ge D, \quad f \in C^3[0,\infty). \tag{7}$$

Теорема 1. *Пусть* $\Gamma_2 = \varnothing$, *область* Ω *имеет вид (2) с функцией* f, *удовлетворяющей условиям (3), (4), (6), (7). Тогда найдется положительное число* μ *такое, что для всех* $r > D, \nu \in (7/8, 1)$ *равенство (1) в* $\Omega(r)$ *(в обобщенном смысле) влечет оценку*

$$\|u\|_{W_2^3(\Omega(r/2))} \le C(\nu)\exp(-\mu r(\lambda(r))^{1/2}) \|u\|_{W_2^3(\Omega_{\nu r}^r)}.$$

Литературы

1. E. Phragmen, E. Lindelof // Acta math. V. 31. 1908. P. 381–406.
2. Олейник О.А., Иосифьян Г.А. *Энергетические оценки обобщенных решений краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка и их приложения* // ДАН СССР. 1977. Т. 232. №6. 1257-1260.
3. Биккулов И.М., Мукминов Ф.Х. *Классы единственности решения задачи Риккье для эллиптических уравнений четвертого и шестого порядков*// Уфимский математический журнал. Том 2. № 1 (2010). С. 35-51.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В НЕФТЕГАЗОВОМ ДЕЛЕ

Габдрахманова К.Ф., Маджидов М. А.
Филиал ФГБОУ ВО УГНТУ, Россия

Исследование колебаний и незамедлительная реакция на разрушительные воздействия от них имеет важную не только научную, но практическую значимость для нефтяной промышленности.

В этой работе будет показан новый подход к решению задачи колебаний струнына основе численных методов.

Постановка задачи. Колебания струны описываются гиперболическим уравнением [3]

$$u_{tt} = a^2\left(u_{xx} + u_{yy}\right) + g(t,x,y), t > 0, 0 < x < l_1, 0 < y < l_2, a = const(1)$$

Начальные отклонения и скорость распространения колебания мембраны

$$u(0,x,y) = H_0(x,y)(2)$$

$$u_t(0,x,y) = H_1(x,y)(3)$$

Будем рассматривать как начальные условия. На границе прямоугольной мембраны наложим условие закрепления согласно

$$u(t,0,y) = u(t,l_1,y) = u(t,x,0) = u(t,x,l_2) = 0(4)$$

В данной работе мы будем исследовать колебательные процессы и возможность построения более удобного алгоритма получения решения уравнения колебаний прямоугольной мембраны, что позволит встроить этот алгоритм в специально сконструированный прибор, использующийся для гашения.

Аналитический метод. Для начала посмотрим, как получается аналитическое решение, чтобы увидеть его недостатки. Для этого рассмотрим задачу (1) — (4) и будем искать решение этой задачи в виде

$$u(t,x) = v(t,x) + q(t,x)(5)$$

Где $q(t,x)$ — решение задачи

$$\begin{cases} q_{tt} = a^2(q_{xx} + q_{yy}) \\ q(0,x,y) = h_0(x,y) \\ q_t(0,x,y) = h_1(x,y) \\ q(t,0,y) = q(t,l_1,y) = 0 \\ q(t,x,0) = q(t,x,l_2) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

А $v(t,x)$ — решение задачи

$$\begin{cases} v_{tt} = a^2(v_{xx} + v_{yy}) + g(t,x,y) \\ v(0,x,y) = 0 \\ v_t(0,x,y) = 0 \\ v(t,0,y) = v(t,l_1,y) = 0 \\ v(t,x,0) = v(t,x,l_2) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Для решения задачи (6) воспользуемся методом Фурье [1, 2, 3], т. е. будем искать (не равное тождественному нулю) частное решение уравнения задачи (6), удовлетворяющее граничным условиям этой задачи, в виде произведения двух функций $Q(x,y)$ и$T(t)$, из которых первая зависит только отx,а вторая только от t:

$$q(t,x,y) = T(t) \cdot Q(x,y)(8)$$

В результате мы получим следующую функцию

$$q(t,x,y) = \sum_{n,m=1}^{\infty} [\bar{A}_{nm}\cos(a\lambda_{nm}t) + \bar{B}_{nm}sin(a\lambda_{nm}t)]\, sin(\mu_n x) sin(v_m y)(9)$$

Где

$$\lambda_{nm}^2 = v_m^2 + \mu_n^2(10)$$

А параметры

$$\mu = \frac{\pi n}{l_1}, \nu = \frac{\pi m}{l_2} (11)$$

Это собственные значения для собственных функций

$$X = \sin(\mu_x), Y = \sin(\nu_y) (12)$$

Подставляя (9) в начальные условия задачи (6), и проведя преобразования получаем:

$$v_{nm}(t) = \frac{1}{a\lambda_{nm}} \int_0^l g_{nm}(\tau) \sin(a\lambda_{nm}(t-\tau))\, d\tau \ (13)$$

А общее аналитическое решение задачи (1) — (4) имеет вид

$$u(t,x,y) = \sum_{n,m=1}^{\infty} [\bar{A}_{nm} \cos(a\lambda_{nm} t) + \bar{B}_{nm} \sin(a\lambda_{nm} t)$$
$$+ + \frac{1}{a\lambda_{nm}} \int_0^l g_n(\tau) \sin(a\lambda_{nm}(t-\tau))\, d\tau \,] \sin(\mu_n x) \sin(\nu_m y) (14)$$

Как видно, сам процесс получения аналитического решения довольно нетривиален, даже при условии, что многие этапы я исключил, дабы не нагромождать текст. Любое изменение во входных данных, будь то изменение вида начальных или краевых условий, приводит к необходимости решения задачи практически заново. Для решения задачи (6) мы применяем известный метод математической физики решения таких задач — метод Фурье [1,2,3].

Указанные проблемы не являются единственными, с которыми можно столкнуться при аналитическом решении задачи (1) — (4).

Рассмотрим возможность получения численного решения уравнения колебаний прямоугольной мембраны.

Численное решение. Для того чтобы численно решить систему (1) — (4), аппроксимируем её явной конечно-разностной схемой второго порядка аппроксимации [2].

Конечно-разностная схема будет иметь следующий вид

$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - 2u_{i,j}^n + u_{i,j}^{n-1}}{h_t^2} = a^2 \left(\frac{u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n}{h_x^2} + \frac{u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n}{h_y^2} \right) + g(nh_t, ih_x, jh_y) (19)$$

Аппроксимируем начальное условие (3) со вторым порядком аппроксимации получим:

$$u_{i,j}^{+1} = \frac{a^2 h_t^2}{2} \left(\frac{u_{i+1,j}^0 - 2u_{i,j}^0 + u_{i-1,j}^0}{h_x^2} + \frac{u_{i,j+1}^0 - 2u_{i,j}^0 + u_{i,j-1}^0}{h_y^2} \right) + u_{i,j}^0 + h_t H_1(ih_x, jh_y) + + \frac{h_t^2}{2} g(0, ih_x, jh_y) (24)$$

В результате конечно-разностная задача и начальные условия имеют второй порядок аппроксимации. Легко показать, что схема (19) устойчива по Нейману [4,6].

Литература

1. Гуторов Ю.А., Габдрахманова К.Ф., Ларин П. А. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах по разработке нефтяных месторождений. – Уфа: Изд-во УГНТУ. 2013,120 с.
2. Габдрахманова К.Ф., Усманова Ф. К. Прикладные методы решения задач в нефтегазовом деле. Часть I.,II – Уфа: Изд-во УГНТУ. 2012,197 с.
3. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1977.
4. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. — М.: Наука, 1989.
5. Chapman B., Jost G., Pas R. Using OpenMP. Portable Sharing Memory Parallel Programming. — С.: MIT Press, 2007.
6. Chandra R., Dagum L., Kohr D., Mayden D. Parallel Programming in OpenMP. — NY.: Morgan Kaufmann Publishers, 2008.

ДВИЖЕНИЕ ВЗВЕШЕННЫХ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В ЖИДКОЙ СРЕДЕ

Гаджиева Г. Ф., Агаева Г.Э
Сумгаитский государственный университет, Азербайджан
haciyevag84@mail.ru

Рассмотрим движение потока жидкости со скоростью $\vec{u}_1$ и плотностью ρ_1, в котором распределены взвешенные твердые частицы со скоростью $\vec{u}_2$ и плотностью ρ_2. Объемную концентрацию взвешенных частиц φ в потоке жидкости, будем считать малой, и состоящий из мелких частиц. Вязкостное трение учитывается за счет сил взаимодействия между составляющими смеси (т.е. за счет взаимодействия между жидкостью и взвешенных частиц). Примем температуры фаз одинаковыми и неизменными (т.е. рассмотрим изотермический процесс). Если отвлечься еще и от фазовых переходов, то уравнения движения гидровзвеси можно написать в следующем виде:

1) уравнения неразрывности, для жидкой фазы

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho_1(1-\varphi)\right]+div\left[\rho_1(1-\varphi)\vec{u}_1\right]=q_{*1} \tag{1}$$

для взвешенных твердых частиц

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho_2\varphi\right]+div\left(\rho_2\varphi\vec{u}_2\right)=q_{*2} \tag{2}$$

2) уравнения динамики, для жидкой фазы

$$\rho_1(1-\varphi)\frac{d\vec{u}_1}{dt}=\rho_1(1-\varphi)\vec{F}_1+div\left[(1-\varphi)\vec{\sigma}_1\right]-\vec{R}_*+\left(\vec{u}_{*1}-\vec{u}_1\right)q_{*1} \tag{3}$$

для взвешенных твердых частиц

$$\rho_2\varphi\frac{d\vec{u}_2}{dt}=\rho_2\varphi F_2+div(\varphi\vec{\sigma}_2)+\vec{R}_*+\left(\vec{u}_{*2}-\vec{u}_2\right)q_{*2} \tag{4}$$

В этих уравнениях: ρ_1, ρ_2-истинные плотности жидкой и взвешенной твердой фазы: $\vec{u}_1, \vec{u}_2$-вектор скорости соответствующих (жидкой и взвешенной) фаз; $\vec{R}_*$-вектор сил межфазного взаимодействия; $\vec{u}_{*1}, \vec{u}_{*2}$-скорости присоединяемых (или отсоединяемых) частиц жидкой и взвешенной фазы.

Для замыкания системы (3)÷(4) примем следующие упрощающие предположения.

1) Будем считать жидкость несжимаемой, а взвешенные частицы - недеформируемыми. При этом изменениями плотности фаз смеси можем пренебрегать, т.е. принять $\rho_1=const, \rho_2=const$ 2) Положим, что вектор взаимодействия межфазных сил $\vec{R}_*$ пропорционален векторов скоростей фаз смеси, и определяется по формуле

$$\vec{R}_*=k_{R*}(\vec{u}_1-\vec{u}_2) \tag{5}$$

где k_{R*}-коэффициент взаимодействия между жидкой и твердой фаз

$$k_{R*}=0{,}5C_dF_z\rho_1\left|\vec{u}_1-\vec{u}_2\right| \tag{6}$$

F_r-площадь миделевого сечения частиц; C_d-коэффициент сопротивления взвешенных частиц в жидкости. Для определения коэффициента C_d имеется много формул ри малых числах Рейнольдса $\left(\mathrm{Re}_r<0{,}1\right)$ применима формула Стокса

$$C_d=24/\mathrm{Re}_r \tag{7}$$

где

$$\mathrm{Re}_r=\rho_1(u_1-u_2)dr/\mu_1 \tag{8}$$

d_r-диаметр частиц; μ_1-вязкость жидкости. При следующих значениях чисел Рейнольса, т.е. при $\mathrm{Re}_r<1{,}1\le\mathrm{Re}_r<10$, и $10\le\mathrm{Re}_r\le 8\cdot 10^2$ и $\mathrm{Re}_r>8\cdot 10^2$ для определения C_D используются следующие формулы

$$C_D=25{,}6/\mathrm{Re}_r \quad (\textit{при} \quad \mathrm{Re}_r<1) \tag{9}$$

$$C_D = 26{,}3/\mathrm{Re}_r^{0,8} \quad (при \quad 1 \le \mathrm{Re}_r < 10) \tag{10}$$

$$C_D = 12{,}5/\sqrt{\mathrm{Re}_r} \quad (при \quad 10 \le \mathrm{Re} \le 8\cdot 10^2) \tag{11}$$

и

$$C_D = 0{,}44 \quad (при \quad \mathrm{Re}_r > 8\cdot 10^2) \tag{12}$$

Формулы (3.7)-(3.12) можно представить в единой форме [1]

$$C_D = A/\mathrm{Re}_r^b \tag{13}$$

Здесь коэффициент A и показатель степени b в зависимости от режимов течения (характеризуемый числом Рейнольдса Re_r) определяется из (7)÷(12).

3. Ограничимся случаем, когда касательными напряжениями внутри каждой из фаз можно предречь. Тогда тензор напряжения поверхностных сил для i -й фазы смеси примет вид

$$\sigma_i = -P_i\varepsilon \tag{14}$$

где P_i -давление в i -й фазе; ε -единичный тензор,

4. В качестве массовой силы рассмотрим силу тяжести [2].

В соответствии с этим, система уравнений движения (1)÷(4) упрощаются и для несущей и несомой фаз смеси примут вид [1]

$$\begin{gathered}
\rho_1\left[-\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \nabla(1-\varphi)\vec{u}_1\right] = q_{*1}, \quad \rho_2\left[\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \nabla(\varphi\vec{u}_2)\right] = q_{*2};\\
\rho_1(1-\varphi)\frac{d\vec{u}_i}{dt} = \rho_1(1-\varphi)g - \nabla(1-\varphi)P_1 - \vec{R}_* + (\vec{u}_{*1} - \vec{u}_1)q_{*1};\\
\rho_2\varphi\frac{d\vec{u}_2}{dt} = \rho_2\varphi g - \nabla(\varphi P_2) + \vec{R}_* + (\vec{u}_{*2} - \vec{u}_2)q_{*2}; \quad R_* = k_R(\vec{u}_1 - \vec{u}_2),
\end{gathered} \tag{15}$$

где $\dfrac{d\vec{u}_i}{dt} = \dfrac{\partial\vec{u}_i}{\partial t} + (\vec{u}_i\cdot\nabla)\vec{u}_i \quad i = 1{,}2.$ Для замыкания систему (15) следует дополнить ее еще соотношением связывающие давления жидкой P_1 и взвешенной P_2 фаз. В общем случае давления фаз P_i и P_2 различны. Однако во многих работах посвященных движению потока гидровзвеси, принимаются $P_1 = P_2 = P$ (где P -давления среды). При этом система уравнений движения (15) для потока среды с взвешенными частицами (гидровзвеси) является замкнутой. Величины q_{*1} и q_{*2} входящие в систему (15) являются известными, а $\vec{u}_{*1}$ и $\vec{u}_{*2}$ выражаются с помощью $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ следующим образом

$$\vec{u}_{*1} = k_1\vec{u}_1 \text{ и } \vec{u}_{*2} = k_2\vec{u}_2, \tag{16}$$

где k_1, k_2 -коэффициенты. Таким образом, число неизвестных $(\varphi, \vec{u}_1, \vec{u}_2, p)$ совпадает с числом уравнений (15). Эта система представляет замкнутую нелинейную систему уравнений в частных производных первого порядка. Нелинейность системы (15) обусловлена наличием конвективной составляющей ускорений в левой части динамических уравнений.

УРАВНЕНИЕ ВНУТРЕННЕЙ (ТЕПЛОВОЙ) ЭНЕРГИИ ГИДРОДИНАМИКИ ДВУХФАЗНЫХ СИСТЕМ

Гахраманов П.Ф.
Сумгаитский государственный университет, Азербайджан
polad49@mail.ru

Это уравнение можно получить, сопоставляя уравнение полной энергии с уравнением кинетической энергии. С этой целью используем уравнения

$$\begin{gathered}
\rho_i\varphi_i\frac{d}{dt}\left(e_i + u_i^2/2\right) = \rho_i\varphi_i\left(\vec{F}_i\cdot\vec{u}_i\right) + \nabla\left[\varphi_i\left(\vec{\sigma}_i\cdot\vec{u}_i - \vec{q}_i^{\,*}\right)\right] + (-1)^i\left(\vec{R}_*\cdot\vec{u}_i + Q_i^*\right) +\\
+\left[\left(e_{*i} + u_{*i}^2/2\right) - \left(e_i + u_i^2/2\right)\right]q_{*i} + (-1)^i\left[\left(e_\chi + u_\chi^2/2\right) - \left(e_i + u_i^2/2\right)\right]\chi
\end{gathered} \tag{1}$$

$$\rho_i\varphi_i \frac{d}{dt}\left(u_i^2/2\right) = \rho_i\varphi_i\left(\vec{F}_i \cdot \vec{u}_i\right) + div\left(\varphi_i\vec{\sigma}_i \cdot \vec{u}_i\right) + (-1)^i\left(\vec{R}_{*i} \cdot \vec{u}_i\right)$$
$$+ + N_{*i} + 0{,}5\left[\left(u_{*i}^2 - u_i^2\right)q_{*i} + (-1)^i\left(u_\chi^2 - u_i^2\right)\chi\right] \tag{2}$$

полученные для i -й фазы смеси. Почленное вычитание этих уравнений дает

$$\rho_i\varphi_i \frac{de_i}{dt} = -div\left(\varphi_i\vec{q}_i\right) - N_{*i} + \left(e_{*i} - e_i\right)q_{*i} + (-1)^i\left[\left(e_\chi - e_i\right)\chi + Q^*\right] \tag{3}$$

дифференциальное уравнение внутренней энергии для i -й фазы смеси. В этом уравнении определим плотность распределения мощности внутренних сил N_{*i} Ее можно получить сравнением уравнения кинетической энергии (2) с уравнением динамики

$$\rho_i\varphi_i \frac{d\vec{u}_i}{dt} = \rho_i\varphi_i\vec{F}_i + div\left(\varphi_i\vec{\sigma}_i\right) + \left(\vec{u}_{*i} - \vec{u}_{*i}\right)q_{*i} + \left(-1\right)^i\left[\vec{R}_* + \left(\vec{u}_\chi - \vec{u}_i\right)\chi\right] \tag{4}$$

для i -й фазы смеси. Для этого обе части уравнения динамики (4) скалярно умножив на вектор скорости i -й фазы $\vec{u}_i$, можем написать

$$\rho_i\varphi_i\vec{u}_i \cdot \frac{du_i}{dt} = \rho_i\varphi_i \frac{d}{dt}\left(u_i^2/2\right) = \rho_i\varphi_i\left(\vec{F}_i \cdot \vec{u}_i\right) + \vec{u}_i div\left(\varphi_i\vec{\sigma}_i\right) + \left(-1\right)^i\left[\vec{R}_{*i} + \left(\vec{u}_\chi - \vec{u}_i\right)\chi\right] \cdot \vec{u}_i \tag{5}$$

Почленное вычитание (3) из (2) дает выражение для N_{*i}, т.е.

$$N_{*i} = -\varphi_1\vec{\sigma}_i div\vec{u}_i - 0{,}5\left[\left(\vec{u}_1 - \vec{u}_{*1}\right)^2 q_{*1} + (-1)^i\left(\vec{u} - \vec{u}_\chi\right)^2\chi\right] \tag{6}$$

Для отдельных фаз смеси (3) и (6) запишем так: для несущей фазы $(i = 1)$

$$\rho_1\varphi_1 \frac{de_1}{dt} = -\left[div\left(\varphi_1\vec{q}_1\right) + N_{*1}\right] + \left(e_{*1} - e_1\right)q_{*1} - \left(e_\chi - e_1\right)\chi - Q^* \tag{7}$$

$$N_* = -\varphi_1\vec{\sigma}_1 div\vec{u}_1 - 0{,}5\left[\left(\vec{u}_1 - \vec{u}_{*1}\right)^2 q_{*1} - \left(\vec{u}_1 - \vec{u}_\chi\right)^2\chi\right] \tag{8}$$

и для несомой фазы $(i = 2)$

$$\rho_2\varphi_2 \frac{de_2}{dt} = -\left[div\left(\varphi_2\vec{q}_2\right) + N_{*2}\right] + \left(e_{*2} - e_2\right)q_{*2} - \left(e_\chi - e_2\right)\chi + Q^* \tag{9}$$

$$N_{*2} = -\varphi_2\vec{\sigma}_2 div\vec{u}_2 - 0{,}5\left[\left(\vec{u}_2 - \vec{u}_{*2}\right)^2 q_{*2} + \left(\vec{u}_2 - \vec{u}_\chi\right)^2\chi\right] \tag{10}$$

Из (3) и (6) или (7)÷(10) при отсутствии присоединяемой (или отсоединяемой) массы, легко получить известные уравнения внутренней энергии, выведенные в работах.

Теперь получим уравнение внутренней энергии для среды в целом. Тем же путем, что и было сделано выше, т.е. если вычесть уравнение кинетической энергии

$$\rho\frac{d}{dt}\left(u^2/2\right) = \rho\left(\vec{F} \cdot \vec{u}\right) + div\left(\vec{\sigma} \cdot \vec{u}\right) + N_* + 0{,}5\left(u_*^2 - u^2\right)q_* \tag{11}$$

из уравнения полной энергии

$$\rho\frac{d}{dt}(e + u^2/2) = \rho(\vec{F} \cdot \vec{u}) + div(\vec{\sigma}_n \cdot \vec{u} - \vec{q}^*) + \left[\left(e_* + u_*^2/2\right) - \left(e + u^2/2\right)\right]q_* \tag{12}$$

получим уравнение внутренней энергии для среды в целом

$$\rho\frac{de}{dt} = -\left(div\vec{q} + N_*\right) + \left(e_* - e\right)q_* \tag{13}$$

Выражение для плотности распределения мощности внутренних сил N_* можно получить, сравнивая уравнение кинетической энергии среды (11) с уравнением динамики

$$\rho\frac{d\vec{u}}{dt} = \rho\vec{F} + div\vec{\sigma} + \left(\vec{u}_* - \vec{u}\right)q_* \tag{14}$$

Если скалярно умножить на вектор скорости $\vec{u}$, уравнение динамики смеси (14) т.е.

$$\rho\vec{u}\cdot\frac{d\vec{u}}{dt}=\rho\left(\vec{F}\cdot\vec{u}\right)+\vec{u}\cdot div\vec{\sigma}+\vec{u}\cdot\left(\vec{u}_*-\vec{u}\right)q_* \qquad (15)$$

и полученный результат вычесть из (11), можем написать

$$N_*=-\vec{\sigma}\,div\vec{u}-0{,}5\left(\vec{u}-\vec{u}_*\right)^2 q_* \qquad (16)$$

В выражении (16) последний член характеризует влияние внешней присоединяемой (или отсоединяемой) массы. При $q_*=0$, из (13) и (16), как частный случай вытекает известные уравнения энергии, выведенные для одно - и двухфазных сред.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ С ОПЕРАТОРОМ ЛАВРЕНТЬЕВА – БИЦАЗЕ С ДВУМЯ ЛИНИЯМИ ИЗМЕНЕНИЯ ТИПА В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

Гималтдинова А. А.
Уфимский государственный нефтяной технический университет, Россия

Рассмотрим уравнение

$$Lu\equiv(\operatorname{sgn}x)u_{xx}+(\operatorname{sgn}y)u_{yy}+bu=0,\ b\in R, \qquad (1)$$

в области $D=\{(x,y)\|\,x\,|<1,-\alpha<y<\beta\},\quad \alpha,\beta>0.$ Пусть $D_1=D\cap\{x>0,y>0\}$, $D_2=D\cap\{x>0,y<0\}$, $D_3=D\cap\{x<0,y<0\}$, $D_4=D\cap\{x<0,y>0\}$.

Задача. Найти функцию $u(x,y)$, удовлетворяющую условиям:

$$u(x,y)\in C^1(\overline{D})\cap C^2(D_1\cup D_2\cup D_3\cup D_4), \qquad (2)$$

$$Lu(x,y)\equiv 0,\ (x,y)\in D_1\cup D_2\cup D_3\cup D_4, \qquad (3)$$

$$u(x,y)\big|_{x=1}=u(x,y)\big|_{x=-1}=0,\ y\in[-\alpha,\beta], \qquad (4)$$

$$u_y(x,y)\big|_{y=\beta}=\varphi(x),\ u_y(x,y)\big|_{y=-\alpha}=\psi(x),\ x\in(-1,1), \qquad (5)$$

где φ и ψ – заданные достаточно гладкие функции.

В настоящей работе для уравнения (1) с двумя внутренними линиями изменения типа аналогично [1,2] изучена краевая задача с условиями первого и второго рода на границе прямоугольной области D. Решение задачи (2) – (5) построено в виде суммы ряда по биортогональной системе двух взаимно-сопряженных спектральных задач для обыкновенного дифференциального оператора второго порядка с разрывным коэффициентом при старшей производной. При доказательстве сходимости построенного ряда в классе функций (2) возникла так называемая «проблема малых знаменателей». При определенных ограничениях на параметры α,β,b доказаны леммы об отделимости малых знаменателей от нуля. Установлен критерий единственности на основании полноты биортогональной системы в пространстве $L_2[-1,1]$.

Литература

1. Сабитов К.Б. Задача Дирихле для уравнений смешанного типа в прямоугольной области // ДАН, 2007. – Т. 413, №1. – С.23-26.
2. Гималтдинова А.А. Задача Дирихле для уравнения Лаврентьева – Бицадзе с двумя линиями изменения типа в прямоугольной области // Доклады Академии наук, 2015. – Т. 460, №3.– С. 260-266.

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ТУРБУ ЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Гулиев Э.Ф.

Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

Система уравнений, описывающая стационарное двумерное течение и теплообмен несжимаемой среды в плоском турбулентном пограничном слое, может быть представлена в следующем виде: уравнение тепловой энергии

$$\rho c(u\frac{\partial T}{\partial x}+\upsilon\frac{\partial T}{\partial y})=\frac{\partial}{\partial y}[(\lambda+\lambda_T)\frac{\partial T}{\partial y}]; \tag{1}$$

уравнение движения

$$\rho(u\frac{\partial u_x}{\partial x}+\upsilon\frac{\partial u_x}{\partial y})=\rho u_\infty\frac{\partial u_\infty}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial y}[(\mu+\mu_T)\frac{\partial u}{\partial y}] \tag{2}$$

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial \upsilon}{\partial y}=0 \tag{3}$$

Здесь x, y -координаты, направленные вдоль поверхности, обтекаемой средой, и по нормали к ней; ρ, λ, c, μ -плотность, теплопроводность, удельная тепло емкость и динамическая вязкость жидкости; λ_T, μ_T коэффициенты турбулентного переноса теплоты и количества движения; T - осредненная во времени температура; u, υ -проекция вектора осредненной во времени скорости потока на координатные оси x, y соответственно; u_∞ -скорость жидкости за пределами пограничного слоя.

При известном значении μ_T, величина λ_T находятся на основе связи

$$\lambda_T=\mu_T c/P_{r_T}\ , \tag{4}$$

где P_{r_T} -турбулентное число Прандтля.После несложных преобразований уравнения энергии, движение и неразрывности будут иметь вид

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}}+\bar{\upsilon}\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}}=\frac{1}{P_r}\frac{\partial}{\partial \bar{y}}\left[\left(1+\frac{P_r}{P_{r_T}}\bar{\mu}\right)\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}}\right]; \tag{5}$$

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}}+\bar{\upsilon}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}=k\bar{u}_\infty^3+\frac{\partial}{\partial \bar{y}}\left[(1+\bar{\mu})\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \bar{y}}\right]; \tag{6}$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}}+\frac{\partial \bar{\upsilon}}{\partial \bar{y}}=0\cdot \tag{7}$$

Выражение для коэффициента турбулентного переноса количества движения

$$\bar{\mu}=0{,}16\bar{y}^2\left|\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}\right|[1-\exp(-y/A)]^2 \tag{8}$$

Здесь $\bar{u}=u/u_0$; $\bar{\upsilon}=\upsilon/u_0$; u_0 –скорость потока в начальном сечении (за пределами пограничного слоя); $\bar{T}=T/T_0$, где T_0 -температура потока в начальном сечении (за пределами пограничного слоя); $\bar{x}=u_0 x/\upsilon$; $\bar{y}=u_0 y/\upsilon$; $k=\dfrac{\upsilon}{u_\infty^2}\dfrac{du_\infty}{dx}$ -параметр ускорения потока; $P_r=\mu c/\lambda$ -число Прандтля; $P_{r_T}=\mu_T c/\lambda_T$ -турбулентное число Прандтля; $\bar{\mu}=\mu_T/\mu$; $\eta=\upsilon_* y/\upsilon$ -безразмерная координата; υ_* -динамическая скорость, $\upsilon_*=\sqrt{\tau_\omega/\rho}$; τ_ω -касательное напряжение трения на поверхности стенки.

Для составления такой схемы на координатной плоскости выбирается основная и две вспомогательные сетки. Основная сетка $\bar{x}_i = i\Delta\bar{x}$; $\bar{y}_i = j\Delta\bar{y}$.Вспомогательные сетки а) $\bar{x}_i$; $\bar{y}_{j+\frac{1}{2}} = \left(j+\frac{1}{2}\right)\Delta\bar{y}$; б) $\bar{x}_{i+\frac{1}{2}} = \left(i+\frac{1}{2}\right)\Delta\bar{x}$; $\bar{y}_i$. здесь i, j -число из ряда 0,1,2,…; $\Delta\bar{x}$; $\Delta\bar{y}$;-шаги сетки вдоль координат $\bar{x}$ и $\bar{y}$ соответственно. Используя метод разностной аппроксимации производных применительно к уравнениям (5)-(7), получаем их разностную схему: уравнение тепловой энергии

$$\bar{u}_{i-\frac{1}{2},j}\frac{\bar{T}_{i,j}-T_{i-1,j}}{\Delta\bar{x}}+\bar{v}_{i-\frac{1}{2},j}\frac{s(\bar{T}_{i,j+1}-\bar{T}_{i,j-1})+(1-s)(\bar{T}_{i-1,j+1}-T_{i-1,j-1})}{\bar{y}_{j+1}-\bar{y}_{j-1}}=$$
$$=\frac{2}{P_r\left(\bar{y}_{j+1}-\bar{y}_{j-1}\right)}\left[\left(1+\frac{P_r}{P_{r_T}}\bar{\mu}_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}\right)\frac{s(\bar{T}_{i,j+1}-\bar{T}_{i,j})+(1-s)(\bar{T}_{i-1,j+1}-T_{i-1,j})}{\bar{y}_{j+1}-\bar{y}_{j}}-\right. \tag{9}$$
$$\left.-\left(1+\frac{P_r}{P_{r_T}}\bar{\mu}_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}\right)\frac{s(\bar{T}_{i,j}-\bar{T}_{i,j-1})+(1-s)(\bar{T}_{i-1,j}-T_{i-1,j-1})}{\bar{y}_{j}-\bar{y}_{j-1}}\right];$$

уравнение движения

$$\bar{u}_{i-\frac{1}{2},j}\frac{\bar{u}_{i,j}-\bar{u}_{i-1,j}}{\Delta\bar{x}}+\bar{\upsilon}_{i-\frac{1}{2},j}\frac{s(\bar{u}_{i,j+1}-\bar{u}_{i,j-1})+(1-s)(\bar{u}_{i-1,j+1}-\bar{u}_{i-1,j-1})}{\bar{y}_{j+1}-\bar{y}_{j-1}}=0{,}25(k_i-k_{i-1})(\bar{u}^3_{i,\infty}-\bar{u}^3_{i-1,\infty})+$$
$$+\frac{2}{\left(\bar{y}_{j+1}-\bar{y}_{j-1}\right)}\left[\left(1+\frac{P_r}{P_{r_T}}\bar{\mu}_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}\right)\frac{s(\bar{u}_{i,j+1}-\bar{u}_{i,j})+(1-s)(\bar{u}_{i-1,j+1}-\bar{u}_{i-1,j})}{\bar{y}_{j+1}-\bar{y}_{j}}-\right. \tag{10}$$
$$\left.-\left(1+\bar{\mu}_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}\right)\frac{s(\bar{u}_{i,j}-\bar{u}_{i,j-1})+(1-s)(\bar{u}_{i-1,j}-\bar{u}_{i-1,j-1})}{\bar{y}_{j}-\bar{y}_{j-1}}\right];$$

уравнение неразрывности

$$\bar{\upsilon}_{i-\frac{1}{2},j}=\bar{\upsilon}_{i-\frac{1}{2},j-1}\frac{\bar{y}_j-\bar{y}_{j-1}}{2\Delta\bar{x}}(\bar{u}_{i,j}-\bar{u}_{i-1,j}+\bar{u}_{i,j-1}-\bar{u}_{i-1,j-1}). \tag{11}$$

Выражение для коэффициентов переноса количества движения

$$\bar{\mu}_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}=0{,}04(\bar{y}_j+\bar{y}_{j+1})^2\,\frac{s(\bar{u}_{i,j+1}-\bar{u}_{i,j})+(1-s)(\bar{u}_{i-1,j+1}-\bar{u}_{i-1,j})}{\bar{y}_{j+1}-\bar{y}_{j}}\left[1-\exp\left(-\frac{\eta_j+\eta_{j+1}}{2A}\right)\right]^2 \tag{12}$$

Величина s входящая (9)-(10), представляет собой параметр усреднения, выбираемый из диапазона $s=0{,}5\div1$.Разностные уравнения (9), (10) представим в более компактной форме

$$\alpha'_j\bar{T}_{i,j-1}+\beta'_j\bar{T}_{i,j}+\gamma'_j\bar{T}_{i,j+1}=\delta'_j; \tag{13}$$

$$\alpha''_j\bar{u}_{i,j-1}+\beta''_j\bar{u}_{i,j}+\gamma''_j\bar{u}_{i,j+1}=\delta''_j, \tag{14}$$

где величины $\alpha'_j, \alpha''_j, \beta'_j, \beta''_j, \gamma'_j, \gamma''_j, \delta''_j$ определяются из условия тождественности соотношений (9), (13) и (10), (14). Система алгебраических уравнений (13), (14) совместно с уравнениями (11), (12) решается методом прогонки.

О НЕПРЕРЫВНОСТИ ПО ГЕЛЬДЕРУ РЕШЕНИЙ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА

Гусейнов С.Т., Садигов М.Н.
Бакинский государственный университет, Сумгаитский государственный университет, Азербайджан
mehman.sadiqov.2016@mail.ru

Рассмотрим в области $D \subset R^n, n \geq 2$ эллиптическое уравнение

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\omega(x)|\nabla u|^{p-2}\frac{\partial u}{\partial x_i}\right) = 0, \; p = const > 1, \tag{1}$$

где $\omega(x) \geq 0$. Для того, чтобы определить решение, введем класс функций

$$W_{loc}(D,\omega) = \{u : u \in W_{loc}^{1,1}(D), |\nabla u|^p \omega \in L_{loc}^1(D)\},$$

где $W^{1,1}(D)$-классическое Соболевские пространство. Под решением уравнения (1) понимается функция $u \in W_{loc}(D,\omega)$, для которой интегральное тождество

$$\sum_{i=1}^{n}\int_D \omega(x)|\nabla u|^{p-2}\frac{\partial u}{\partial x_i}\frac{\partial \xi}{\partial x_i}dx = 0 \tag{2}$$

выполнено на финитных пробных функциях $\xi \in W_{loc}(D,\omega)$. Целью работы является вопрос о Гельдеровости решений (1). Для вырождающихся уравнений этой тематике посвящено большое число работ. Наиболее полно исследован случай, когда весовая функция $\omega(x)$ удовлетворяет A_2-условию Макенхупта [1]. Случай $p \neq 2$ изучен в [3]. Напомним, что все $\omega(x)$ определенные во всем пространстве R^n, удовлетворяет A_p-условию, если

$$\sup\left(\frac{1}{|B|}\int_B \omega(x)dx\right)\left(\frac{1}{|B|}\int_B \omega^{-1/p-1}(x)dx\right)^{p-1} < \infty, \; 1 < p < \infty$$

где супремум берется по всем шарам $B \subset R^n$.

Стандартным примером такого веса является степенная функция $\omega(x) = |x|^\alpha$, где $-n < \alpha < n(p-1)$, а также $|x_i|^\alpha$, $-1 < \alpha < (p-1)$.

Ниже $|E| - n$ мерная Лебега измеримого множества $E \subset R^n$,

$$d\mu = \omega dx, \; \omega(E) = \int_E \omega(x)dx, \; \int_E f d\mu = \frac{1}{\omega(E)}\int_E f\omega dx,$$

Важными следствиями A_p-условия Макенхаупта является удвоения [1]

$$\omega(B_{2r}) \leq c\omega(B_r), \tag{3}$$

неравенство Соболева [2], [3].

$$\left(\int_{B_r}|\varphi|^{pk}d\mu\right)^{1/k} \leq c(n,p)r^p\int_{B_r}|\nabla\varphi|^p d\mu, \; \varphi \in C_0^\infty(B_r), \; k = \frac{n}{n-1}, \tag{4}$$

неравенство Фридрихса [2], [3].

$$\int_{B_r}|\varphi|^p d\mu \leq c(n,\gamma,p)r^p\int_{B_r}|\varphi|^p d\mu, \; \varphi \in C^\infty(\overline{B_r}), \; \varphi|_E = 0, \; |E| \geq \gamma|B_r|, \; \gamma > 0.$$

Теорема 1. Если $\omega \in A_p$, то все решения уравнения (1) Гельдеровы в D.

В работе [4] рассмотрены весовые функции более вида. Именно, предполагается, что гиперплоскость $\Sigma = \{x : x_n = 0\}$ разделяет область D на две подобласти $D^{(1)} = D \cap \{x : x_n > 0\}$ и

$$D^{(2)}=D\cap\{x:x_n<0\}\ \text{и}\ \omega(x)=\begin{cases}\omega_1(x)\ в\ D^{(1)}\\ \omega_2(x)\ в\ D^{(2)}\end{cases}, \tag{6}$$

где каждая из четных относительно $\sum$ весовых функций $\omega_i(x),\ i=1,2$ удовлетворяет A_2-условиям Макенхаупта. Кроме этого, для шаров B_r с центрами на $\sum$ для почти всех $x\in B_r$ при $r\le r_0$ выполнено неравенство

$$\frac{\omega_1(x)}{\omega_1(B_r)}\le c\frac{\omega_2(x)}{\omega_2(B_r)} \tag{7}$$

с постоянной c, не зависящей от r и x. В частности, в r_0 - крестности $\sum$

$$\omega_1(x)\le c\omega_2(x). \tag{8}$$

Для таких весов условие удвоения (3), в общем случае, нарушается. В работе [4] было показано, что при $p=2$ и выполнении условий (6)-(7) решения уравнения (1) непрерывны по Гельдеру.

Основные результаты настоящей работы содержатся в следующем утверждении.

Лемма 1. Пусть $\upsilon(x)$ является положительным ограниченным субрешением уравнения (1), то есть

$$\int_D\sum_{i=1}^n\omega(x)|\nabla\upsilon|^{p-2}\frac{\partial\upsilon}{\partial x_i}\frac{\partial\xi}{\partial x_i}dx\le 0,\ \forall\xi\in C_0^\infty(D),\ \xi\ge 0\ в\ \ D. \tag{9}$$

Тогда для любого шара $B_{8R}\subset D$ выполнено неравенство

$$\sup_{B_r}\upsilon(x)\le c\left(\int_{B_{2R}^{(1)}}\upsilon^p(x)d\mu_1+\int_{B_{2R}^{(2)}}\upsilon^p(x)d\mu_2\right)^{1/p}, \tag{10}$$

где постоянная с зависит только от n,p,ω.

Теорема 2. Если ω удовлетворяет условиям (6) и (7), где ω_1 и ω_2 являются четными относительного гиперплоскости $\sum$ функциями, принадлежащими классу Макенхаупта A_p, то все решения уравнения (1) Гельдеровы в D.

Литература

1. B. Muckenhoupt, Weighted norm inequalities form the Hardy-Littlewood maximal function, Transactions A.M.S., vol.15, 1972, pp.2017-226.
2. E.Fabes, C.Reing, R.Serapioni, The local regularity of solutions of degenerate elliptic equation, Comn.P.D.E., vol.7, No 1, 1982, pp.77-116.
3. J.Heinonen, T.Kilpelainen, O. Martio, Nonlinear potential theory of degenerate elliptic equations, CLARENDON PRESS, 1993.
4. Ю.А.Алхутов, В.В. Жиков, О Гельдеровости решений вырождающихся эллиптических уравнений, ДАН 2001, т.378, №5, с.583-588.

ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ К ОДНОМУ ИЗ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Джаббаров И. И.

Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

i.safarli@mail.ru

Рассмотрим нефтяное месторождение трещиновато-пористого коллектора радиуса R_k, разрабатываемое совершенной по характеру и степени вскрытия центральной скважиной радиуса R_c.

В момент закрытия скважины (принимаемой за начало отсчета) примем практически осуществленным условие стационарного течения. Тогда первоначальное распределение давления в системе блоков (P_1) и трещин (P_2) трещиновато-пористой среды будет описываться единой формулой

$$P_1(\xi) = P_c + (P_k - P_c)\lg \xi / \lg \xi_k \;,\; \xi_k = R_k / R_c \;,\; \xi = r/R_c \quad (i = 1, 2). \;, \tag{1}$$

Здесь P_k -давление по внешнему контуру среды, P_c -давление у забоя скважины в момент ее закрытия, r -расстояние.

Задача заключается в определении процесса восстановления давления в различных круговых сечениях трещиновато-пористой среды после остановки скважины.

Введя в рассмотрение функции

$$\varphi_1(\xi;\tau) = [P_k - P_1(\xi;\tau)](P_k - P_c)^{-1},\; \tau = \frac{k_2 t}{\mu R_c^2 \beta_2^*}, \tag{2}$$

необходимо проинтегрировать систему дифференциальных уравнений [1].

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi}\frac{\partial \varphi_1}{\partial \xi} + \alpha(\varphi_2 - \varphi_1) = k_0 \omega \frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau}, \qquad \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi}\frac{\partial \varphi_2}{\partial \xi} - \lambda(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau} \tag{3}$$

при начальном

$$\varphi_1(\xi;0) = \varphi_2(\xi;0) = 1 - \lg \xi / \lg \xi_k \tag{4}$$

и граничных условиях

$$\varphi_1(\xi_k;\tau) = \varphi_2(\xi_k;\tau) = 0, \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\varphi_1(1;\tau) = \frac{\partial}{\partial \xi}\varphi_2(1;\tau) = 0. \tag{6}$$

Здесь использованы общеизвестные обозначения из теории упругого режима фильтрации [2]; α - параметр, характеризующий обмен жидкости между системами блоков и трещин среды.

Решим задачу (3)-(6) методом разделения переменных. Решение ищем в виде

$$\varphi_1(\xi;\tau) = R(\xi)T_1(\tau) \quad (i = 1,\ 2). \tag{7}$$

После разделения переменных системе (3) можно придать вид

$$\begin{aligned} R^{-1}\left(R'' + \xi^{-1}R'\right) &= T_1^{-1}\left[k_0 \omega T_1{}' - \alpha(T_2 - T_1)\right], \\ R^{-1}\left(R'' + \xi^{-1}R'\right) &= T_2^{-1}\left[T_2{}' + \lambda(T_2 - T_1)\right], \end{aligned} \tag{8}$$

где $\omega = \beta_1^* / \beta_2^*$, $k_0 = k_2 / k_1$, $\lambda = \alpha R_c^2 / k_0$. Отсюда с некоторой подлежащей определению положительной постоянной величиной a_n^2 можем для функций R, T_1 и T_2 найти уравнения

$$R'' + \xi^{-1}R' + a_n^2 R = 0, \tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned} k_0 \omega T_1{}' + \left(\alpha + a_n^2\right)T_1 &= \alpha T_2, \\ T_2{}' + \left(\lambda + a_n^2\right)T_2 &= \lambda T_1 \end{aligned}\right\}, \tag{10}$$

Уравнение (9) обладает общеизвестным решением вида

$$R(\xi) = A_{1n} I_0(a_n \xi) + A_{2n} y_0(a_n \xi); \tag{11}$$

здесь A_{1n}, A_{2n} -постоянные интегрирования, $I_0(x)$, $y_0(x)$-функции Бесселя от действительного аргумента первого, второго родов нулевого порядка.

Литература

1. Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н. ПММ, 1960, № 5.
2. Шелкачев В.Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. М., Гостоптехиздат, 1959.

О ЯДРЕ И РАДИУСЕ УСТОЙЧИВОСТИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ВАРИАНТА ИНВЕСТИЦИОННОЙ ЗАДАЧИ МАРКОВИЦА С КРИТЕРИЯМИ РИСКОВ

Емеличев В.А., Бухтояров С.Е.
Белорусский государственный университет, Белоруссия
vemelichev@gmail.com

Основываясь на портфельной теории Марковица [1], рассмотрим s-критериальную дискретную задачу $Z^s(R)$ оптимизации с минимаксными критериями рисков Сэвиджа [2]:

$$f_k(x,R_k) = \max_{i\in N_m} \sum_{j\in N_n} r_{ijk}x_j \to \min_{x\in X}, \quad k\in N_s = \{1,2,\dots,s\},$$

состоящую в поиске множества Парето $P^s(R)$.

Здесь $R=[r_{ijk}]\in \mathbf{R}^{m\times n\times s}$ – матрица с сечениями $R_k \in \mathbf{R}^{m\times n}$; r_{ijk} – величина меры экономического риска вида $k\in N_s$, которому подвергается инвестор, выбирая проект с номером $j\in N_n$ в случае, когда рынок находится в состоянии $i\in N_m$; $x_j=1$, если j-й инвестиционный проект реализуется, и $x_j=0$ в противном случае; $X\subseteq \mathbf{E}^n=\{0,1\}^n$ – множество всех допустимых инвестиционных портфелей $x=(x_1,x_2,\dots,x_n)^T$.

Некорректность и неопределенность исходной информации (элементов матрицы R) приводит к необходимости проведения анализа устойчивости задачи $Z^s(R)$ к возмущениям ее параметров. Радиус устойчивости $\rho^s(R)$ задачи определим, используя понятие ядра устойчивости [3]:

$$\rho^s(R) = \sup\{\varepsilon>0 \ : \ Ker(R,\varepsilon)\neq\varnothing),$$

где $Ker(R,\varepsilon)=\{x\in P^s(R) \ : \ \forall R'\in\Omega(\varepsilon) \ \ (x\in P^s(R+R'))\}$, $\Omega(\varepsilon)=\{R'\in\mathbf{R}^{m\times n\times s} \ : \ \|R'\|<\varepsilon\}$, $\|R'\|=\max\{|r'_{ijk}| \ : \ (i,j,k)\in N_m\times N_n\times N_s\}$, $R'=[r'_{ijk}]$.

Множество $Ker(R,\varepsilon)$ называется ядром ε-устойчивости задачи $Z^s(R)$, а множество

$$Ker(R)=\{x\in P^s(R) \ : \ \exists\varepsilon>0 \ \ \forall R'\in\Omega(\varepsilon) \ \ (x\in P^s(R+R'))\},$$

– ядром устойчивости задачи $Z^s(R)$.

Теорема 1. *Для радиуса устойчивости $\rho^s(R)$ задачи $Z^s(R)$ справедливы следующие достижимые оценки*

$$\varphi^s(R)\le\rho^s(R)\le\psi^s(R),$$

где

$$\varphi^s(R)=\max_{x'\in P^s(R)}\ \min_{x\in X\setminus\{x\}}\ \max_{k\in N_s}\frac{f_k(x,R_k)-f_k(x',R_k)}{\|x+x'\|_1},$$

$$\psi^s(R)=\max_{x'\in P^s(R)}\ \min_{x\in X\setminus\{x\}}\ \max_{k\in N_s}\frac{f_k(x,R_k)-f_k(x',R_k)}{\|x-x'\|_1},$$

$$\|z\|_1=\sum_{i=1}^{n}|z_i|,\ z=(z_1,z_2,\dots,z_n)^T.$$

Введем множество Смейла [4]: $Sm^s(R)=\{x\in X \ : \ \forall x'\in X\setminus\{x\} \ \exists k\in N_s \ \ (f_k(x,R)<f_k(x',R))\}$.

Теорема 2. *Для задачи $Z^s(R)$ следующие утверждения эквивалентны:*

(i) *задача $Z^s(R)$ устойчива* ($\rho^s(R)>0$), (ii) $\varphi^s(R)>0$, (iii) $Ker^s(R)\neq\varnothing$, (iv) $Sm^s(R)\neq\varnothing$.

Литература

1. Markowitz H. M. Portfolio selection: efficient diversification of investments. Oxford: Blackwell Publ. 1991.
2. Savage L. J. The foundations of statistics. New York: Dover Publ. 1972.
3. Сергиенко И. В., Шило В. П. Задачи дискретной оптимизации. Проблемы, методы решения, исследования. Киев: Наук. думка. 2003
4. Smale S. Global analysis and economics, V. Pareto theory with constrains // J. Math. Econ. — 1974. — V. 1, No. 3. — P. 213–221.

ОБ ОДНОМ РЕШЕНИИ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ТИПА КАРМАНА-ТИМОШЕНКО-НАГДИ

Ермоленко А. В.
Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина, _Россия_
ea74@list.ru

В работе [1] построена теория изгиба плоских пластин типа Кармана–Тимошенко–Нагди. Покажем на примере расчета жестко закрепленной круглой осесимметричной пластины способ перехода к однородным граничным условиям. Для этого рассмотрим круглую пластину радиуса R и толщины h. Считаем, что пластина, испытывающая действие равномерной нормальной нагрузки $q_n = const$, жестко закреплена по контуру таким образом, что реализуется осесимметричный изгиб.

Уравнения типа Кармана–Тимошенко–Нагди для круглой осесимметричной пластины после перехода к безразмерным координатам можно принять в виде

$$D\Delta^2 w = R^4 q_n - (h_\psi^2 - h_\lambda^2) R^2 \Delta q_n + (I - \frac{h_\psi^2}{R^2}\Delta)\Lambda(\Phi, w), \quad \frac{1}{Eh}\Delta^2\Phi = \frac{\nu R^2}{Eh}\Delta m_n - \frac{1}{2}\Lambda(w,w),$$
$$\frac{1}{r}\frac{d(r\psi_r)}{dr} = -\frac{2\mathrm{R}(1+\nu)}{Eh}(q_n + \frac{1}{R^4}\Lambda(\Phi, w)). \tag{1}$$

Здесь w — прогиб, Φ — функция напряжения, ψ_r — поперечный сдвиг; E, ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона, $D = {}^{Eh^3}\!/_{12(1-\nu^2)}$, $h_\psi^2 = {}^{h^2}\!/_{6(1-\nu)}$, $h_\lambda^2 = {}^{\nu h^2}\!/_{8(1-\nu)}$; I — тождественный оператор, $\Delta = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d}{dr}\right)$, $\Lambda(\Phi, w) = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(\frac{d\Phi}{dr}\frac{dw}{dr}\right)$.

Граничные условия жестко защемленного тангенциально свободного края выражаются равенствами [1]

$$w(1) = 0, \ -\frac{1}{R}w_{,r}(1) + \psi_r(1) = 0, \quad \Phi(1) = 0, \Phi_{,r}(1) = 0. \tag{2}$$

Здесь $w_{,r} = {}^{\partial w}\!/_{\partial r}$. Кроме условий (2) накладываются условия, обеспечивающие конечность прогиба, функции напряжений и их производных в центре пластины ($r = 0$).

Для того, чтобы решить краевую задачу (1) – (2) в некоторых работах (см., например, [2]), граничные условия (2) заменяли однородными, вводя дополнительное предположение вида «Будем рассматривать такие условия типа жесткого защемления, при которых можно считать, что $\psi_\rho(1) = 0$». После этого допущения граничные условия (2) становились однородными, уравнение $(1)_3$ нигде не использовалось, а поперечные сдвиги учитывались лишь наличием слагаемого h_ψ^2 в уравнении $(1)_1$.

Чтобы избежать введения дополнительного условия $\psi_\rho(1) = 0$, сделаем замену

$$w = \tilde{w} + R\overline{\psi}_\rho \rho^2 \ln\rho, \quad \overline{\psi}_\rho = \psi_\rho(1). \tag{3}$$

Учитывая, что $\rho^2 \ln\rho$ является фундаментальным решением бигармонического уравнения, систему (1) можно представить в виде

$$D\Delta^2\tilde{w} = R^4 q_n - (h_\psi^2 - h_\lambda^2)R^2\Delta q_n + (I - \frac{h_\psi^2}{R^2}\Delta)\Lambda(\Phi, \tilde{w} + R\overline{\psi}_\rho\rho^2\ln\rho),$$
$$\frac{1}{Eh}\Delta^2\Phi = \frac{\nu R^2}{Eh}\Delta m_n - \frac{1}{2}\Lambda(\tilde{w} + R\overline{\psi}_\rho\rho^2\ln\rho, \tilde{w} + R\overline{\psi}_\rho\rho^2\ln\rho),$$
$$\frac{1}{r}\frac{d(r\psi_r)}{dr} = -\frac{2R(1+\nu)}{Eh}(q_n + \frac{1}{R^4}\Lambda(\Phi, \tilde{w} + R\overline{\psi}_\rho\rho^2\ln\rho)). \tag{4}$$

Граничные условия (2) с учетом замены (3) становятся однородными:

$$\tilde{w}(1) = 0, \tilde{w}_{,\rho}(1) = 0, \Psi(1) = 0, \Psi_{,\rho}(1) = 0.$$

Используя метод функции Грина, решение краевой задачи (3) – (4) записывается в виде следующих интегро-дифференциальных уравнений:

$$\widetilde{w}(\rho)=\frac{1}{D}\int_0^1[R^4q_n-R^2(h_\psi^2-h_\lambda^2)\Delta q_n+(I-\frac{h_\psi^2}{R^2}\Delta)\Lambda(\Phi,\widetilde{w}+R\overline{\psi}_\rho\xi^2\ln\xi)]G(\rho,\xi)d\xi,$$

$$\Phi(\rho)=\int_0^1[\nu R^2\Delta m_n-\frac{1}{2}Eh\Lambda(\widetilde{w}+R\overline{\psi}_\rho\xi^2\ln\xi,\widetilde{w}+R\overline{\psi}_\rho\xi^2\ln\xi)G(\rho,\xi)d\xi\ ,$$

где $\overline{\psi}_\rho=-\frac{R}{\mu h}\int_0^1\rho(q_n+\frac{1}{R^4}\Lambda(\Phi,\widetilde{w}+R\overline{\psi}_\rho\rho^2\ln\rho))d\rho\ .$

Делая в последней системе обратную замену, окончательно получаем следующую систему относительно исходных неизвестных функций w, Φ и ψ_ρ:

$$w(\rho)=\underline{R\overline{\psi}_\rho\rho^2\ln\rho}+\frac{1}{D}\int_0^1[R^4q_n-R^2(h_\psi^2-h_\lambda^2)\Delta q_n+(I-\frac{h_\psi^2}{R^2}\Delta)\Lambda(\Phi,w)]G(\rho,\xi)d\xi\ ,$$

$$\Phi(\rho)=\int_0^1[\nu R^2\Delta m_n-\frac{1}{2}Eh\Lambda(w,w)]G(\rho,\xi)d\xi \qquad (5)$$

где

$$\overline{\psi}_\rho=-\frac{R}{\mu h}\int_0^1\rho(q_n+\frac{1}{R^4}\Lambda(\Phi,w))d\rho\ .$$

Решение системы (5) находится итерационными методами.

Литература

1. Михайловский Е.И., Бадокин К.В., Ермоленко А.В. Теория изгиба плоских пластин типа Кармана без гипотез Кирхгофа // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика. Вып.3. 1999. С. 181-202.
2. Михайловский Е.И. Лекции по вариационным методам механики упругих тел: Учебн. пособие. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2002. 256 с.

ЗАДАЧА ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ НЕИЗВЕСТНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ПСЕВДО ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯХ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Искендеров Н.Ш., Гусейнова А.Ф.

Бакинский государственный университет, Азербайджан

Рассмотрим для уравнения [6]

$$u_{tt}(x,t)-\alpha u_{ttxx}(x,t)-u_{xx}(x,t)=a(t)u(x,t)+b(t)u_t(x,t)+f(x,t) \qquad (1)$$

в области $D_T=\{(x,t):0\le x\le 1,\ 0\le t\le T\}$ обратную задачу с начальными условиями

$$u(x,0)=\varphi(x),\ u_t(x,0)=\psi(x)\quad (0\le x\le 1), \qquad (2)$$

с граничными условиями

$$u(0,\ t)=0,\ 0\le t\le T, \qquad (3)$$

$$u_x(1,\ t)+du_{xx}(1,\ t)=0,\ 0\le t\le T, \qquad (4)$$

и с дополнительным условием

$$u(x_i,t)=h_i(t)\quad (i=1,2;\ 0<x_1,x_2<1,\ x_1\ne x_2,\ 0\le t\le T), \qquad (5)$$

где $x_i\in(0,1)\ (i=1,2)$, $d>0$, $\alpha>0$ – заданные числа, $f(x,\ t)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $h_i(t)\ (i=1,2)$ – заданные функции, а $u(x,\ t)$, $a(t)$ – и $b(t)$ – искомые функции.

Определение Тройку $\{u(x,t),a(t),b(t)\}$ функций $u(x,t),a(t)$ и $b(t)$ назовем классическим решением краевой задачи (1)-(5), если она удовлетворяют следующим условиям : 1)Функция

$u(x,t)$ и ее производные $u_t(x,t)$, $u_{tt}(x,t)$, $u_{xx}(x,t)$, $u_{ttx}(x,t)$, $u_{ttxx}(x,t)$ непрерывны в D_T; 2)функции $a(t)$ и $b(t)$ непрерывны на $[0,T]$;3)уравнение (1) и условия (2)-(5) удовлетворяются в обычном классическом смысле. Рассмотрим следующую спектральную задачу[1]:

$$y''(x)+\lambda\, y(x)=0,\ 0\le x\le 1,\quad y(0)=0,\ y'(1)=d\lambda\, y(1),\ d>0.$$

Эта задача имеет только собственные функции $y_k(x)=\sqrt{2}\sin(\sqrt{\lambda_k}\,x)$, $k=0,1,2,\ldots,$ с положительными собственными числами λ_k из уравнения $ctg\sqrt{\lambda}=d\sqrt{\lambda}$. Нулевой индекс присваиваем любой собственной функции, а все остальные нумеруем в порядке возрастания собственных чисел.

Лемма. *Пусть* $f(x,t)\in C(D_T)$, $\varphi(x),\ \psi(x)\in C^2[0,1]$, $h_i(t)\in C^2[0,T]$ $(i=1,2)$, $h(t)\equiv h_1(t)h_2'(t)-h_2(t)h_1'(t)\ne 0\quad(0\le t\le T)$

$$\varphi(1)+\frac{1}{d\sin\sqrt{\lambda_0}}\int_0^1\varphi(x)\sin(\sqrt{\lambda_0}\,x)dx=0,\qquad \psi(1)+\frac{1}{d\sin\sqrt{\lambda_0}}\int_0^1\psi(x)\sin(\sqrt{\lambda_0}\,x)dx=0,$$

$$f(1,t)+\frac{1}{d\sin\sqrt{\lambda_0}}\int_0^1 f(x,t)\sin(\sqrt{\lambda_0}\,x)dx=0,\ 0\le t\le T,$$

и выполняются условия согласования

$$\varphi'(1)+d\varphi''(1)=0,\psi'(1)+d\psi''(1)=0\ ,\quad \varphi(x_i)=h_i(0),\quad \psi(x_i)=h_i'(0)\ (i=1,2). \tag{6}$$

Тогда задача нахождения классического решения задачи (1)-(5) эквивалентна задаче определения функций $u(x,t)$ *и* $a(t)$, *обладающих свойствами 1) и 2) определения классического решения задачи (1)-(5), удовлетворяющие уравнению (1), условиям (2), (3) и условиям*

$$u(1,t)+\frac{1}{d\sin\sqrt{\lambda_0}}\int_0^1 u(x,t)\sin(\sqrt{\lambda_0}\,x)dx=0,\ 0\le t\le T, \tag{7}$$

$$a(t)h_i(t)+b(t)h_i'(t)+f(x_i,t)=h_i''(t)-\alpha u_{ttxx}(x_i,t)-u_{xx}(x_i,t)\quad(i=1,2;\ \ 0\le t\le T) \tag{8}$$

Предположим, что данные задачи (1)-(4), (7), (8) удовлетворяют следующим условиям:

1°. $\varphi(x)\in C^2[0,1]$, $\varphi'''(x)\in L_2(0,1)$ и $\varphi(0)=\varphi''(0)=0$,

$$\varphi(1)+\frac{1}{d\sin\sqrt{\lambda_0}}\int_0^1\varphi(x)\sin(\sqrt{\lambda_0}\,x)dx=0,\quad d\varphi''(1)+\varphi'(1)=0,$$

2°. $\psi(x)\in C^2[0,1]$, $\psi'''(x)\in L_2(0,1)$ и $\psi(0)=\psi''(0)=0$,

$$\psi(1)+\frac{1}{d\sin\sqrt{\lambda_0}}\int_0^1\psi(x)\sin\sqrt{\lambda_0}\,x\,dx=0,\quad d\psi''(1)+\psi'(1)=0,$$

3°. $f(x,t)\in C(D_T)$, $f_x(x,t)\in L_2(D_T)$, $f(0,t)=0$,

$$f(1,t)+\frac{1}{d\sin\sqrt{\lambda_0}}\int_0^1 f(x,t)\sin(\sqrt{\lambda_0}\,x)dx=0,\ 0\le t\le T,$$

4°. $h_i(t)\in C^2[0,T]$ $(i=1,2)$, $h(t)\equiv h_1(t)h_2'(t)-h_2(t)h_1'(t)\ne 0\ \ (0\le t\le T)$.

Теорема 1. *Пусть выполняется условия (1)-(4) . Тогда при малых значениях* T *задача (1)-(4), (7), (8) имеет решение.*

Теорема 2. *Пусть выполняются все условия теоремы 1 и выполняется условие согласования (6). Тогда задача (1)-(5)* при малых значениях T задача *имеет единственное классическое решение.*

Литература

1. *Капустин Н.Ю., Моисеев Е.И.* // Дифференц. уравнения. 1997. Т. 33. № 1. С. 115-119.

УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОГО КЛАССА ОПЕРАТОРНО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Исмаилова М.Ф.
Мингечаурский государственный университет, Азербайджан
malaxat.ismayilova.72@mail.ru

Пусть H – сепарабельное гильбертово пространство, C-положительно определенный самосопряженный оператор. Пусть $R^2 = R \times R$ и $L_2\left(R^2; H\right)$ есть гильбертово пространство вектор-функций $f(x, y)$, определенные почти всюду в R^2, со значениями в H, измеримые и квадратично интегрируемые, для которых

$$\|f\|_{L_2\left(R^2;H\right)} = \left(\int_{R^2} \|f(x,y)\|^2 dxdy\right)^{\frac{1}{2}} < \infty .$$

Введем линейное множество $D\left(R^2; H_4\right)$- бесконечно дифференцируемых в H вектор-функции $u(x, y)$, со значениями $H_4 = D\left(C^4\right)$ $\left((x,y)_{H_4} = \left(C^4 x, C^4 y\right)\right)$, имеющие компактные носители в R^2. В линейном множество $D\left(R^2; H_4\right)$ определим норму

$$\|u\|_{W_2^4\left(R^2;H\right)} = \left(\sum_{\substack{k,j=0 \\ 0\le k+j\le 4}}^{4} \left\|C^{4-(k+j)} \frac{\partial^{k+j} u}{\partial x^k \partial y^j}\right\|^2_{L_2\left(R^2;H\right)}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Пополнению линеала $D\left(R^2; H_4\right)$ по норме $\|u\|_{W_2^4\left(R^2;H\right)}$ обозначим через $W_2^4(R^2; H)$.

Рассмотрим в пространстве H операторно-дифференциальное уравнения

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} + A^4 u + \sum_{\substack{k,j=0 \\ 0\le k+j\le 4}}^{4} A_{k,j} \frac{\partial^{k+j} u}{\partial x^k \partial y^j} = f(x,y), \qquad (x,y) \in R^2 , \qquad (1)$$

где $f(x, y)$, $u(x, y)$ вектор-функции со значениями в H, а операторные коэффициенты удовлетворяют условиям:

1) A- нормальный обратимый оператор, спектр которого содержится в угловом секторе

$$S_\varepsilon = \left\{\lambda : |arq\lambda| \le \varepsilon, \ \ 0 \le \varepsilon < \frac{\pi}{4}\right\}$$

2) Операторы $B_{k,j} = A_{k,j} \ \ A^{(k+j)-4} \ \ (k, j = \overline{0,4}, k + j \le 4)$ ограничены в H.

Определение 1. Если при $f(x,y) \in L_2\left(R^2; H\right)$ существует вектор-функция $u(x, y) \in W_2^4\left(R^2; H\right)$, которая удовлетворяет уравнению (1) почти всюду в R^2, то ее будем называть регулярным решением уравнения (1).

Определение 2. Если при любом $f(x,y) \in L_2\left(R^2; H\right)$ существует регулярное решение $u(x, y)$ уравнения (1), которое имеет оценку $\|u\|_{W_2^4\left(R^2;H\right)} \le const \|f\|_{L_2\left(R^2;H\right)}$,то уравнение (1) называется регулярно разрешимым.

В данной работе мы найдем условия на коэффициенты уравнения (1), при выполнения которых уравнение (1) является регулярно разрешимой. Отметим, что уравнение второго порядка эллиптического типа в частных производных исследована в работах [1]. Когда A- самосопряженный оператор, условия регулярной разрешимости для уравнения (1) получены в работах[2,3].

Обозначим через

$$P_0 u = \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} + A^4 u, \qquad u(x,y) \in W_2^4\left(R^2; H\right)$$

$$P_1 u = \sum_{\substack{k,j=0 \\ 0\le k+j\le 4}}^{4} A_{k,j} \frac{\partial^{k+j} u}{\partial x^k \partial y^j}, \qquad u(x,y)\in W_2^4\left(R^2;H\right)$$

и $Pu = P_0 u + P_1 u$, $u(x,y)\in W_2^4\left(R^2;H\right)$. Имеет место.

Теорема. Пусть выполняются условия 1), 2) тогда $P = P_0 + P_1$ ограниченный оператор из пространство $W_2^4\left(R^2;H\right)$ в $L_2\left(R^2;H\right)$.

Литература

1. *Мирзоев С.С., Джафаров И.Дж.* О разрешимости одной краевой задачи для операторно-дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных // Математи. заметки, 2012, т.91:3, с. 470-472.
2. *Мирзоев С.С., Исмаилова М.Ф.* О разрешимости операторно-дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка в гильбертовом пространстве // Вестник Бакинского Университета, сер.физ.-матем.наук, 2006, № 4, стр.5-11.
3. *Ismayilova M.F.* On the solvability of one class of fourth order elliptic type operator–differential equations // Proceedings IMM of NAS of Azerbaijan, 2005, vol.23, pp.53 – 58.

О РАЗРЕШИМОСТИ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ПОВЕДЕНИИ РЕЗОЛЬ-ВЕНТЫ СООТВЕТСТВУЮЩЕГО ОПЕРАТОРНОГО ПУЧКА НА МНИМЫХ ОСЯХ

Исмаилова М.Ф.

Мингечаурский государственный университет, Азербайджан

malaxat.ismayilova.72@mail.ru

Пусть H – сепарабельное гильбертово пространство, т.е. A - положительно определенный самосопряженный оператор, $A^* = A > \mu_0 E$ $(\mu_0 > 0)$, H_θ - шкала гильбертовых пространств, порожденная оператором A, т.е. $H_\theta = D\left(A^\theta\right)$, $(x,y)_\theta = \left(A^\theta x, A^\theta y\right)$, $x,y\in D\left(A^\theta\right)$, $\theta \ge 0$. При $\theta = 0$ считаем, что $H_0 = H$ и $(x,y)_0 = (x,y)$, $x,y\in H$. Пусть $R = (-\infty,\infty)$, $R^2 = R\times R$ и $L_2\left(R^2;H\right)$ есть гильбертово пространство вектор-функций $f(x,y)$, определенных почти всюду в R^2, со значениями в H, измеримых по Бохнеру, для которых

$$\|f\|_{L_2\left(R^2;H\right)} = \left(\int_{R^2}\left\| f(x,y)^2\right\| dxdy\right)^{\frac{1}{2}} < \infty \ .$$

Пусть множество $D\left(R^2;H_4\right)$ - бесконечно дифференцируемые вектор-функции $u(x,y)$ со значениями в H_4, имеющие компактные носители в R^2. В линейном множестве $D\left(R^2;H_4\right)$ определим норму

$$\|u\|_{W_2^4\left(R^2;H\right)} = \left(\sum_{\substack{k,j=0 \\ 0\le k+j\le 4}}^{4} \left\| A^{4-(k+j)} \frac{\partial^{k+j} u}{\partial x^k \partial y^j}\right\|^2_{L_2\left(R^2;H\right)}\right)^{\frac{1}{2}} .$$

Пространство $D\left(R^2;H_4\right)$ с нормой $\|u\|_{W_2^4\left(R^2;H\right)}$ является предгильбертовым пространством, пополнение которого обозначим через $W_2^4(R^2;H)$.

Рассмотрим операторно-дифференциальное уравнение четвертого порядка в частных производных эллиптического типа

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}+\frac{\partial^4 u}{\partial y^4}+A^4 u+\sum_{\substack{k,j=0\\0\le k+j\le 4}}^{4} A_{k,j}\frac{\partial^{k+j}u}{\partial x^k\partial y^j}=f(x,y),\quad (x,y)\in R^2, \tag{1}$$

где $A-$положительно-определенный самосопряженный оператор, который порождает шкалу гильбертовых пространств H_θ, $\theta\ge 0$, и $u(x,y)$, $f(x,y)\in H$, почти при всех $(x,y)\in R^2$.

Определение 1. Если при $f(x,y)\in L_2(R^2;H)$ существует вектор-функция $u(x,y)\in W_2^4(R^2;H)$, которая удовлетворяет уравнению (1) почти всюду в R^2, то ее будем называть регулярным решением уравнения (1).

Определение 2. Если при любом $f(x,y)\in L_2(R^2;H)$ существует регулярное решение $u(x,y)$ уравнения (1), которое имеет оценку

$$\|u\|_{W_2^4(R^2;H)}\le const\|f\|_{L_2(R^2;H)},$$

то уравнение (1) будем называть регулярно разрешимым.

Введем обозначения:

$$P_0u=\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}+\frac{\partial^4 u}{\partial y^4}+A^4u,\qquad u(x,y)\in W_2^4(R^2;H),$$

$$P_1u=\sum_{\substack{k,j=0\\0\le k+j\le 4}}^{4} A_{k,j}\frac{\partial^{k+j}u}{\partial x^k\partial y^j},\qquad u(x,y)\in W_2^4(R^2;H),$$

и

$$Pu=P_0u+P_1u,\qquad u(x,y)\in W_2^4(R^2;H).$$

Лемма 1. Пусть $A-$положительно-определенный самосопряженный оператор, операторы $i\ A_{k,j}\ (k+j=2m, m=0,1,2)$ и $A_{k,j}\ (k+j=2m-1, m=1,2)$ симметрические операторы в H, причем $D(A_{k,j})\supset D(A^{4-(k+j)})$, $k,j=\overline{0,4}$, $0\le k+j\le 4$.

Тогда оператор $P=P_0+P_1: W_2^4(R^2;H)\to L_2(R^2;H)$ ограничен.

Далее доказывается следующая теорема о поведении резольвенты соответствующего операторного пучка на мнимых осях.

Теорема 2. Пусть выполняются условия леммы 1. Тогда при $(\xi,\eta)\in R^2$ имеет место оценка

$$\sum_{j=0}^{4}(1+|\xi|+|\eta|)^j\left\|A^{4-j}P^{-1}(i\xi,i\eta)\right\|\le const.$$

Здесь $P(i\xi,i\eta)=\xi^4E+\eta^4E+A^4+\sum_{\substack{k,j=0\\0\le k+j\le 4}}^{4}A_{k,j}i^{k+j}\xi^k\eta^j$, $\qquad (\xi,\eta)\in R^2$

Литература

1.Лионс Ж.-Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. М.:Мир, 1971, 371 с.

2. Берс Л., Джон Ф., Шехтер М. Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1966, 351 с.

3. Мирзоев С.С., Исмаилова М.Ф. О разрешимости операторно-дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка в гильбертовом пространстве // Вестник Бакинского Университета, сер.физ.-матем.наук, 2006, № 4, с.5-11.

4.Ismailova M.F. On the solvability of one class of fourth order elliptic type operator–differential equations // Proceeding. IMM of NAS of Azerbaijan, 2005, vol.23, pp.53 – 58.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВЯЗКОУПРУГИХ СИСТЕМ

Курбанов Н. Т., Хатамова Р. Ф.
Сумгаитский государственный университет, Азербайджан
qurbanov53@mail.ru

Задача исследования колебаний вязкоупругих систем с учетом неоднородностей и нелинейностей является актуальной и математически сложной задачей механики. К этой проблеме посвящены следуюшие работы [1,3,5]. Поэтому в данном разделе диссертации исследуется приближенное решение задачи колебаний нелинейной вязкоупругих тел с помощью интегрального преобразования Лапласа.

Уравнение нелинейной колебаний вязкоупругих систем сводится к решению нелинейного интегро-дифференциального уравнения [2,4]:

$$T''(t)+\lambda^2\left[T(t)-\varepsilon\int_0^t (R)(t-\tau)(T(\tau)+\mu F_1(T,\tau))d\tau\right]=f(t)+\mu F_2(T,t) \qquad (1)$$

где $T(t)$-искомая функция, λ-некоторая постоянная, $F_1(t)$, $F_2(t)$ и $f(t)$-заданные функции, μ-безразмерный положительный параметр, $\varepsilon>0$ некоторый малый параметр.

Начальные условии принимаем в виде:

$$\begin{aligned} T(t)&=T^0 \quad \text{при } t=0\\ T'(t)&=T' \quad \text{при } t=0 \end{aligned} \qquad (2)$$

Решение уравнения найдем методом последовательных приближений. Тогда решение уравнения (1) при условии (2) сводится к решению следующих линейных задач.

$$\begin{aligned} &T_1''(t)+\lambda^2\left[T_1(t)-\varepsilon\int_0^t \omega(t-\tau)T_1(\tau)d\tau\right]=f(t)\\ &T_1(0)=T_1^0, T'(0)=T_1' \end{aligned} \qquad (3)$$

$$\begin{aligned} &T_2''(t)+\lambda^2\left[T_2(t)-\varepsilon\int_0^t \omega(t-\tau)T_2(\tau)\right]=f(t)+\mu F_1(T_1,t)\\ &T_2(0)=0, T_2'(t)=0 \end{aligned} \qquad (4)$$

$$\begin{aligned} &T_3''(t)+\lambda^2\left[T_3(t)-\varepsilon\int_0^t \omega(t-\tau)T_3(\tau)d\tau\right]=f(t)+\mu F_2(T_2,t)\\ &T_3(0)=0, T_3'(0)=0 \end{aligned} \qquad (5)$$

....

$$\begin{aligned} &T_k''(t)+\lambda^2\left[T_k(t)-\varepsilon\int_0^t \omega(t-\tau)T_k(\tau)d\tau\right]=f(t)+\mu F_{k-1}(T_{k-1},t)\\ &T_k(0)=0, T_k'(0)=0 \end{aligned} \qquad (6)$$

Таким образом, решение нелинейной задачи (1)-(2) приведены к решению последовательных линейных задач, причем для определения первого приближения $T_1(t)$ следует решать исходные задачи для линейного вязкоупругого тела, при этом начальные условии с точностью совпадают с соответствующими исходными.

Для нахождение последующих приближений $T_k(t)$ $(k \geq 2)$ решается линейная задача с нулевыми начальными условиями для уравнений, левые части которых совнадают с уравнением первого приближения, а в правых частях появляются функции, зависящие от решений предыдущих задач, которые считаем известными.

Литература

1. Амензаде Ю.А. Теория упругости. Баку.: "Maarif", 1968, 250 с.
2. Абдикаримов Р.А. Нелинейные колебания вязкоупругих пластин с переменной жесткостью // Доклады Академии Наук Республики Узбекистан. Ташкент, 2010, №4, с. 40-42.
3. Аршинов Г.А. Нелинейная динамика физически линейной и нелинейной вязкоупругой пластины // Научный журнал Куб ГАУ, 2003, №1, с. 131-141.
4. Аршинов Г.А. Елисеев, Н.И. Уединенные волны в физически линейных и нелинейных вязкоупругих стержнях // Научных журнал Куб ГАУ, 2003, № 1, с. 142-153.
5. Ли, Кантер. Распространение волн в упруго-вязких стержнях конечной длины / Механика, сб.: переводов, №4, 1955. с. 153-165.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРОДОЛЖЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ МЕТОДОМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Мамедов Я. Я., Мамедли А. Г., Мамедов Р. Т.

Нахчыванского Института Учителей, Нахчыванского отделения НАН Азербайджана, Азербайджан

azad_mammadli@yahoo.com

Проблема построения тестовых аналитических решений является важной в вычислительной математике, с точки зрения достоверности численных результатов [1]. Для краевых задач математической физики, в частности, для эллиптических краевых задач, редко удается получить аналитическое решение в явном виде. Одним из распространенных методов на практике является метод получения аналитического решения на полуплоскости с помощью преобразования Фурье [2]. На основе полученного аналитического решения на полуплоскости обычно выписывают решения краевых задач для различных областей, задавая соответствующие краевые условия.

Рассмотрим следующую задачу продолжения гармонической функции на полуплоскости:

$$\Delta u = u_{xx} + u_{yy} = 0\,, \quad -\infty < x < \infty\,, \; y > 0\,, \tag{1}$$

$$u(x,0) = f(x)\,, \quad -\infty < x < \infty\,. \tag{2}$$

Полагаем, что функция $u = u(x, y)$ принадлежит классу

$$C^2(R \times R_+) \cap C^0(R \times \{y = 0\})\ ,$$

а функция $f(x)$ - классу $C^0(R)$.

Решение задачи (1), (2) будем искать в виде

$$u_\lambda(x, y) = [a(\lambda)\cos\lambda x + b(\lambda)\sin\lambda x]\exp(-\lambda y)\ , \tag{3}$$

где $\lambda \in R$ - произвольный параметр, а $a(\lambda)$, $b(\lambda)$ - пока неизвестные функции.

Лемма. Если $a(\lambda), b(\lambda) \in C^0(R)$, то функция

$$u_\lambda(x, y) \in C^2(R \times R_+) \cap C^0(R \times \{y = 0\})$$

удовлетворяет уравнению (1).

Так как уравнение (1) является линейным и однородным уравнением в частных производных 2-го порядка, то функция

$$u(x, y) = \int_0^\infty [\ a(\lambda)\cos\lambda x + b(\lambda)\sin\lambda x\ ]\exp(-\lambda y)d\lambda\,, \tag{4}$$

полученная интегрированием функции (3) по $\lambda \in (0,+\infty)$, также является решением этого уравнения.

Мы выберем произвольные функции $a(\lambda)$, $b(\lambda)$ так, чтобы функция $u(x,y)$, заданная интегралом (4), удовлетворяла также граничным условиям (2). Это означает, что

$$\int_0^\infty [a(\lambda)\cos\lambda x + b(\lambda)\sin\lambda x] d\lambda = f(x)\,. \tag{5}$$

Для понимания смысла соотношения (5) используем теорию преобразования Фурье. Известно, что если $f(x)$ является непрерывный функцией, имеет место следующее тождество [2]:

$$f(x) = \int_0^\infty \left[\left(\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^\infty f(\xi)\cos\lambda\xi d\xi\right)\cos\lambda x + \left(\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^\infty f(\xi)\sin\lambda\xi d\xi\right)\sin\lambda x\right] d\lambda\,.$$

Сравнивая эту формулу с (5), можем определить неизвестные коэффициенты $a(\lambda)$, $b(\lambda)$ следующим образом:

$$a(\lambda) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^\infty f(\xi)\cos\lambda\xi d\xi\,, \quad b(\lambda) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^\infty f(\xi)\sin\lambda\xi d\xi\,.$$

Поставляя эти выражения в (4), мы находим

$$u(x,y) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \exp(-\lambda y)\left[\int_{-\infty}^\infty f(\xi)(\cos\lambda x\cos\lambda\xi + \sin\lambda x\sin\lambda\xi)d\xi\right] d\lambda =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^\infty f(\xi)\left[\int_0^\infty \exp(-\lambda y)\cos\lambda(x-\xi)d\lambda\right] d\xi\,.$$

Используя преобразования Лапласа, найдем $\int_0^\infty \exp(-at)\cos xt dt = \dfrac{a}{a^2+x^2}$. Следовательно, функция

$$u(x,y) = \frac{y}{\pi}\int_{-\infty}^\infty \frac{f(\xi)}{y^2+(\xi-x)^2} d\xi \tag{6}$$

является решением задачи (1), (2).

Формула (6) получена из требования удовлетворения функции (4) краевому условию (2), поэтому естественно, правая часть формулы (6) равна $f(x)$, при $y=0$, хотя прямая подстановка $y=0$ в правой части (6) дает $u(x,0)=0$. Это говорит о том, что сначала нужно вычислить интеграл правой части (6), а затем поставить $y=0$. В этом случае мы получим краевое условие (2).

Литература

1. A.I. Hasanov, I.E. Kaporin. Application of the elimination method in the solution of strongly elliptic systems by the finite element method. I.Vychislitel′noy Mat.; Mat. Fiz. (MR:87i: 65173), 26(1986), №6, pp.837-850.
2. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Уравнения математической физики. Москва, Наука, 1966.
3. Я.Я. Мамедов. Проблема Римана-Гильберта и аналитическое решение задачи Дирихле в прямоугольнике // Известия Нахчыванского Института Учителей, №3, 2005. стр. 4-7.

КОРРОЗИОННОЕ РАЗРУШЕНИЕ КРУГОВОЙ КОНЦЕНТРИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЫ ПОД ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ

Мамедова Х.А.

Институт математики и механики НАНА, Азербайджан

creepimm@gmail.com

Рассматривается круговая концентрическая пластина из изотропноупругого материала. Пластина в агрессивной среде подвергается внутреннему давлению. Действие агрессивной среды на пластину проявляется в виде коррозии, равномерно распределенной по всей поверхности. Подобные конструкции встречаются в машиностроительстве, на транспорте и в других отрослях промышленности.

Пусть внутренний радиус пластины есть *a*, внешний – *b*, действующее внутренное давления на единицу длину внутренней окружности P_a, толщина – 2*h*.Предполагаем, что $h = h(t)$, где*t* – время: $h(0) = h_0$, $h(t_*) = 0$, где t_* - время полного коррозионного изнашивания. Кроме того, пусть функция, характеризующая концентрацию агрессивной среды есть*C*. Используется цилиндрическая система координат: (r, φ, z). За плоскость $z = 0$ примем срединную плоскость пластины: $-h \le z \le h$. При этом концентрационная функция может быть принята в виде $c(z) = z/h$ при $0 \le z \le h$; $c(z) = -z/h$ при $-h \le z \le 0$. Данная формула удовлетворяет диффузионному уравнению в стационарной форме, а также граничнымусловиям: $c(0) = 0$, $c(\pm h) = 1$.

В рассматриваемой пластине создается плоское напряженное состояние. Из компонентов тензора напряжений $\sigma_{ij}(i, j = r, \varphi, z)$ отличными от нуля будут: σ_{rr}, $\sigma_{\varphi\varphi}$. Граничные условия имеют следующий вид: $\sigma_{rr}(a) = -\mathrm{P}_a / h(t)$, $\sigma_{rr}(b) = 0$. Считает, что края $r = a$ и $r = b$ пластины защищены от коррозии и коррозия равномерно изменяет только толщины пластины.

Компоненты напряжения σ_{rr} и $\sigma_{\varphi\varphi}$ определяются по следующим формулам:

$$\sigma_{rr} = \frac{a^2 \mathrm{P}_a}{(b^2 - a^2) h(t)} \left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right) \tag{1}$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{a^2 \mathrm{P}_a}{(b^2 - a^2) h(t)} \left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right) \tag{2}$$

Действие агрессивной среды уменьшает прочность материала. Предел прочности σ_{P} при наличии агрессивной среды определяется по формуле: $\sigma_{\mathrm{P}} = \sigma_0 (1 - \gamma c)$, где σ_0 есть общий предел прочности материала, пластины, γ- коэффициент пропорциональности, определяемый из экспериментов.

За условие прочности принимается следующее условие:

$$\sigma_i + \int_0^{t_a} M(t - \tau) \sigma_i = \sigma_0 (1 - \gamma c). \tag{3}$$

Здесь кроме вышепринятых, обозначены. σ_i - интенсивность напряжений: $\sigma_i = \left[\sigma_r^2 + \sigma_\varphi^2 - \sigma_r \sigma_\varphi\right]^{1/2}$. Входящие сюда: σ_r и σ_φ определяются вышеприведенными формулами (1), (2). t_a - время до изнашивания.

Рассмотрен случай $M(t) = m = const.$ Из уравнения (3) при учете (1) и (2) определено значении времени, при котором рассматриваемая пластина начинает терять свою работоспособность. Определяется ограничения на значения приложенного давления.

Время до коррозионного растрескивание t_* пластины от приложенного давление определяется по формуле [1] $t_* = L t_0 (\sigma_i (0, r)) - M$.

Здесь t_0 - время до коррозионного растрескивания при стационарном значении σ_i, т.е. при начальном $(t = 0)$ значении этого напряжения, которое возникает в пластине при отсутствии агрессивной среды. Функция t_0 также и константы *L*и*M*есть характеристики системы "метал – агрессивная среда"; определяются они из соответствующих экспериментов на коррозионного растрескивания.

Получена аналитическая формула для фронта разрушения в зависимости от времени, концентрации агрессивной среды, приложенного давления, а также от механических и геометрических данных пластины. Найдено также время полного износа рассматриваемой пластины.

Литература

1.TalyblyL.Kh. On determining the time to corrosion fracture of metals // Transactions of National Academy of Sciences of Azerbaijan mathematical and mechanics. Baku: "Elm", 2003, vol. XXIII, №1, pp.239-246.

МЕТОД РИМАНА В СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Мансимов К.Б.., Масталиев Р.О.

Институт систем управления НАН Азербайджана, Бакинский государственный университет, Азербайджан

kamilbmansimov@gmail.com, mastaliyevrashad@gmail.com

В докладе рассматривается система линейных стохастических дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа [1,2]. Получено интегральное представление решение краевой задачи типа Гурса-Дарбу для этого уравнения.

Обозначим $D=[t_0,t_1]\times[x_0,x_1],\ y=(t,x)\in D.$ Пусть поток $\sigma-$алгебр $F_y=F_{tx}$ есть семейство $\sigma-$алгебр $F_y\in F,$ определенных на основном вероятностном пространстве $(\Omega,F,P),$ причем $F_y\subset F_{y'},$ если $y\le y',$ (т.е. $t\le t';x\le x'$).

Рассмотрим следующую систему линейных стохастических дифференциальных уравнений гиперболического типа в частных производных

$$\frac{\partial^2\xi(t,x)}{\partial t\partial x}=A(t,x)\xi(t,x)+B(t,x)\frac{\partial\xi(t,x)}{\partial t}+C(t,x)\frac{\partial\xi(t,x)}{\partial x}+ \\ +f(t,x)+D(t,x)\xi(t,x)\frac{\partial^2W(t,x)}{\partial t\partial x},(t,x)\in D, \tag{1}$$

с краевыми условиями типа Гурса:

$$\begin{aligned}&\xi(t_0,x)=a(x),x\in[x_0,x_1],\\&\xi(t,x_0)=b(t),t\in[t_0,t_1],\\&a(x_0)=b(t_0).\end{aligned}\tag{2}$$

Здесь $\xi(t,x)-$искомый $n-$ мерный вектор, $A(t,x),B(t,x),C(t,x),D(t,x)-$заданные измеримые и ограниченные $(n\times n)-$ матрицы коэффициентов, $a(x),b(t)-$ $n-$мерные векторы функции, имеющие непрерывные производные первого порядка вектор-функция, а $\frac{\partial^2W(t,x)}{\partial t\partial x}-$ n мерный двухпараметрический «белый шум» на плоскости (см. напр.[2,3]).

Введен стохастический аналог матрицы Римана (см. напр.[4,5]), и найдено интегральное представление решения краевой задачи (1)-(2).

В дальнейшем предполагается использовать полученное представление для исследования особого управления в стохастических задачах оптимального управления системами Гурса-Дарбу.

Литература

1. Ермольев Ю.М., Гуленко В.П., Царенко Т.И. Конечно-разностный метод в задачах оптимального управления. Киев « Наукова Думка», 1978,164с.
2. Гихман И.И. Общая задача Гурса, содержащая интегралы по двухпараметрическому винеровскому полю. В кн.: Поведение систем в случайных средах. Донецк, 1975, с.15-21.
3. Розанов Ю.А. Случайные процессы. М. Наука,1979,184с.
4. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. Москва «Наука»., 1982,336с.
5. Ахмедов К.Т., Ахиев С.С. Об интегральном представлении решений некоторых систем дифференциальных уравнений// Изв. АН Азерб. ССР. Сер. физ.-техн. и матем.- наук. 1973,№2,с.116-120.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ БУССИНЕСКА-ЛЯВА С НЕЛОКАЛЬНЫМИ ИНТЕГРАЛЬНЫМИ ПО ВРЕМЕНИ УСЛОВИЯМИ ВТОРОГО РОДА

Мегралиев Я. Т., Аллахвердиева С. И.

Бакинский государственный университет.,

Мингечевирский государственный университет., Азербайджан

Современные проблемы естествознания приводят к необходимости постановки и исследования качественно новых задач, ярким примером которых является класс нелокальных задач для дифференциальных уравнений в частных производных. В настоящее время теории нелокальных задач интенсивно развиваются и представляют собой важный раздел теории дифференциальных уравнений с частными производными. Исследование таких задач вызвано как теоретической, так и практической необходимостью. Среди нелокальных задач большой интерес представляют задачи с интегральными условиями. Нелокальные интегральные условия описывают поведение решения во внутренних точках области в виде некоторого среднего. Такого рода интегральные условия встречаются при исследовании физических явлений в случае, когда граница области протекания процесса недоступна для непосредственных измерений.

Заметим, что в большинстве публикаций, посвященных задачам с нелокальными интегральными условиями для гиперболических уравнений, рассматриваются пространственно нелокальные условия [1–3]. В статье [4] рассмотрена задача с нелокальными по времени интегральными условиями для гиперболического уравнения.

Рассмотрим для уравнения Буссинеска-Лява [5]

$$u_{tt}(x,t)-u_{ttxx}(x,t)-\alpha u_{txx}(x,t)-\beta u_{xx}(x,t)=a(t)u(x,t)+f(x,t) \qquad (1)$$

в области $D_T=\{(x,t): 0\le x\le 1,\ 0\le t\le T\}$, краевую задачу с нелокальными начальными условиями

$$u(x,0)=\int_0^T p_1(t)u(x,t)dt+\varphi(x),$$

$$u_t(x,0)=\int_0^T p_2(t)u(x,t)dt+\psi(x)\ (0\le x\le 1)\ , \qquad (2)$$

граничными условиями

$$u_x(0,t)=0,\ \ u(1,t)=0\ \ (0\le t\le T), \qquad (3)$$

где $\alpha>0, \beta>0$ – заданные числа, $f(x,t), \varphi(x), \psi(x)$, $a(t)$ $p_1(t), p_2(t)$ – заданные функции, а $u(x,t)$ – искомая функции.

Введем понятие классического решения.

Определение. Под классическим решением краевой задачи (1)-(3) будем понимать функцию $u(x,t)$, если $u(x,t), u_x(x,t), u_{xx}(x,t), u_t(x,t), u_{tt}(x,t),\ u_{txx}(x,t), u_{ttxx}(x,t)\in C(D_T)$ и выполняются соотношения (1)-(3) в обычном смысле.

Предположим, что данные задачи (1)-(3) удовлетворяют следующим условиям:

1. $\alpha>0,\ \beta>0,\ \dfrac{\alpha^2}{8}-\beta>0$.
2. $\varphi(x)\in C^2[0,1],\ \varphi'''(x)\in L_2(0,1)$ и $\varphi'(0)=\varphi(1)=\varphi''(1)=0$.
3. $\psi(x)\in C^2[0,1],\ \psi'''(x)\in L_2(0,1)$ и $\psi'(0)=\psi(1)=\psi''(1)=0$.
4. $f(x,t),\in C(D_T),\ f_x(x,t)\in L_2(D_T)$ и $f(1,t)=0\,(0\le t\le T)$.
5. $a(t), p_1(t), p_2(t)\in C[0,T]\ \ (0\le t\le T)$.

Теорема. Пусть выполнены условия 1-5 Тогда при малых значениях T задача (1)-(3) имеет единственное классическое решение.

Литература

1. Кожанев А.И., Пулькина Л.С. *О разрешимости краевых задач с нелокальным граничным условием интегрального вида для многомерных гиперболических уравнений* // Дифференц. уравнения 2006, т.42, №9, с.1166-1179.
2. Пулькина Л.С. *Нелокальная задача гиперболического уравнения с нелокальными условиями 1 и 2 -го рода* //Известия вузов. Сер: Математика, 2012,№ 4, 74-83.
3. Гордезиани Д.Г., Авалишвили Г.А. Решения нелокальных задач для одномерных колебаний среды, Матем. моделир. 12 (1), 94–103 (2000).
4. Киричеко С.В. *Об одной краевой задачи для уравнения смешанного типа с нелокальными начальными условиями в прямоугольнике* // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки, 2013, №3 (12), с.185-189.
5. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны М., Мир 1977. 638 с.

ГЛОБАЛЬНАЯ БИФУРКАЦИЯ РЕШЕНИЙ ИЗ БЕСКОНЕЧНОСТИ НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Мустафаева Н. А.
Гянджинский государственный университет, Азербайджан

Рассмотрим следующую нелинейную задачу на собственные значения

$$\ell(y) \equiv -(p(x)y'')'' + (q(x)y')' + r(x)y = \lambda\rho(x)y + h(x, y, y', \lambda),\ x \in (0, l), \quad (1)$$

$$y'(0)\cos\alpha - (py'')(0)\sin\alpha = 0, \quad (2a)$$

$$y(0)\cos\beta + Ty(0)\sin\beta = 0, \quad (2b)$$

$$y'(l)\cos\gamma + (py'')(l)\sin\gamma = 0, \quad (2c)\ y(l)\cos\delta - Ty(l)\sin\delta = 0, \quad (2d)$$

где $\lambda -$ спектральный параметр, $Ty \equiv (py'')' - qy'$, $p(x),\ p'(x) \in AC[0, l]$, $q(x) \in AC[0, l], r(x)$, $\rho(x) \in C[0, l]$, $p(x), \rho(x) > 0$ и $q(x) \ge 0,\ x \in (0, l)$. Нелинейный член h имеет форму $h = f + g$, где функции $f, g \in C([0, l] \times R^5)$ удовлетворяют условиям: существует число $M > 0$ такое, что

$$\left|\frac{f(x, u, s, \vartheta, w, \lambda)}{u}\right| \le M,\ x \in [0, l], u, s, v, w \in R, |u|, |s|, |\vartheta|, |w| \ge 1,\ \lambda \in R;$$

$$g(x, u, s, \vartheta, w, \lambda) = o(|u| + |s| + |\vartheta| + |w|) \text{ при } |u| + |s| + |\vartheta| + |w| \to \infty$$

равномерно по $x \in [0,\ 1]$ и $\lambda \in \Lambda$ для каждого ограниченного промежутка $\Lambda \subset R.$

Глобальная бифуркация из бесконечности множества решений линеаризируемых задач на собственные значения изучена в [1], а нелинеаризируемых задач на собственные значения изучена в [2].

В данной работе исследована глобальная бифуркация из бесконечности множества решений нелинейной задачи (1)-(2).

Пусть $E -$ банахово пространство $C^3[0,\ 1] \cap B.C.$, с нормой $\|y\|_3 = \sum_{i=1}^{3} \|y^{(i)}\|_\infty$, где $B.C. -$ множество функций удовлетворяющих граничным условиям (2), $\|y\|_\infty -$ обычная $\sup$-норма в $C[0,\ l]$. Обозначим через $S_k^+,\ k \in \mathrm{N}$, множество функций $y \in E$, которые удовлетворяют условиям: а) функция $y(x)$ имеет в точности $k-1$ простых нулей в интервале $(0,\ l)$; б) функция $y(x)$ положительна в проколотой окрестности точки $x = 0$, и некоторым дополнительным условиям [3].

Пусть $S_k^- = -S_k^+$ и $S_k = S_k^+ \cup S_k^-$. Множества S_k^+ и S_k^- являются открытыми в E.

Известно [3], что собственные значения линейной задачи

$$\ell(y) = \lambda\rho(x)y,\ x \in (0, 1),\ y \in B.C.,$$

являются вещественными, простыми и образуют неограниченно возрастающую последовательность $\lambda_1 < \lambda_2 < \ldots < \lambda_k < \ldots$. Кроме того, собственная функция $y_k(x),\ k \in \mathrm{N}$, соответствующая собственному значению λ_k, имеет в точности $k-1$ простых нулей в интервале $(0,\ l)$ (а точнее $y_k(x) \in S_k$).

Обозначим через $D \subset R \times E$ замыкание множества нетривиальных решений задачи (1)-(3).

Теорема 1. *Для каждого* $k \in \mathrm{N}$, *существует неограниченная связная компонента* D_k *множества* D *содержащая* $I_k \times \{\infty\}$, *где* $I_k = [\lambda_k - M/\rho_0, \lambda_k + M/\rho_0]$, $\rho_0 = \min\limits_{x \in [0, l]} \rho(x)$. *Кроме того, если* $\Lambda \subset R$ *такой интервал, что* $\Lambda \cap \left(\bigcup_{m=1}^{\infty} I_m\right) = I_k$ *и* $\mathrm{M} -$ *окрестность* $I_k \times \{\infty\}$, *такая что* $\mathrm{Pr}_R\,\mathrm{M} \subset \Lambda,\ 0 \notin \mathrm{Pr}_E\,\mathrm{M} -$ *ограничена в* E, *то либо*

i) $D_k \setminus \mathrm{M}$ *ограничена в* $R \times E$; *в этом случае* $(D_k \setminus \mathrm{M}) \cap \Re \ne \emptyset$, $\Re = \{(\lambda, 0) : \lambda \in R\}$, *либо*

ii) $D_k \setminus \mathrm{M}$ *неограничена в* $R \times E$, *причем если* $\mathrm{Pr}_R\, D_k \setminus \mathrm{M}$ *ограничена, то* $D_k \setminus \mathrm{M}$ *содержит* $I_m \times \{\infty\},\ m \ne k.$

Теорема 2. *Для каждого* $k \in \mathrm{N}$ *компонента* D_k *разлагается на два подконтинуума* D_k^+ *и* D_k^-*, которые содержат* $I_k \times \{\infty\}$ *и удовлетворяют альтернативам теоремы 1. Кроме того, существует такая окрестность* $Q \subset \mathrm{M}$ *множества* $I_k \times \{\infty\}$*, что для каждого* $k \in \mathrm{N}$ *и каждого* $\nu \in \{+,-\}$ *имеет место соотношение* $(D_k^\nu \cap Q) \subset ((R \times S_k^\nu) \cup (I_k \times \{\infty\}))$.

Литература

1. P.H. Rabinowitz, Bifurcation from infinity, J. Differential Equations, **14**(3) (1973), 462-475.
2. Z.S. Aliyev, N. A. Mustafayeva, Bifurcation from infinity for some nonlinear eigenvalue problems which are not linearizable, Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue Mathematics, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences, **35** (4), (2015), 13-18.
3. З.С. Алиев, О глобальной бифуркации решений некоторых нелинейных задач на собст-венные значения для обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка, Математический сборник, 207(12) (2016), 3-29.

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЯ ПОЧТИ ВСЮДУ ОДНОМЕРНОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ПОЛУЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛИННЫХ ВОЛН

Намазов Ф.М., Алиев С.Дж., Алиева А.Г.

Бакинский государственный университет, Институт математики и механики НАНА, Азербайджан

samed59@bc.ru

Работа посвящена изучению вопросов существования и единственности решения почти всюду следующей одномерной смешанной задачи:

$$\begin{cases} u_{tt}(t,x) - u_{xx}(t,x) - \alpha u_{ttxx}(t,x) = F(t,x,u(t,x),u_x(t,x),u_{xx}(t,x),u_t(t,x), \\ u_{tx}(t,x),u_{txx}(t,x)) \quad (0 \le t \le T, \ \ 0 \le x \le \pi), & (1) \\ u(0,x) = \varphi(x) \ \ (0 \le x \le \pi), \quad u_t(0,x) = \psi(x) \ \ (0 \le x \le \pi), & (2) \\ u(t,0) = u(t,\pi) = 0 \ \ (0 \le t \le T), & (3) \end{cases}$$

где $\alpha > 0$- фиксированное число; $0 < T < +\infty$; F, φ, ψ - заданные функции, а $u(t,x)$ - искомая функция, причём под решением почти всюду задачи (1)-(3) понимаем следующее

Определение. Под решением почти всюду задачи (1)-(3) понимаем функцию $u(t,x)$, обладающую свойствами:

а) $u(t,x), u_x(t,x), u_t(t,x), u_{tx}(t,x), u_{tt}(t,x), u_{ttx}(t,x) \in C([0,T]\times[0,\pi])$;

$u_{xx}(t,x), u_{txx}(t,x), u_{ttxx}(t,x) \in C([0,T]; L_2(0,\pi))$;

б) уравнение (1) удовлетворяется почти всюду в $(0,T)\times(0,\pi)$;

в) все условия (2) и (3) удовлетворяются в обычном смысле.

Далее, так как система $\{\sin nx\}_{n=1}^{\infty}$ образует базис в $L_2(0,\pi)$, то очевидно, что каждое решение почти всюду $u(t,x)$ задачи (1)-(3) имеет вид:

$$u(t,x) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) \sin nx,$$

где

$$u_n(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} u(t,x)\sin nx dx \quad (n = 1,2,\ldots; t \in [0,T]).$$

После применения метода Фурье, нахождение функций $u_n(t)$ $(n = 1,2,...)$ сведено к решению следующей счётной системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра:

$$u_n(t) = \varphi_n \cdot \cos\frac{n}{\sqrt{1+\alpha n^2}} t + \frac{\sqrt{1+\alpha n^2}}{n} \cdot \psi_n \cdot \sin\frac{n}{\sqrt{1+\alpha n^2}} t +$$

$$+\frac{2}{\pi}\cdot\frac{2}{n\sqrt{1+\alpha n^2}}\cdot\int_0^t\int_0^\pi \mathrm{F}(u(\tau,x))\sin nx\cdot\sin\frac{n}{\sqrt{1+\alpha n^2}}(t-\tau)dxd\tau \quad (n=1,2,\dots;\ t\in[0,T]) \tag{4}$$

где $$\varphi_n\equiv\frac{2}{\pi}\int_0^\pi\varphi(x)\sin nxdx,\quad \psi_n\equiv\frac{2}{\pi}\int_0^\pi\psi(x)\sin nxdx \quad (n=1,2,\dots),$$

$$\mathrm{F}(u(t,x))\equiv F(t,x,u(t,x),u_x(t,x),u_{xx}(t,x),u_t(t,x)u_{tx}(t,x),u_{txx}(t,x)).$$

С другой стороны, исходя из определения решения почти всюду задачи (1)-(3) легко доказывается следующая

Лемма. Если $u(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}u_n(t)\sin nx$ - любое решение почти всюду задачи (1)-(3), то функции $u_n(t)\quad (n=1,2,...)$ удовлетворяют системе (4).

Далее, с помощью неравенства Беллмана, доказана следующая теорема о единственности в целом решения почти всюду задачи (1)-(3).

Теорема 1. Пусть

1. $F(t,x,u_1,...,u_6)\in C([0,T]\times[0,\pi]\times(-\infty,\infty)^6)$.
2. $\forall R>0$ в $[0,T]\times[0,\pi]\times[-R,R]^2\times(-\infty,\infty)\times[-R,R]^2\times(-\infty,\infty)$

$$|F(t,x,u_1,...,u_6)-F(t,x,\tilde{u}_1,...,\tilde{u}_6)|\le C_R,\quad \sum_{i=1}^{6}|u_5-\tilde{u}_5|,$$

где $C_R>0$ - постоянная. Тогда задача (1)-(3) не может иметь более одного решения почти всюду.

Комбинированием обобщённого принципа сжатых отображений с принципом Шаудера о неподвижной точке доказана следующая теорема существования в малом (т.е. справедливая при достаточно малых значениях T) решения почти всюду задачи (1)-(3).

Теорема 2. Пусть

1. $\varphi(x)\in C^{(1)}([0,\pi]),\ \varphi''(x)\in L_2(0,1)\quad и\quad \varphi(0)=\varphi(\pi)=0;$
   $\psi(x)\in C^{(1)}([0,\pi]),\ \psi''(x)\in L_2(0,1)\quad и\quad \psi(0)=\psi(\pi)=0$.
2. $F(t,x,u_1,...,u_6)\in C([0,T]\times[0,\pi]\times(-\infty,\infty)^6)$
3. $\forall R>0$ в $[0,T]\times[0,\pi]\times[-R,R]^2\times(-\infty,\infty)\times[-R,R]^2\times(-\infty,\infty)$
   $|F(t,x,u_1,u_2,u_3,u_4,u_5,u_6)-F(t,x,u_1,u_2,\tilde{u}_3,u_4,u_5,\tilde{u}_6)|\le C_R\cdot(|u_3-\tilde{u}_3|+|u_6-\tilde{u}_6|)$, где $C_R>0$ – постоянная. Тогда существует в малом решение почти всюду задачи (1)-(3).

Литература

1. Худавердиев К.И., Намазов Ф.М. Исследование одномерной смешанной задачи для одного класса полулинейных симметрично регуляризованных уравнений длинных волн. Баку: АзТУ, 2011, 184 с.

НЕКОТОРЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ для СУММ И РЯДОВ ВИДА $\sum_j a_j x^j$

Рагимова З. Н.

Сумгаитский государственный технический колледж, Азербайджан

Ziba.sdtk@mail.ru

В главах 4 и 5 $[1]$ помещены некоторые конечные суммы и ряда, содержащие элементарные функции. Несмотря на то, что они достаточно систематизированы, но не удобны при постановках некоторых практических задач и требуют либо усовершенствования, либо дополнения новыми преобразованиями. Так, нами были получены преобразования конечных сумм

$$\sum_{j=1}^{l-1-n}\prod_{i=1}^{n}(j+n-i)x^j=\frac{n!}{(1-x)^{n+1}}\left\{x-x^l+\sum_{p=1}^{n}\frac{1}{(n-p+1)!}\prod_{j=1}^{n-p+1}(l-j)\frac{x^{l-n+p-1}}{(1-x)^{p-n-1}}\right\} \tag{1}$$

и

$$\sum_{n=1}^{l-1}\frac{1}{n!}\sum_{j=1}^{l-1-n}\prod_{i=1}^{n}(j+n-i)x^{j+n}=\frac{x^2\left(1-x^{l-1}\right)}{(1-x)(1-2x)}-\frac{x^l}{1-2x}\sum_{n=1}^{l-1}\frac{1}{n!}\prod_{j=1}^{n}(l-j). \quad (2)$$

Только при помощи преобразований можно получить преобразования конечных сумм вида:

$$\sum_{j=1}^{l-1}\left(\left[1+\sum_{n=1}^{l-1}\frac{1}{n!}\prod_{i=1}^{n}(j-i)\right]x^j\right)=\frac{x}{1-2x}-\frac{x^l}{1-2x}\left[1+\sum_{n=1}^{l-1}\frac{1}{n!}\prod_{i=1}^{n}(l-i)\right], \quad (3)$$

где x - любое число, и рядов:

$$\sum_{j=l+1}^{\infty}\left(\left[1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}\prod_{i=1}^{n}(j-i)\right]x^j\right)=\frac{2x^{l+1}}{1-2x}\left[1+\sum_{n=1}^{l-1}\frac{1}{n!}\prod_{i=1}^{n}(l-i)\right], \quad (4)$$

где $x<1$.

Преобразования (3) и (4) могут быть использованы, например, в макроскопической теории распространения света в двумерно-периодических структурах при построении самосогласованной системы уравнений для дипольных моментов атомов. Это позволило бы: 1) рассчитать законы дисперсии объемных светоэкситонов в поверхностных слоях кристаллов; 2) построить тензор диэлектрической проницаемости ограниченных кристаллов; 3) решить задачу отражения и преломления волн в окрестности частот экситонного поглощения, связавши амплитуды основных и дополнительных световых волн, не определяя предварительно дополнительных граничных условий [2].

В заключение отметим, что задача преподавателя – научить студента, будущего специалиста, при решении практических задач творческому мышлению и анализу: от частного к общему, от общего к частному и т.д., разрабатывать рекуррентные формулы и получать, например, новые преобразования сумм и рядов.

Литература

1. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. –М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. Лит., 1981.
2. Агранович В.М., Гинзбург В.Л. Кристаллооптика, учет пространственной дисперсии и теория экситонов. –М.: Наука, 1986.

ОБ ОДНОЙ МИНИМАКСНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМАМИ ГУРСА-ДАРБУ

Рамазанова Г.Ш., Мансимов К.Б.

Институт систем управления НАН Азербайджана, Бакинский государственный университет, Азербайджан

kamilbmansimov@gmail.com

В докладе рассматривается задача о минимуме функционала

$$S(u)=\max_{y\in Y}\varphi(z(t_1,x_1),y), \quad (1)$$

при ограничениях

$$u(t,x)\in U\subset R^r, \quad (t,x)\in D=[t_0,t_1]\times[x_0,x_1], \quad (2)$$

$$z_{tx}=f(t,x,z,u), \quad (t,x)\in D, \quad (3)$$

$$\begin{gathered} z(t_0,x)=a(x), \quad x\in[x_0,x_1], \\ z(t,x_0)=b(t), \quad t\in[t_0,t_1], \\ a(x_0)=b(t_0). \end{gathered} \quad (4)$$

Здесь $Y\subset R^m$ – конечное множество m-мерных векторов y, U – заданное непустое и ограниченное множество, $a(x)$, $b(t)$ – заданные n-мерные абсолютно непрерывные вектор-функции, $f(t,x,z,u)$ – заданная n-мерная вектор-функция непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по z до второго порядка включительно, $\varphi(z,y)$ – заданная скалярная функция непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по z до второго порядка включительно, $u(t,x)$ – r-мерный измеримый и ограниченный вектор управляющих воздействий (допустимое управление). Задачи оптимального управления системами Гурса-Дарбу с гладким критерием качества изучены многими авторами (см. напр. [1-4]).

Для задачи (1)-(4) (задача на минимакс) изучен случай вырождения принципа максимина [4, 5]. Выведены необходимые условия оптимальности особых в смысле принципа максимина [4, 5] управлений.

Литература

1. Егоров А.И. Об оптимальном управлении процессами в некоторых системах с распределенными параметрами // Автоматика и телемеханика. 1964, № 5, с. 613-623.
2. Плотников В.И., Сумин В.И. Оптимизация объектов с распределенными параметрами, описываемые системами Гурса-Дарбу. Журн. Вычисл. мат. и мат. физики. 1972, № 1, с. 61-67.
3. Васильев О.В., Срочко В.А., Терлецкий В.А. Методы оптимизации и их приложения. Ч. 2. Н. Наука, 1990, 191 с.
4. Мансимов К.Б., Марданов М.Дж. Качественная теория оптимального управления системами Гурса-Дарбу. Баку. ЭЛМ. 2010, 360 с.
5. Альсевич В.В. Необходимые условия оптимальности для минимаксиных задач оптимизации Дифференц. уравнения. 1976, № 8, с. 1384-1391.

ИСХОДНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ ОТДЕЛЬНЫХ ФАЗ СМЕСИ

Рустамова К.Ф.

Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

kama_faiq@mail.ru

Рассмотрим двухфазную смесь, состоящую из твердых частиц, капель или пузырей с несущей фазой (газом, паром или жидкостью). Нижний индекс $i=1$ будем относить к параметрам несущей фазы, а $i=2$-к параметрам несомой (взвешенной) фазы. В соответствии с принятыми обозначениями ρ_1 и ρ_2-истинные плотности веществ несущей и дисперсной фаз, $\varphi_1 = 1-\varphi$ и $\varphi_2 = \varphi$-соответственно их объемные концентрации. Пусть n число частиц дисперсной фазы в единице объема смеси (или числовая концентрация), тогда имеем

$$\varphi_2 = \varphi = n\left(4\pi a^3\right)/3,\ \varphi_1 = 1-\varphi \tag{1}$$

где a-размер твердых частиц, капель и пузырька, φ-объемная концентрация дисперсных частиц.

При этом приведенные (парциальные) плотности фаз ρ_{ni}, характеризующие массы фаз в единице объема смеси и в сумме определяющие плотность смеси ρ, равны

$$\rho_{n_1} = \rho_1\varphi_1 = \rho_1(1-\varphi), \rho_{n_2} = \rho_2\varphi_2 = \rho_2\varphi, (\varphi_1+\varphi_2=1), \rho = \rho_{n_1}+\rho_{n_2} \tag{2}$$

Выпишем дифференциальные уравнения переноса массы, импульса и энергии для отдельных фаз

1. Уравнения переноса массы, для несущей (жидкой или газовой) фазы

$$\frac{d}{dt}\left[\rho_1(1-\varphi)\right] + \rho_1(1-\varphi)\nabla\vec{u}_1 = q_1 - \chi \tag{3}$$

для несомой фазы

$$\frac{d}{dt}(\rho_2\varphi) + \rho_2\varphi\nabla\vec{u}_2 = q_2 + \chi \tag{4}$$

2. Уравнения динамики, для несущей фазы

$$\rho_1(1-\varphi)\left(\frac{\partial\vec{u}_1}{\partial t} + (\vec{u}_1\nabla)\vec{u}_1\right) = \rho_1(1-\varphi)\vec{F}_1 + \nabla\left[(1-\varphi)\vec{\sigma}_1\right] - \vec{R} + (\vec{u}_{*1}-\vec{u}_1)q_{*1} + (u_1 - u_\chi)\chi \tag{5}$$

для несомой фазы

$$\rho_2\varphi\left(\frac{\partial \vec{u}_2}{\partial t}+(\vec{u}_2\nabla)\vec{u}_2\right)=\rho_2\varphi\vec{F}_2+\nabla[\varphi\vec{\sigma}_1]+\vec{R}+(\vec{u}_{*2}-\vec{u}_2)q_{*2}+(u_2-u_\chi)\chi \quad (6)$$

3. Уравнения энергии, для несущей фазы

$$\rho_1(1-\varphi)\left(\frac{\partial E_1}{\partial t}+(\vec{u}_1\nabla)E_1\right)=\rho_1(1-\varphi)\vec{F}_1\vec{u}_1+\nabla[(1-\varphi)\vec{\sigma}_1\vec{u}_1]- \\ -N+Q^*+\nabla\left[(1-\varphi)\vec{q}_1^{\,*}\right]+(E_{*1}-E_1)q_{*1}+(E_1-E_\chi)\chi \quad (7)$$

для несомой фазы

$$\rho_2\varphi\left(\frac{\partial E_2}{\partial t}+(\vec{u}_2\nabla)E_2\right)=\rho_2\varphi\vec{F}_2\vec{u}_2+\nabla[\varphi\vec{\sigma}_2\vec{u}_2]+ \\ +N-Q^*+\nabla\left(\varphi\vec{q}_2^{\,*}\right)+(E_{*2}-E_2)q_{*2}+(E_\chi-E_2)\chi \quad (8)$$

где $E_i=e_i+u_i^2/2; E_{*i}=e_{*i}+u_{*i}^2/2; E_\chi=e_\chi+u_\chi^2/2, i=1,2$.

В уравнениях движения фаз (3)-(8): $\vec{u}_1,\vec{u}_2$-скорости несущей и несомой фаз; q_{*1},q_{*2}-удельная присоединяемая (или отсоединяемая) масса фаз; χ-удельная масса фазового перехода несущей фазы в несомую; $\vec{u}_{*1},\vec{u}_{*2}$-скорости присоединяемой (или отсоединяемой) массы фаз; $\vec{u}_\chi$-скорость масс фазового перехода; $\vec{F}_1,\vec{F}_2$-удельный вектор (отнесенные к единице объема) массовых сил, действующие на фазы; $\vec{\sigma}_1,\vec{\sigma}_2$-удельный тензор (рассчитанный на единицу площади) напряжения поверхностных сил, действующие на фазы; $\vec{R}$-удельный вектор (отнесенный к единице объема) межфазных сил; N-удельная мощность межфазных сил; $\vec{q}^{\,*}$-вектор удельного теплового потока к фазам; Q^*-количество теплоты, воспринимаемое несущей фазой от несомой в единице объема; E_1,E_2-удельные энергии (равная сумма внутренней и кинетической энергии) фаз; E_*,E_χ-удельные энергии присоединяемой (или отсоединяемой) массы и фазовых переходов.

Из системы уравнений движения для отдельных фаз смеси (3)-(8), получим замкнутые системы уравнений для описания движения жидкости (или газа) с взвешенными твердыми частицами и газо - и парожидкостных систем.

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНОЙ ДИССИПАЦИЕЙ И НЕЛИНЕЙНЫМ ИСТОЧНИКОМ

Рустамова С.О.
Институт математики и механики НАН Азербайджана, Азербайджан

Рассмотрим смешанную задачу для гиперболических уравнений с нелинейной диссипацией

$$u_{i\,tt}+(-1)^{k_i}\Delta^{k_i}u_1+\alpha_i|u_{i\,t}|^{r_i-1}u_{i\,t}=g_i(u_1,u_2)\quad x\in\Omega,\ \ t>0, \quad (1)$$

$$u_i(0,x)=\varphi_i(x),\ \ u_{it}(0,x)=\psi_i(x),\ \ x\in\Omega,\ \ i=1,2\ , \quad (2)$$

$$\Delta^s u_i(t,x)=0,\ \ t>0,\ \ x\in\Gamma, s=1,2,...,k_i-1,\ \ i=1,2, \quad (3)$$

где $\Omega\subset R^n$ ограниченная область с гладкой границей Γ, $(t,x)\in R_+\times\Omega$, $\alpha_j>0,\ r_j\ge 1,\ j=1,2,\ 0<k_1\le k_2$, $g_i(u_1,u_2)=a_i|u_1+u_2|^{p_1+p_2}(u_1+u_2)+b_i|u_i|^{p_i-1}|u_j|^{p_j+1}u_i$, $a_i,b_i,\ p_i\in R\quad i,j=1,2,\ i\ne j$.

Теорема. Предположим, что

$\lambda=\dfrac{a_1(p_1+1)}{b_1}=\dfrac{a_2(p_2+1)}{b_2}$, $\ a_i<0,\ \ b_i<0,\ \ i=1,2$ или $p_1+p_2\le\min\{r_1,r_2\}$, $p_1\ge 0,\ \ p_2\ge 0$.Если

$k_1 < \dfrac{n}{2}$ то дополнительно предположим, что $p_1 + p_2 \le \dfrac{2k_1}{n-2k_1}$. Тогда при любых

$\varphi_i(x) \in \hat{W}_2^{k_i}(\Omega)$, $\psi_i(x) \in L_2(\Omega)$, $i = 1,2$

задача (1)-(3) имеет единственное решение $(u_1(t,x), u_2(t,x))$,где $u_i(.) \in C([0,T); \hat{W}_2^{k_i}(\Omega))$, $u_{it}(.) \in C([0,T); L_2(\Omega)) \cap L_{m_i+1}([0,T] \times \Omega)$, $i = 1,2$.

В случае когда аналогичный результат был получен в работе [1].

Литература

1.Aliev A.B., Rustamova S.O., Global existence, asymptotic behavior and blow-up of solutions for mixed problem for the coupled wave equations with nonlinear damping and source terms, Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan Volume 42, Number 2, 2016, Pages 188–201

ОБ АСИМПТОТИКЕ РЕЩЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ НЕКЛАССИЧЕСКОГО ТИПА ПРОИЗВОЛЬНОГО НЕЧЕТНОГО ПОРЯДКА

Сабзалиева И. М.
Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности, Азербайджан
sabzalievm@mail.ru

В $D = \{(t,x) | 0 \le t \le 1, 0 \le x \le 1\}$ рассматривается следующая краевая задача

$$(-1)^m \varepsilon^{2m} \frac{\partial^{2m+1} U}{\partial t^{2m+1}} - \varepsilon \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + F(t,x,U) = 0, \tag{1}$$

$$U\Big|_{t=0} = \frac{\partial U}{\partial t}\Big|_{t=0} = \ldots = \frac{\partial^m U}{\partial t^m} = 0, (0 \le x \le 1), \tag{2}$$

$$\frac{\partial^{m+1} U}{\partial t^{m+1}}\Big|_{t=1} = \frac{\partial^{m+2} U}{\partial t^{m+2}}\Big|_{t=1} = \ldots = \frac{\partial^{2m} U}{\partial t^{2m}}\Big|_{t=1} = 0,\ (0 \le x \le 1). \tag{3}$$

$$U\Big|_{x=0} = U\Big|_{x=1} = 0,\ (0 \le t \le 1), \tag{4}$$

где $\varepsilon > 0$ – малый параметр, $F(t,x,u)$ – заданная функция. Предполагается, что $F(t,x,u)$ удовлетворяет условиям

$$F(t,x,0) \not\equiv 0 \quad \text{при } (t,x) \in D, \tag{5}$$

$$\frac{\partial F(t,x,U)}{\partial U} \ge tg^2 > 0,\ \ (t,x,U) \in D \times (-\infty,+\infty). \tag{6}$$

Целью в этой работе является построение полной асимптотики по малому параметру решения задачи $(1)-(4)$.

Доказана следующая основная теорема.

Теорема. Предположим, что $F(t,x,U) \in C^{2m+2n+2}\{D \times (-\infty,\infty)\}$, удовлетворяются условия $(5),(6)$, функция $F(t,x,U)$ и ее производные до $(2m+2n+2)$ – гопорядка включительно обращаются в ноль при $t = x,\ U = 0,\ (t,x) \in D,$ при $t = 1,\ x = 0,\ U = 0,\ t = 0, x = 1, U = 0.$ Тогда для решения задачи $(1)-(4)$ справедливо асимптотическое представление

$$U = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon i W_i + \sum_{s=0}^{n+m-1} \varepsilon^{1+s} \eta_s + \sum_{s=0}^{n+m-1} \varepsilon^{1+m+s} \psi_s + \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j V_j + \varepsilon^{n+1} z,$$

где функции W_i определяются первым итерационным процессом, η_s, ψ_s, V_j суть функции типа пограничных слоев вблизи границ $\{(t,x)|t=0, 0\le x\le 1\}, \{(t,x)|t=1, 0\le x\le 1\}$, $\{(t,x)|0\le t\le 1, x=1\}$ соответственно, которые определяются другими итерационными процессами, $\varepsilon^{n+1}z$ — остаточный член, причем для функции z справедлива оценка

$$\varepsilon^m \left\| \left. \frac{\partial mz}{\partial t^m} \right|_{t=1} \right\|_{L_2(0,1)} + \varepsilon^{\frac{1}{2}} \left\| \frac{\partial z}{\partial x} \right\|_{L_2(D)} + c_1 \|z\|_{L_2(D)} \le c_2 ,$$

где $c_1 > 0,\ c_2 > 0$ — постоянные, не зависящие от ε.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ МНОГОСЛОЙНЫХ ВЯЗКО-УПРУГИХ СТЕРЖНЕЙ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ КРАЕВЫХ УСЛОВИЯХ

Фатуллаева Л. Ф.
Бакинский государственный университет, Азербайджан
_laura_fat@rambler.ru_

В работе исследуется предельное состояние сжатых многослойных стержней, реологическое поведение, которых записывается посредством линейных соотношений наследственной теории упругости [1], которая достаточно хорошо описывает поведение полимерных материалов, армированных пластиков и даже металлов при умеренных напряжениях.При постановке технических задач могут иметь место разнообразные виды закреплений, что приводит к необходимости формулировок различных краевых условий на торцах стержня.В этой связи здесь преследуется цель выявить влияние краевых условий, соответствующих жесткому, комбинированному и шарнирному защемлениям на критическое время устойчивости.

Введем в рассмотрение прямоугольный в плане стержень длиной l и толщиной $2h$. Теперь перейдем к описанию математической модели стержня. Для этого предположим, что он составлен из s чередующихся различных по толщине слоев с различными модулями упругости E_{k+1} и функциями ползучести $D_{k+1}\{(t-\tau),\ \sigma(\tau)\}$ $[k=0, 1,...,\ (s-1)]$, которые в дальнейшем будем считать линейными относительно напряжения σ [2]:

$$D_{k+1}\{(t-\tau),\ \sigma(\tau)\} = F'_{k+1}(t-\tau)\sigma(\tau),$$

где штрих означает дифференцирование по $t-\tau$.При этом, полагаем, что раздел слоев осуществляется параллельно боковым граням стержня. Толщину каждого слоя обозначим через $\delta_k\ (k=1,\ 2,...,\ s)$. Таким образом, $\delta_1+\delta_2+...+\delta_s=2h$-есть полная толщина стержня. Условия контакта между слоями пакета заключаются в их жестком сцеплении. Из этого следует равенство на них перемещений, напряжения и отсутствие взаимного давления слоев. В дальнейшем будем руководствоваться гипотезами плоских сечений Кирхгофа-Лява, при которых вышеуказанные допущения выполняются автоматически. При сделанных оговорках стержень можно считать монолитным и тем самым записать физическое уравнение для пакета в целом в виде одного равенства:

$$\varepsilon^{\Phi} = \frac{\sigma}{E_{k+1}} + \int_0^t F'_{k+1}(t-\tau)\,\sigma(\tau)d\tau , \qquad a_k \le z \le a_{k+1} \tag{1}$$

где

$$a_k = -h + \sum_{i=0}^{s} \delta_i\ (\delta_0 = 0). \tag{2}$$

Для дальнейших целей конкретизируем вид функции ползучести, задав ее в экспоненциальной форме

$$F'_{k+1}(t-\tau) = \frac{A_{k+1}}{E_{k+1}} e^{-\alpha(t-\tau)},$$

где A_{k+1} - коэффициент ползучести, а показатель ползучести α одинаков для всех слоев пакета.

Рассмотрим теперь задачу об устойчивости выбранного нами сжатого силой N стержня. Поставленные в работе задачи решаются вариационным методом смешанного типа в сочетании с методом Релея-Ритца [3, 4].После громоздких математических преобразований, получается аналитическое выражение для критического времени. В качестве примера рассматривается поведение трехслойного стержня, обладающего следующей периодической структурой: $E_1 = E_3$, $\delta_1 = \delta_2$, $A_1 = A_3$. Введем дополнительные обозначения:

$$E = \frac{E_1}{E_2}, \quad \mu = \frac{A_2}{A_1}, \quad k = \frac{\delta_2}{\delta_1}.$$

После численного анализа, выявлены влиянияvидов закреплений торцов стержня и физических, геометрических параметров на значение критического времени. На основе численных анализов, можно сделать следующие выводы: 1) критическое время при жестком опирании больше, чем при комбинированном и шарнирном защемлении;2) увеличение отношения модулей упругости (E) существенно увеличивает критическое время устойчивости;3) в зависимости от k (с его увеличением) наблюдается увеличение значений критического времени;4) с увеличением параметра μ уменьшаются значения критического времени.

Литература

1. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977, 383 с.
2. Амензаде Р.Ю., Киясбейли Э.Т. О точности линейного распределения напряжения в задачах выпучивания многослойных стержней // Докл. АН Азербайджана, 2000, № 4-6, с. 72-77.
3. Амензаде Р.Ю., Ахундов М.Б. Вариационный метод механики гетерогенных нелинейно вязко-упругих твердых тел // Докл. РАН, 2006, т. 410, № 1, с. 45-48.
4. Абдуллаев Ф.А., Амензаде Р.Ю., Киясбейли Э.Т. Устойчивость многослойных стержней при различных видах закреплений // Вестник БГУ, 2001, № 1, с. 131-141.

РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ИНТЕРВАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Хазиев Ф.М., Гаврикова Ю.В., Имангулов Э.А.

ФГБОУ ВПО «Филиал Уфимского государственного технического университета», Россия

juliannavl@yandex.ru

Дифференциальные уравнения широко используются для решения различных классов прикладных задач. Большая часть прикладных задач описывается сложными системами дифференциальных уравнений, не имеющими аналитического решения. Естественной потребностью для таких задач, является получение внешней интервальной оценки решения по известным интервальным значениям начальных условий или параметров.

Для решения дифференциальных уравнений с интервальными параметрами была реализована программа, позволяющая решать их и оценивать это решение с помощью верхней и нижней оценок. Данная программа реализована на основе численного метода Рунге – Кутта и адаптирована к решению ОДУ в интервальных данных.

В программе реализован пример решения дифференциального уравнения **y'=-2y**, [-0.1, 0.1] - интервал, содержащий начальное значение аргумента, [0.9, 1.1] - интервал, содержащий соответствующее значение функции.

1, [-0.1, 0.1], [0.9, 1.1]

2, [-0.0500000000, 0.1500000001], [0.7735936719, 1.002042108]

3, [-1.00000000110^{-11}, 0.2000000002], [0.6565174835, 0.9175087993]

4, [0.04999999998, 0.2500000003], [0.5475471439, 0.8457648476]

5, [0.09999999997, 0.3000000004], [0.4454354435, 0.7862369336]

6, [0.1499999999, 0.3500000005], [0.3489172205, 0.7384308711]

7, [0.1999999998, 0.4000000006], [0.2567098947, 0.7019461866]

8, [0.2499999997, 0.4500000007], [0.1675097524, 0.6764885066]

9, [0.2999999996, 0.5000000008], [0.07998414693, 0.6618802318]

10, [0.3499999995, 0.5500000009], [-0.007240285471, 0.6580699672]

11, [0.3999999994, 0.6000000010], [-0.09559340234, 0.6656485446]

12, [0.4499999993, 0.6500000011], [-0.1866502665, 0.6853287291]

13, [0.4999999992, 0.7000000012], [-0.2821565547, 0.7178256920]

14, [0.5499999991, 0.7500000013], [-0.3840418844, 0.7641369747]

15, [0.5999999990, 0.8000000014], [-0.4944766506, 0.8255932676]

16, [0.6499999989, 0.8500000015], [-0.6159447743, 0.9039246206]

17, [0.6999999988, 0.9000000016], [-0.7513379265, 1.001347934]

18, [0.7499999987, 0.9500000017], [-0.9040793582, 1.120684073]

19, [0.7999999986, 1.000000003], [-1.078289364, 1.265516791]

По данному решению можно построить график решений, позволяющий наблюдать нам за оценкой решения данного уравнения.

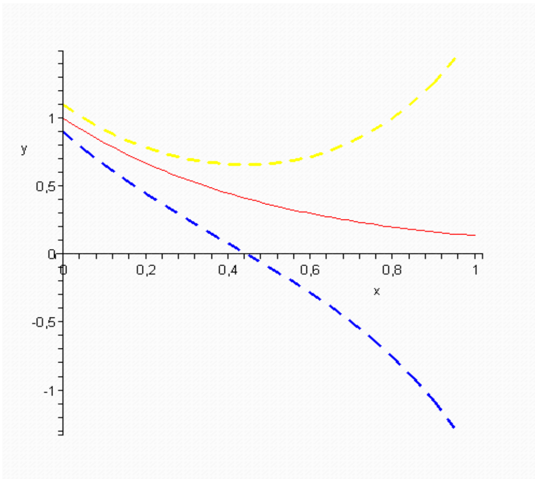


Рис.1

На рисунке 1 красная линия - график решения, синяя и желтая линии - нижняя и верхняя оценки решения. Из рисунка можно видеть, что оценки решения экспоненциально разваливаются, т.е. наблюдается так называемый эффект Мура.

Литература

1. Гаврикова Ю.В., Васильева Н.С., Макаров С.Е.Моделирование процессов оптимизации в химико-технологической среде // Труды II Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Стерлитамак: 2013. С. 210 – 213.
2. Гаврикова Ю.В. , Галиуллина К.А. , Куприянов А. О.Оптимизация технологий автоматизированных систем управления // «Информационные технологии. Проблемы и решения»: материалы всероссийской научно-практической конференции./ редкол.: Ф.У. Еникеев и др. – Уфа: Изд.- во УГНТУ, 2013. С.
3. Гаврикова Ю.В. , Галиуллина К.А. , Куприянов А. О. Оптимизация технологий автоматизированных систем управления: «Информационные технологии. Проблемы и решения»: материалы всероссийской научно-практической конференции./ редкол.: Ф.У. Еникеев и др. – Уфа: Изд.- во УГНТУ, 2013. С. 314
4. Хазиев Ф.М.,Гаврикова Ю.В. Математика, Часть 2 – Салават: Изд-во УГНТУ, 2016. - 132с.

О ФУНКЦИИ ГРИНА ОПЕРАТОРНО – ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА НА КОНЕЧНОМ ОТРЕЗКЕ

Шахбазова Г.Л.

Шемахинский филиал Азербайджанского государственного педагогического университета, Азербайджан

adpu.dekanliq@bk.ru

Пусть H – сепарабельное гильбертово пространство. Обозначим через H_1 гильбертово пространство сильно измеримых на отрезке $[o,\pi]$ функций $f(x)$ со значениями из H, для которых $\int_o^\pi \|f(x)\|_H^2 dx < \infty$ скалярное произведение элементов $f(x), g(x) \in H_1$ определяется равенством $[f,g]_{H_1} = \int\limits_o^\pi (f(x), g(x))_H dx$

В пространстве $H_1 = L_2[H; o \le x \le \pi]$ рассмотрим оператор L порожденный дифференциальным выражением

$$l(y) = (-1)^n y^{(2n)} + \sum_{j=2}^{2n} Q_j(x) y^{(2n-j)}, \quad o \le x \le \pi \tag{1}$$

И граничными условиями тна Штурма

$$\begin{cases} B_j y\Big|_{x=o} = y^{(l_j)}(o) + \sum\limits_{m=1}^{l_j} \alpha_m^{(l_j)} y^{(l_j - m)}(o) = o \\ \widetilde{B}_j y\Big|_{x=\pi} = y^{(\widetilde{l}_j)}(\pi) + \sum\limits_{m=1}^{\widetilde{l}_j} \beta_m^{(\widetilde{l}_j)} y^{(\widetilde{l}_j - m)}(\pi) = o \end{cases} \tag{2}$$

Здесь $o \le l_1 < l_2 < \ldots\ldots < l_n \le 2n-1,$ $o \le \widetilde{l}_1 < \widetilde{l}_2 < \ldots < \widetilde{l}_n \le 2n-1,$ $j = \overline{1,n}$., $y \in H_1$ и производные понимаются в сильном смысле. Везде через $Q(x)$ будем обозначать $Q_{2n}(x)$.

Пусть D' совокупность всех функций вида $\sum\limits_{k=1}^{p} \varphi_k(x) f_k$, где $\varphi_k(x)$ финитные, 2n раз непрерывно дифференцируемые скалярные функции и $f_k \in D(Q)$.

Определим оператор L', порожденный выражением (1) и граничными условиями (2) с областью определения D'. При выполнении определенных условий оператор L' является положительным симметрическим оператором в пространстве H_1.

Будем предполагать, что замыкание L оператора L' является самосопряженным и полуограниченным снизу оператором в H_1.

В данной работе изучается функция Грина оператора L. Заметим, что функция Грина уравнения Штурма–Лиувилля с самосопряженным операторным коэффициентом впервые изучена Б.М.Левитаном [1]. Функция Грина и асимптотическое поведение собственных значений оператора L, порожденног выражением $l(y) = -(P(x)y')' + Q(x)y$ в самосопряженном случае изучено Э.Абдукадыровым [2].

Функция Грина и асимптотическое поведение собственных значений операторного уравнения высокого порядка, заданного на всей оси исследована М.Байрамоглы [3]. Случай полуоси рассмотрен в работае Г.И.Асланова [4], Граничные задачи для полигармонических абстрактных операторов рассмотрен Г.Д.Оруджевым [5].

Относительно коэффициентов оператора L будем предпологать следующее:

1. Операторы $Q(x)$ для почти всех $x \in [o,\pi]$ самосопряжены в H. Существует общее для всех x множество $D\{Q(x)\}$, на котором операторы $Q(x)$ определены и симметричны (таким образом мы допускаем, что операторы $Q(x)$ могут быть неограниченными в H).

2. Операторы $Q(x)$ равномерно снизу ограничены, т.е. для всех $f \in D$ выполняется неравенство $(Q(x)f, f) > c(f,f)$, $c > o$,

3. Для $|x-\xi| < 1$ $\|[Q(\xi) - Q(x)]Q^{-a}(x)\| < A|x-\xi|$, где $o < a < \frac{2n+1}{2n}$, $A > o$ $\left\|Q^{-\frac{1}{2n}}(x) \cdot Q^{\frac{1}{2n}}(\xi)\right\| < c_1$, $\left\|Q^{\frac{1}{2n}}(x) \cdot Q^{-\frac{1}{2n}}(\xi)\right\| < c_2$, c_1, c_2 - положительные постоянные

4. Для $|x-\xi|>1 \left\| Q(\xi)\bullet\exp\left[-\frac{Jm\omega_1}{2}|x-\xi| Q^{\frac{1}{2n}}(x)\right]\right\| < B$ где $Jm\,\omega_1 = \min_i \{Jm\omega_1 > 0,\ \omega_i^{2n} = -1\}$, $B = const > 0.$

5. $\left\| Q_j(x) Q^{\frac{1-j}{2n}+\varepsilon}(x) \right\| < c$, $j = 1,2,\dots,2n-1$, $\varepsilon > o$.

Некоторые другие ограничения на $Q(x)$ будут указаны в дальнейшем, по мере того как они понадобятся. Основым результатом настоящей работы является следующая теорема.

ТЕОРЕМА. Если выполнены условия 1) -5), то для достаточно больших $\mu > o$ обратный оператор $R\eta = (L+\mu E)^{-1}$, являющийся интегральным оператором с операторным ядром $G(x,\eta,\mu)$, которое будем называть (операторной) функцией Грина оператора L . $G(x,\eta,\mu)$, есть операторная функция в Н которая зависит от двух переменных x и η $(0 \le x,\eta \le \pi)$ и параметра μ и удовлетворяет условиям:

а) $\frac{\partial^k G(x,\eta,\mu)}{\partial \eta^k}$, $k = \overline{0,2n-2}$ сильно непрерывна по переменным (χ,η):

б) Существует сильная производная $\frac{\partial^{2n-1} G(x,\eta,\mu)}{\partial \eta^{2n-1}}$, причем

$$\frac{\partial^{2n-1} G(x,x+0;\mu)}{\partial \eta^{2n-1}} - \frac{\partial^{2n-1} G(x,x-0;\mu)}{\partial \eta^{2n-1}} = (-1)^n E$$

в) $(-1)^n \frac{\partial^{2n} G}{\partial \eta^{2n}} + \sum_{j=2}^{2n} G_\eta^{(2n-j)}(x,\eta;\mu)\, Q_j(\eta) + \mu G(x,\eta;\mu) = 0$

$$B_j G\big|_{\eta=0} = \left[\frac{\partial^{l_1} G}{\partial \eta^{l_1}} + \sum_{n=1}^{l_j} \alpha_n^{(l_j)} \frac{\partial^{l_j - n} G}{\partial \eta^{l_j - n}}\right]_{\eta=0} = 0$$

$$\tilde{B}_j G\big|_{\eta=0} = \left[\frac{\partial^{\tilde{l}_1} G}{\partial \eta^{\tilde{l}_1}} + \sum_{n=1}^{\tilde{l}_j} \beta_n^{(\tilde{l}_j)} \frac{\partial^{\tilde{l}_j - n} G}{\partial \eta^{\tilde{l}_j - n}}\right]_{\eta=0} = 0$$

г) $G^*(x,\eta;\mu) = G(\eta,x;\mu)$

д) $\int_0^\pi \| \ G(x,\eta,\mu) \ \|_H^2 d\eta < \infty$

Сначала построим функцию Грина оператора L_0, порожденного выражением

$$l_0(y) = (-1)^n y^{(2n)} + Q(x)y + \mu y \tag{3}$$

и граничными условиями

$$\begin{cases} B_j y\big|_{x=0} = 0 \\ \tilde{B}_j y\big|_{x=\pi} = 0 \end{cases} \tag{4}$$

Как известно [1], функция Грина $G_0(x,\eta,\mu)$ оператора L_0 удовлетворяет следующему интегральному уравнению:

$$G_0(x,\eta,\mu) = G_1(x,\eta,\mu) - \int_0^n G_1(x,\xi;\mu)\,[Q(\xi)-Q(x)]\,G_0(\xi,x;\mu)\, d\xi \tag{5}$$

где $G_1(x,\eta,\mu)$ функция Грина следующей задачи:

$$(-1)^n y^{(2n)} + Q(\xi)y + \mu y = \delta(x-\xi) \tag{6}$$

$$\begin{cases} B_j y\big|_{x=0} = 0,\ j = \overline{1,n} \\ \tilde{B}_j y\big|_{x=\pi} = 0,\ j = \overline{1,n} \end{cases}$$

Здесь ξ фиксированная точка из отрезка $[0,\pi]$. Функция Грина $G_1(x,\eta,\xi;\mu)$ задачи (6)–(4) представляется в виде

$$G_1(x,\eta,\xi;\mu)=g(x,\eta,\xi,\mu)+V(x,\eta,\xi,\mu) \qquad (7)$$

где $g(x,\eta,\xi,\mu)$ функция Грина уравнения (6) на всей оси.Она имеет вид:

$$g(x,\eta,\xi,\mu)=\frac{\rho^{1-2n}}{2ni}\sum_{p=1}^{n}\omega_p e^{i\varpi_k\rho|x-\eta|} \qquad (8)$$

где $\rho=\left[Q(\xi)+\mu E\right]^{\frac{1}{2n}}$.

Здесь ω_k - корни из (-1) степени 2n, лежащие в верхней полуплоскости. Функция $V(x,\eta,\xi,\mu)$ является решением однородного уравнения

$$(-1)^n V^{(2n)}+Q(\xi)V+\mu V=0 \qquad (9)$$

удовлетворяющего граничным условиям:

$$\begin{cases} B_j V(x,\eta,\xi,\mu)\big|_{x=0}=-B_j g(x,\eta,\xi,\mu)\big|_{x=0},\ j=\overline{1,n} \\ \widetilde{B}_j V(x,\eta,\xi,\mu)\big|_{x=\pi}=-\widetilde{B}_j g(x,\eta,\xi,\mu)\big|_{x=\pi},\ j=\overline{1,n} \end{cases} \qquad (10)$$

Для общего решения уравнения (9) получаем

$$V(x,\eta,\xi;\mu)=\frac{p^{1-2n}}{2ni}\sum_{k=1}^{2n}A_k(\eta,\xi,\mu)e^{i\varpi_k\rho x} \qquad (11)$$

Литература

1. Левитан Б.М.Иеследование функции Грина уравнения Штурма – Лиувилля с операторным коэффициентом. Матеем. сб. 76 (118), №2, 1968, стр 239-270
2. Абдукадыров Е. О функции Грина уравнения Штурма – Лиувилля с операторным коэффициентами. Доклады АН ССР, Т.195, №=3, 1970, стр 519-522
3. Байрамоглы М. Асимптотика числа собственных значений обыкновенных дифференциальных уравнений с операторными коэффициентами. Функ. анализ и его приложения, Баку, «Элм», 1971, стр. 39-62
4. Асланов Г.И. Асимптотика числа собственных значений обыкновенных дифференциальных уравнений с операторными коэффициентами на полуош. Доклады АН Азерб ССР, Т.XXXII, №=3, 1976, стр 3-6
5. Г.Д.Оруджев, О разрешимости граничных задач для абстрактного полигармонического уравнения. ДАН. России, 334, №3, 1994, с.281-283

III BÖLMƏ

OPTİMALLAŞDIRMA VƏ OPTİMAL İDARƏETMƏ

III СЕКЦИЯ

ОПТИМИЗАЦИЯ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

PART 3

OPTIMIZATION AND OPTIMAL MANAGEMENT

YÜKSƏKLİKDƏ YERLƏŞƏN SU TƏCHİZATI SİSTEMİNİN OPTİMAL İŞ REJİMLƏRİNİN HESABLANMASI

Abbasova G. Y.
Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan
ugur-2001@mail.ru

Kənd təsərrüfatı üçün yararlı olan əkin sahələrinin əksər hissəsi su hövzələrindən yüksəklikdə yerləşir. Belə yerlərdə fəaliyyət göstərən su təchizatı məntəqələrini: yüksəkliyin yamacında yerləşən və magistral boru kəməri vasitəsi ilə təmin olunan məntəqələrə, həmçinin yüksəkliyin nisbətən az meyilli hissəsində yerləşən və açıq kanallar vasitəsi ilə təmin edilən su tələbatı məntəqələrinə ayırmaq olar [1]. İşdə belə sistemlərin optimal idarə edilməsi məsələsinə baxılır.

Məsələnin piyazi yazılışı üçün aşağıdakı parametrlərdən istifadə olunur:

- ✓ nasos stansiyalarının və bənd qurğularının sərfləri Q_i,- $i=\overline{1,n-1}$;
- ✓ tələbat məntəqələrin sərfləri q_{ij}, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,J_i}$;
- ✓ su anbarlarinda və kanal hissələrində toplanmış suyların həcm $V_i, i=\overline{1,\ n}$;
- ✓ qəza su buraxıcı qurğusunda sərf: Q.

Parametrlərin aşağıdakı sərhəd qiymətləri məlum olmalıdır:

- ✓ nasos stansiyalarının və bənd qurğularının minimal və maksimal sərfləri: $Q_i^{\min}, Q_i^{\max}$, $i=\overline{1,n-1}$;
- ✓ tələbat məntəqələrinin minimal və maksimal sərfləri: $q_{ij}^{\min}$, $q_{ij}^{\max}$, $i=\overline{1,\ n}$, $j=\overline{1,\ J_i}$;
- ✓ qəza qurğusunun minimal və maksimal sərfi: $Q^{\min}$, $Q^{\max}$;
- ✓ anbarların və kanal hissələrinin minimal və maksimal həcmləri: $V_i^{\min}$, $V_i^{\max}$, $i=\overline{1,\ n}$

Fərz edək ki, c_{ij} – tələbatçılara vaxtında verilməyən vahid həcmdə su üçün cərimələr, c^q – qəza qurğusundan axıdılan vahid həcmdə su üçün cərimədir. Beləliklə, məsələnin riyazi qoyuluşunu aşağıdakı kimi yazmaq olar:

Nasos stansiyalarında və bənd qurğularında, qəza qurğusunda və tələbat məntəqələrində sərflərin elə $Q_i(t)$, $Q(t)$, $q_{ij}(t)$ qiymətlərinin, su anbarlarında və kanal hissələrində isə həcmlərin elə $V_i(t)$ qiymətlərinin tapılması tələb olunur ki, məsələnin həlli üçün nəzərdə tutulan $[t_0, T]$ vaxt periodu ərzində tələbat məntəqələrində suyun axtarılan sərfləri lazım olan $\tilde{q}_{ij}(t)$ qiymətlərindən minimum fərqlənsin və qəza qurğusundan minimum həcmdə su axıdılsın. Bu kəmiyyətləri $Q_i^p, q_{ij}^p, \tilde{q}_{ij}^p$, $j=\overline{1, J_k}$; Q^p, V_i^p, $k=\overline{1, n}$, və $p=\overline{1, P}$ ilə işarə edək. Nasos stansiyalarının, bənd qurğularının, tələbat məntəqələrinin və qəza qurğusunun elə Q_i^p, q_{ij}^p, Q^p sərflərinin tapılması tələb olunur ki, suyun verilməsi üçün ümumi xərclər minimum olsun:

$$C=\sum_{p=1}^{P}\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{J_k}c_{ij}\left|q_{ij}^p-\tilde{q}_{ij}^p\right|\right)+c^qQ^p\right)(t_p-t_{p-1})\Rightarrow \min \qquad (1)$$

və aşağıdakı məhdudiyyətlər ödənilsin:

– nasos aqreqatlarının sərfləri üçün $Q_i^{\min}\le Q_i^p\le Q_i^{\max}$, $i=\overline{1, n}$, $p=\overline{1, P}$ (2)

– tələbat məntəqələrinin sərfləri üçün $q_{ij}^{\min}\le q_{ij}^p\le q_{ij}^{\max}$, $j=\overline{1, J_k}$, $i=\overline{1, n}$, $p=\overline{1, P}$ (3)

– qəza qurğusunun sərfi üçün $Q^{\min},\le Q^p\le Q^{\max}$, $p=\overline{1, P}$; (4)

– anbarlarda və kanal hissələrində suyun həcminə qoyulan məhdudiyyətlər

$$V_i^{\min}\le V_i^p\le V_i^{\max},\quad i=\overline{1, n},\quad p=\overline{1, P}; \qquad (5)$$

– suyun sərfi və həcmi arasında əlaqə

$$V_i^p-V_i^{p-1}=\left(Q_i^p-Q_i^{p-1}-\sum_{j=1}^{J_k}\left(q_{ij}^p-q_{ij}^{p-1}\right)-(Q_{i+1}^p-Q_{i+1}^{p-1})\right)\cdot\left(t_p-t_{p-1}\right),\ i=\overline{1, n},\ p=\overline{1, P} \qquad (6)$$

(1)-də mütləq qiymət işarəsi arasında yerləşən hədlər olduğu üçün,(1) – (6) məsələsi qeyri xətti proqramlaşdırma məsələsidir. Bu məsələni asanlaşdırmaq üçün fərz edək ki, tələbat məntəqələrinin axtarılan q_{kj}^p sərfləri onların tələb olunan $\tilde{q}_{kj}^p$ qiymətlərindən az deyildir. (1) ifadəsini sadələşdirsək, minimallaşma şərtini aşağıdakı şəklə salmaq olar:

$$C=\sum_{p=1}^{P}\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{J_k}c_{ij}^t\left(q_{ij}^p-\tilde{q}_{ij}^p\right)\right)+c^qQ^p\right)(t_p-t_{p-1})\Rightarrow \min \qquad (1')$$

Bu zaman (3) məhdudiyyəti aşağıdakı şəklə düşər:

$$\tilde{q}_{ij}^p\le q_{ij}^p\le q_{ij}^{\max},\qquad j=\overline{1, J_k},\ i=\overline{1, n},\ p=\overline{1, P} \qquad (3')$$

(1’), (2), (3’), (4), (5), (6) sistemi xətti proqramlaşdırma məsələsidir. Bu məsələnin həlli nəticəsində optimal sərflərin p – zaman intervalında Q_k^p, q_{kj}^p, Q^p optimal sərfləri və V_k^p, $j=\overline{1, J_k}$, $i=\overline{1, n}$, $p=\overline{1, P}$ optimal həcmləri tapılır.

QEYRİ-SƏLİS İDARƏETMƏDƏ QƏRAR QƏBULETMƏNİN ƏSAS MƏRHƏLƏLƏRİ

Atayev Q. N., Rufullayeva R. A.

Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan

rufren@mail.ru

Qeyri-səlis idarəetmə ekspertlərin biliyinə əsaslanan, proqramlaşdırılmış kontrollerin tətbiqi ilə istehsalın avtomatlaşdırılması imkanlarını genişləndirən, idarəetmə prosesinin keyfiyyətini artıran texnologiyadır. Qeyri-səlis məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi qeyri səlis idarəetmənin bazasını təşkil edir. Belə idarəetmə analitik və nəzəri modellərlə yanaşı, linqvistik qaydalar bazası ilə formalaşır:

Əks-əlaqəli və əlaqəsiz proseslərin idarə olunmasında, real zaman kəsiyində və ya avtonom rejimdə idarəetmə sisteminin parametrlərinin təyin edilməsində, obrazların tanınmasında, qərar qəbulunda, sistemin nasazlıqlarının diaqnostikasında qeyri-səlis idarəetmə klassik idarəetmə metodları ilə sintez olunaraq tətbiq edilir. Əgər prosesin aşkar modeli yoxdursa, analitik modelin qurulması kifayət qədər çətin və ya mürəkkəbdirsə, onda real zaman kəsiyində qərarların qəbul edilməsi üçün idarəetmə modeli qeyri-səlis produksiyalar qaydası ilə təsvir olunur. Qeyri-səlis idarəetmə nəzəriyyə nöqteyi-nəzərindən qeyri-xətti parametrli tənzimləyici kontroller, informasiya texnologiyaları nöqteyi- nəzərindən isə produksiyalar qaydasına əsaslanan ekspert sistemidir.

Qeyri-müəyyən mühitdə proseslərin idarə olunmasında məntiqi nəticə çıxarmanın əsas mərhələləri aşağıdakılardır [1] : məntiqi nəticəçıxarma sisteminin qaydalar bazasının yaradılması; giriş linqvistik dəyişənlərin fazlaşdırılması; qeyri səlis produksiyalar qaydasının alt şərtlərinin doğruluq dərəcələrinin təyini; qeyri-səlis produksiyalar qaydasının alt nəticələrinin aktivləşdirilməsi; qeyri səlis produksiyalar qaydasının nəticələrinin mənsubluq funksiyalarının təyin edilməsi; məntiqi nəticəçıxarma sisteminin çıxış linqvistik dəyişənlərinin defazlaşdırılması.

Məntiqi nəticəçıxarma sisteminin qaydalar bazasının modeli aşağıdakı kimi formalaşır:

qayda $\langle \neq \rangle$:əgər $b_1 \;\; \alpha_1$ olarsa və $b_2 \;\; \alpha_2$ olarsa, və ...və $b_{n-1}\, \alpha_{n-1}$ olarsa

onda $b_n \;\; \alpha_n$ olar; (1)

qayda $\langle \neq \rangle$: əgər $b_1 \;\; \alpha_1$ olarsa və ya $b_2 \;\; \alpha_2$ olarsa və ya ... və ya $b_{n-1} \;\; \alpha_{n-1}$ olarsa

onda $b_n \;\; \alpha_n$ olar; (2)

burada $b_1, b_2,..., b_{n-1}$ produksiyalar qaydasının giriş linqvistik dəyişənləri, $b_n -$ çıxış linqvistik dəyişəni, $\alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_n$ isə giriş və çıxış linqvistik dəyişənlərinin qiymətləridir, «$b_1 \;\; \alpha_1$ olarsa və $b_2 \;\; \alpha_2$ olarsa və ...və $b_{n-1} \;\; \alpha_{n-1}$ olarsa », «$b_1 \;\; \alpha_1$ olarsa və ya $b_2 \;\; \alpha_2$ olarsa və ya ... və ya $b_{n-1} \;\; \alpha_{n-1}$ olarsa» mülahizələri produksiyalar qaydasının şərtləri, «$b_n \;\; \alpha_n$ olar » isə produksiyalar qaydasının nəticəsidir.

Fazlaşdırma mərhələsi başlamazdan əvvəl qeyri-səlis nəticəçıxarma sisteminin bütün giriş linqvistik dəyişənlərinin qiymətləri məlum olmalıdır, yəni $V = \{\alpha_1, \alpha_2 ..., \alpha_{n-1}\}$ çoxluğun qiymətləri verilməlidir, bu halda hər bir element $\alpha_i \in X_i$, burada $X_i \;\; b_i$ linqvistik dəyişənlərinin universumudur. Bu qiymətlər təyin edilmiş vericilərdən və ya başqa üsullarla nəticəçıxarma sisteminə münasib verilənlər ola bilər. Sonra nəticəçıxarma sisteminin hər bir « $b_i \;\; \alpha_i^1$ olarsa » alt şərtlərinin α_i termlərinin mənsubluq funksiyası təyin edilir. Mənsubluq funksiyasının arqumenti kimi α_i^1 qəbul edilərək $d_i = \mu(\alpha_i^1)$ qiymətləri tapılır və onların hər biri « $b_i \;\; \alpha_i^1$ olarsa » alt şərti üçün fazlaşmanın nəticəsidir.

Qeyri-səlis produksiyalar qaydasının alt şərtlərinin doğruluq dərəcələrinin təyin edilməsindən əvvəl $D = \{d_i\}$ qiymətlər çoxluğu hesablanır. Bu mərhələdə (1) və (2) ifadələri ilə verilmiş qeyri-səlis mülahizələrin uyğun d_i doğruluq dərəcəsi qiymətləri tapılır. Hər bir qayda üçün uyğun qiymətlər tapıldıqdan sonra $D = \{d_1^1, d_2^1, ... d_n^1\}$ çoxluğun elemenrləri formalaşır və mərhələ sona çatır.

Defazlaşma mərhələsi başlamazdan əvvəl bütün çıxış linqvistik dəyişənlərinin mənsubluq funksiyaları $C_1^1, C_2^1, ... C_k^1$ ($k-$ çıxış dəyişənlərinin sayıdır) qeyri səlis çoxluqları təyin olunur. Ardıcıl olaraq hər bir $b_j \in W$ çixiş linqvistik dəyişəninin $y_j \in R$ qiymətləri hesablanır.

Ədəbiyyat

1. Борисов В.В., Круглов В.В, Федулов А.С. Нечеткие модели и сети-Телеком, 2012, 717

BORUNUN QAZIN HƏRƏKƏTİ NƏTİCƏSİNDƏ GƏRGİNLİK-DEFORMASİYA VƏZİYYƏTTİ HAQQINDA

Əliyev A.B., Sultanova G.Ə.

Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan

gunel_matematika@yahoo.com

Qazın ətraf mühitlə temperatur məsələsində təzyiqin zamandan asılı dəyişməsi nəzərə alınmır. Lakin qazın boru boyu sürətinin istilik mübadiləsinin xarakterinə və intensivliyinə təsir edə bildiyi müəyyən edilmişdir. Digər tərəfdən ətraf mühitin temperatur sahəsindən dəyişməsi, nəinki qazın nəqil sürətini, həmçinin nəqil rejimini dəyişə bilər. Bu məqsədlə qazın nəqlinin riyazi modeli kəsilməzlik, hərəkət və enerji tənlikləri əsasında qurulmasıdır. Fərz olunmuşdur ki, daxili radiusu R və xarici radiusu R_1 olan borunun en kəsiyi boyu qazın ortalaşdırılmış temperaruru yalnız oxboyu koordinatdan asılıdır və oxboyu yerdəyişmə hər yerdə sıfra bərabərdir [1,2]. Bu şərtin hər yerdə ödənilməsi üçün borunun uclarına güc tətbiq edilir və boru torpağa bərkidilir. Bu halda boru müstəri deformasiya olunur. Sonra isə radial yerdəyişmə və gərginlik təyin olunur. Torpağın temperaturu dəyişməz qəbul edilərək, qazın hərəkəti zamanı temperatur dəyişməsini xarakterizə edən və qaz kəmərinin ixtiyari nöqtəsində tezlik xarakteristikalarını qurmağa imkanı verən münasibətlər alınmışdır.

Ədəbiyyat

1. Рамазанов Т.К., Алиев А.Б. Движение суспензии твердых частиц в трубе. AMEA-nın müxbir üzvü B.A. İsgəndərovun 70 illik yubuleyinə həsr olunmuş riyaziyyat və mexanika üzrə XII Beynəlxalq konfransın tezisləri, Bakı, 2006. S. 144
2. Алиев А.Б. Температурное напряженно-деформируемое состояние трубы при неизотермическом движении газа. Bakı Universitetinin xəbərləri, 2009. S. 93 – 100.

BİR DƏYİŞƏN STRUKTURLU OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİNDƏ OPTİMALLIQ ÜÇÜN ZƏRURİ ŞƏRTLƏR

Ələkbərov A.A

Lənkəran Dövlət Universiteti, Azərbaycan

kmansimov@mail.ru

İşdə adi diferensial və Volterra tipli inteqral tənliklər sistemi ilə təsvir olunan bir dəyişən strukturlu [1-5] optimal idarəetmə məsələsinə baxılır.Optimallıq üçün zəruri şərtlər alınmışdır.

Tutaq ki, idarə olunan obyekt $T = T_1 \cup T_2$ $(T_1 = [t_0, t_1],\ T_2 = [t_1, t_2])$ zaman parçasında

$$x(t) = \int_{t_0}^{t} f(t, s, x(s), u(s))ds, \quad t \in T_1, \tag{1}$$

$$\dot{y} = g(t, y, v), \quad t \in T_2, \tag{2}$$

$$y(t_1) = G(x(t_1)). \tag{3}$$

Burada $f(t, s, x, u)$ $(g(t, y, v))$ – verilmiş n (m)-ölçülü vektor-funksiya olub arqumentlərinin küllisünə nəzərən (x, u) $((y, v))$-ya nəzərən ikinci tərtib törəmələri ilə birlikdə kəsilməzdir, t_0, t_1, t_2 $(t_0 < t_1 < t_2)$ – verilmiş ədədlər, $G(x)$ – verilmiş iki dəfə kəsilməz diferensiallanan m-ölçülü vektor-funksiya, $u(t)$ $(v(t))$ – r (q)-ölçülü hissə-hissə kəsilməz (sonlu sayda birinci növ kəsilmə nöqtəsinə malik) idarəedici vektor-funksiya olub öz qiymətlərini boş olmayan, məhdud və açıq U (V) çoxluğundan alır, yəni

$$u(t) \in U \subset R^r,\ \ t \in T_1, v(t) \in V \subset R^q,\ \ t \in T_2. \tag{4}$$

Bu şərtləri ödəyən $(u(t), v(t))$ cütünə mümkün idarə deyəcəyik.

Fərz olunur ki, hər bir verilmiş $(u^o(t), v^o(t))$ mümkün idarəsinə (1) tənliyinin kəsilməz $x^o(t)$ həlli, (2)-(3) məsələsinin isə kəsilməz və hissə-hissə hamar $y^o(t)$ həlli uyğundur. Hər bir $(u^o(t), v^o(t), x^o(t), y^o(t))$ dördlüyünə mümkün proses deyəcəyik.

Fərz olunur ki, hər bir $(u^o(t), v^o(t))$ mümkün idarəsinə (1) inteqral tənliyinin yeganə kəsilməz $x^o(t)$ həlli, (2)-(3) Koşi məsələsinin isə kəsilməz və hissə-hissə hamar $y^o(t)$ həlli uyğundur.

Verilmiş (1)-(3) məsələsinin bütün mümkün idarələrə uyğun həlləri üzərində

$$S(u, v) = \varphi(x(t_1)) + \Phi(y(t_2)) \tag{5}$$

funksionalını təyin edək. Burada $\varphi(x)$, $\Phi(y)$ verilmiş kəsilməz diferensiallanan skalyar funksiyalardırlar.

(5) funksionalına (1)-(4) məhdudiyyətləri daxilində minimum verən $(u^o(t), v^o(t))$ mümkün idarəsinə optimal idarə deyəcəyik. Tutaq ki, $(u^o(t), v^o(t))$ qeyd olunmuş mümkün idarədir.

$$N\left(x, p^{o}\right)=p^{o'}(t_1)G(x), M\left(t, y, v, p^{o}(t)\right)=p^{o'}(t)g(t, y, v),$$

$$H\left(t, x, u, \psi^{o}(t)\right)=-\varphi'_x\left(x^{o}(t_1)\right)f(t_1, t, x, u)+\int_t^{t_1}\psi^{o'}f(\tau, t, x, u)d\tau+N_x\left(x, p^{o}(t_1)\right)f(t_1, t, x, u)$$

Hamilton-Pontryagin funksiyasını daxil edək. Burada $\left(\psi^{o}(t),\ p^{o}(t)\right)$ $(n+m)$ ölçülü vektor-funksiya olub

$$\psi^{o}(t)=H_x\left(t, x^{o}(t), u^{o}(t), \psi^{o}(t)\right), \dot{p}^{o}(t)=-M_y\left(t, y^{o}(t), v^{o}(t), p^{o}(t)\right),$$

$$p^{o}(t_2)=-\frac{\partial\Phi\left(y^{o}(t_1)\right)}{\partial y},$$

qoşma məsələsinin həllidir.

Teorem. Baxılan (1)-(5) optimal idarəetmə məsələsində $\left(u^{o}(t),\ v^{o}(t)\right)$ mümkün idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri şərt

$$\max_{u\in U} H\left(\theta, x^{o}(\theta), u, \psi^{o}(\theta)\right)=H\left(\theta, x^{o}(\theta), u^{o}(\theta), \psi^{o}(\theta)\right),$$

$$\max_{v\in V} M\left(\xi, y^{o}(\xi), v, p^{o}(\xi)\right)=M\left(\xi, y^{o}(\xi), v^{o}(\xi), p^{o}(\xi)\right)$$

münasibətlərinin uyğun olaraq ixtiyari $\theta\in[t_0, t_1)$, $\xi\in[t_1, t_2)$ üçün ödənməsidir. Burada $\theta\in[t_0, t_1)$, $\xi\in[t_1, t_2)$ uyğun olaraq $u^{o}(t)$ və $v^{o}(t)$ idarəedici funksiyalarının ixtiyari kəsilməzlik nöqtəsidir. Daha sonra idarə oblastlarının qabarıq və açıq olduğu hallar nəzərdən keçirilmişdir.

Литература

1. Арсенашвили А.И., Тадумадзе Т.А. Необходимые условия оптимальности для управляемых систем с переменной структурой и непрерывными условиями преемственности // Труды ИПМ им И.Н. Векуа Тбилисского Гос. Университета. Тбилиси. 1988, т. 27, с. 35-48.
2. Ащепков Л.Т. Оптимальное управление с разрывными системами. Новосибирск. «Наука», 1987, 226 с.
3. Величенко В.В. Оптимальное управление составными системами // ДАН АН СССР. 1967, т. 176, № 7, с. 754-756.
4. Исмайлов Р.Р., Мансимов К.Б. Об условиях оптимальности в одной ступенчатой задаче управления // Журн. Выч. мат. и мат. физики. 2006, № 10, с. 1758-1770.
5. Кириченко С.Б. Оптимальное управление системами с промежуточными фазовыми ограничениями // Кибернетика и системный анализ. 1994, № 4, с. 104-111.

ORTOQONAL ŞƏBƏKƏ ƏMƏLƏ GƏTİRƏN ÇUBUQLARLA MÖHKƏMLƏNDIRİLMİŞ MÜHİTLƏ DİNAMIK TƏMASDA OLAN SİLİNDRİK ÖRTÜYÜ PARAMETRLƏRİNİN OPTİMALLAŞDIRILMASI

Əliyev F.F., Ağayarov M.H.

Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan

af_64@mail.ru

Silindrik formalı cisimlər sənaye və mülki tikintidə istifadə olunan konstruksiyaların elementlərini təşkil edir. Odur ki, belə konstruksiyaların yaradılmasında onların optimal parametrlərinin seçilməsi mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Optimallaşdırma parametri olaraq $p=\frac{\omega^2}{\omega_0^2}$ götürülür. Burada ω^2 çubuqlarla möhkəmləndirilmiş silindrik örtüyün mühitlə birgə məxsusi rəqs tezlikləri, ω_0^2 isə çəkisi çubuqlarla möhkəmləndirilmiş silindrik örtüyü çəkisinə bərabər hamar uyğun silindrik örtüyün məxsusi rəqs tezliklərinin kvadratıdır. Göründüyü kimi tədqiq olunan konstruksiyanın optimal variantının seçilməsi onun məxsusi rəqs tezliklərinin tapılması ilə sıx bağlıdır.

Təqdim olunan işdə ortoqonal şəbəkə əmələ gətirən çubuqlarla möhkəmləndirilmiş mühitlə dinamik təmasda olan konstruktiv- ortotrop örtük kimi modelləşdirilən silindrin məxsusi rəqslərinə baxılmışdır. Halqalarla möhkəmləndirilmiş mühitlə dinamik təmasda olan konstruktiv- ortotrop örtük kimi modelləşdirilən silindrin məxsusi rəqsləri $[1]$-də tədqiq olunmuşdur. Silindrik örtüyün daxili oblastını dolduran mühitin hərəkəti Lame tənlikləri sisteminin, mayenin hərəkəti isə Helmholts tənliyinin köməyi ilə öyrənilmişdir. Kontakt şərtlərindən istifadə etməklə baxılan sistemin rəqs tezliklərini tapmaq üçün tezlik tənliyi qurulmuş və sistemi xarakterizə edən fiziki-mexaniki və həndəsi parametrlərdən asılı olaraq tədqiq olunmuşdur. Bessel funksiyasının asimptotikasından istifadə edərək sistemin məxsusi tezlikləri üçün asimptotik ifadələr alınmışdır. Məxsusi tezliklərin tapılması optimallaşdırma parametrini təyin etməyə imkan verir. p parametrinin maksimal qiymətlərinə konstruksiyanın optimal variantı uyğun gəlir. Ümumi halda p parametri silindrik örtüyü, mühiti, çubuqları xarakterizə edən kəmiyyətlərin funksiyasıdır. Bu kəmiyyətləri variasiyamaqla p parametrinin maksimal qiymətləri təyin olunur.

Ədəbiyyat

1. Asimptotiçeskoe issledovaniə sobstvennıx kolebaniy üilindriçeskix oboloçek, podkreplennıx kolğüevımi rebrami zapolnenoy sredoy v beskoneçnoy cidkosti. Mexanika maşınqayırma, 2005, səh. 24-26.
2. Latifov F.S. Kolebaniə oboloçki s upruqoy i cidkoy sredoy. Baku, Glm, 1999, 164 s.

KVAZİXƏTTİ ELLİPTİK TİP YÜKLƏNMİŞ TƏNLİKLƏRLƏ TƏSİR OLUNAN SİSTEMLƏR ÜÇÜN OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİ

Həmidov R. A.

Lənkəran Dövlət Universiteti, Azərbaycan

rqamidov@mail.ru

İşdə vəziyyəti kvazixətti yüklənmiş elliptik tip tənliklə ifadə olunan optimal idarəetmə sistemləri birölçülü halda tədqiq olunur. Bu məsələnin korrektliyi öyrənilir, həllin varlığı və yeganəliyi haqqında teorem isbat olunur, keyfiyyət meyarının Freşe mənada diferensiallanması üçün kafi şərtl alınır.

Kvazixətti elliptik tip yüklənmiş tənliklərlə izah olunan sistemlər üçün aşağıdakı optimal idarəetmə məsələsinə baxılır:

$$J_\alpha(v)=\int_0^l f_0(x,u,q,v)dx+f_1(u(0),u(l))+\alpha\|v-w\|^2_{L_2(D)} \tag{1}$$

funksionalını $V=\left\{ v: v=v(x)=(v_0(x),\, v_1(x)), v_m=\left(v_m^1,v_m^2,\dots,v_m^{r_m}\right)\in L_\infty^{(r_m)}(D), v_m(x)\in B_m,\ \forall \overset{\circ}{x}\in D,\ \ m=0,1\right\}$

çoxluğunda, harada ki, B_0, B_1- hər hansı məhdud, qapalı çoxluqlardır və $B_0\subset E_{r_0}$, $B_1\subset E_{r_1}$, $B=B_0\times B_1$, $r=r_0+r_1$,

$$-\frac{d}{dx}\left(a_{11}(x,\,u,v_0)\frac{du}{dx}\right)+a_1(x,u,v_0)\frac{du}{dx}=f(x,u,q,v_1),\quad x\in D, \tag{2}$$

$$a_{11}(x,u,v_0)\frac{du}{dx}\bigg|_{x=0}=\varphi_1,\qquad a_{11}(x,u,v_0)\frac{du}{dx}\bigg|_{x=l}=\varphi_2, \tag{3}$$

şərtləri daxilində minumumlaşdırmaq tələb olunur.

Burada $\alpha>0$–verilmiş ədəd, $f_0(x,u,q,v)$, $f_1(p_1,p_2)-f_0(x,u,q,v)\ge C_1>-\infty$, $f_1(p_1,\,p_2)\ge C_2>-\infty$, $\forall u,p_1,p_2\in E_1$, $\forall q\in E_\rho$, $\forall \overset{\circ}{x}\in D$, $\forall v\in B$, $f_1\in W_2^{1/2}(\partial D)$, $\varphi_1,\varphi_2=const$ şərtlərini ödəyən verilmiş funksiyalar, $a_{11}(x,u,v_0)$ funksiyası $\lambda,\mu=const>0$- verilmiş ədədlər olduqda $\lambda\le a_{11}(x,u,v_0)\le\mu$, $\forall \overset{0}{x}\in[0,\,l]$, $u\in E_1$, $v_0\in B_0$ şərtlərini ödəyir. Bundan başqa,

$$|a_1| \le \mu_0, \ \left|\frac{\partial a_{11}}{\partial u}\right| \le \mu_1, \ \left|\frac{\partial a_1}{\partial u}\right| \le \overline{\mu_1}, \ 0 < \mu_2 < -\frac{\partial f}{\partial u}, \ \left|\frac{\partial f}{\partial q_k}\right| \le \mu_3, \ k = \overline{1,\rho}, \tag{4}$$

şərtləri də ödənilir, harada ki, $\mu_0, \mu_1, \overline{\mu_1}, \mu_2, \mu_3 = const > 0$ - verilmiş ədədlərdir.

Verilmiş $v \in V$ -də (2), (3) məsələsini reduksiya olunmuş məsələ adlandıraq. Reduksiya olunmuş (2), (3) məsələsinin həllini $u(x) \in W_2^1(0,\ l)$ funksiyası başa düşəcəyik.

Teorem 1. $L_2^{(r)}(0,l)$ fəzasında elə sıx K alt çoxluğu vardır ki, ixtiyari $w \in K$ üçün (1) funksionalının minumumlaşdırılması məsələsinin V çoxluğunda $\alpha > 0$ olduqda yeganə həlli var.

Tutaq ki, $\psi = \psi(x)$ (1)–(3)-ə qoşma məsələnin $W_2^1(0,\ l)$-dən olan ümümləşmiş həllidir:

$$\frac{d}{dx}\left(a_{11}(x,u,v_0)\frac{d\psi}{dx}\right) - \frac{\partial a_{11}(x,u,v_0)}{\partial u}\frac{du}{dx}\frac{d\psi}{dx} + a_1(x,u,v_0)\frac{du}{dx}\psi - \frac{da_1}{du}(x,u,v_0)\frac{du}{dx}\psi + \frac{\partial f(x,u,q,v_1)}{\partial u}\psi +$$

$$+\int_0^l \sum_{k=1}^{\rho} \delta(x-\xi_k)\frac{\partial f(\overline{\eta}, u(\overline{\eta}), u(x), v_1(\overline{\eta}))}{\partial q_k}\psi(\overline{\eta})d\overline{\eta} = -\frac{\partial f_0(x,u,q,v)}{\partial u} - \int_0^l \sum_{k=1}^{\rho} \delta(x-\xi_k)\frac{\partial f_0(\overline{\eta}, u(\overline{\eta}), u(x), v(\overline{\eta}))}{\partial q_k}d\overline{\eta}, \tag{5}$$

$$\left.\left(a_{11}(x,u,v_0)\frac{d\psi}{dx} + a_1(x,u,v_0)\psi\right)\right|_{x=0} = -\frac{\partial f_1(p_1,p_2)}{\partial p_1}, \ \left.\left(a_{11}(x,u,v_0)\frac{d\psi}{dx} + a_1(x,u,v_0)\psi\right)\right|_{x=l} = -\frac{\partial f_1(p_1,p_2)}{\partial p_2}, \tag{6}$$

harada ki, $p_1 = u(0),\ \ p_2 = u(l),\ \ u = u(x)$ reduksiya olunmuş (2), (3) məsələsinin $v \in V$ idarəsinə uyğun həllidir, $\delta(x)$ - Delta funksiyadır.

Fərz edək ki, hər bir $v \in V$ üçün (5), (6) məsələsinin həlli var, yeganədir və $\left|\frac{d\psi}{dx}\right| \le \overline{C_0}, \ \ \forall x \in \overset{\circ}{(0,\ l)}, \ \forall v \in V, \ \overline{C_0} \ge 0$ hər hansı sabitdir.

(1)–(3) məsələsi üçün Hamilton-Pontryaqin funksiyası daxil edək:

$$H(x,u,q,\psi,v) = -\left[-a_{11}(x,u,v_0)\frac{du}{dx}\frac{d\psi}{dx} + a_1(x,u,v_0)\frac{du}{dx}\psi + f(x,u,q,v_1)\psi + f_0(x,\ u,\ q,\ v)\right]$$

İndi isə (1) funksionalının Freşe mənada diferensiallanması üçün kafi şərtlər göstərək və onun qradiyentinin ifadəsini tapaq. Fərz edək ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:

1) $a_{11}(x,u,v_0),\ a_1(x,u,v_0),\ f(x,u,q,v_1)$ funksiyaları $\frac{\partial a_{11}}{\partial u}, \frac{\partial a_1}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial q_k}, \ k = \overline{1,\ \rho}$ xüsusi törəmələrilə birlikdə və $f_0(u(0),\ u(1), q)$ funksiyası uyğun olaraq $u,\ q,\ v_0, v_1$ -lərə görə Lipşiç şərtini ödəyir.

2) $(u,\ q,\ v) \in E_1 \times E_\rho \times B$ olduqda $a_{11}(x,u,v_0),\ a_1(x,u,v_0),\ f(x,u,q,v_1),\ f_0(x,u,q,v),\ \forall x \in \overset{\circ}{(0,\ l)}$ funksiyalarının v_0, v_1 -lərə görə uyğun birinci tərtib törəmələri kəsilməzdir və bütün $(u,q,v) \in E_1 \times E_\rho \times B$ üçün $x \in D$ -ə görə ölçüləndir;

3) $\frac{\partial a_{11}(x,\ u,\ v_0(x))}{\partial v_0}, \quad \frac{\partial a_1(x,\ u,\ v_0(x))}{\partial v_0}, \quad \frac{\partial f(x,\ u,\ q,\ v(x))}{\partial v_1}, \quad \frac{\partial f_0(x,\ u,\ q,\ v(x))}{\partial v_i}, \ i = 0,1$

operatorları məhduddur və uyğun olaraq $L_\infty^{(r_m)}(D),\ \ m = 0,1,\ \ L_\infty^{(r)}(D)$-də kəsilməzdir.

Teorem 2. (1) funksionalı 1)–3) şərtləri daxilində Freşe mənada diferensiallanandır və onun qradiyenti üçün aşağıdakı ifadə doğrudur.

$$J'(v) = -\frac{\partial H}{\partial v} = \left(-\frac{\partial H}{\partial v_0},\ -\frac{\partial H}{\partial v_1}\right).$$

Ədəbiyyat

1. *Михайлов В.П.* Дифференциальные уравнения в частных производных. М. :Наука 1976
2. *Ладыженская О.А.* Краевые задачи математической физики. М. :Наука 1973.
3. *Васильев Ф.П.* Методы решения экстремальных задач. М. :Наука 1981.

BİR SİNİF HİPERBOLİK İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİNİN OPTİMALLIĞI ÜÇÜN ZƏRURİ VƏ KAFİ ŞƏRTLƏR

Haxıyev S.S., Əkpərova H.A., Şelemanov A.Ş.
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti, Azərbaycan
axiyev63@mail.ru

İşdə, ikinci tərtib

$$(Lz)(t,x) \equiv z_{tx}(t,x) + z(t,x)A_{0,0}(t,x) + z_t(t,x)A_{1,0}(t,x) + z_x(t,x)A_{0,1}(t,x) =$$
$$= \varphi(t,x,v(t,x)),\ (t,x) \in G = G_0 \cup G_1,\ G_0 = (0,T)\times(0,\alpha),\ G_1 = (0,T)\times(\alpha,l), \tag{1}$$

hiperbolik tənliklər sisteminə

$$(L_k z)(t) \equiv z(t,0)\beta_{0,k}(t) + z(t,\alpha-0)\beta_{1,k}(t) + z(t,\alpha+0)\beta_{2,k}(t) + z(t,l)\beta_{3,k}(t) + z_t(t,0)g_{0,k}(t) +$$
$$+ z_t(t,\alpha-0)g_{1,k}(t) + z_t(t,\alpha+0)g_{2,k}(t) + z_t(t,l)g_{3,k}(t) = \varphi_k(t,v^{(1)}(t)),\ t\in(0,T),\ k=1,2; \tag{2}$$

$$(L_3 z)(x) \equiv \sum_{j=1}^{m}\left[z_x(\tau_j,x)\gamma_j(x) + z(\tau_j,x)\mu_j(x)\right] = \varphi_3(x,v^{(2)}(x)),\ x\in(0,l); \tag{3}$$

$$L_0 z \equiv z(0,0) = \varphi_0(v^{(0)}) \tag{4}$$

qeyri-lokal sərhəd şərtləri daxilində baxılmışdır $[1,3]$. Burada $z(t,x) = (z_1(t,x),\dots z_n(t,x))$ -sistemin vəziyyətini xarakterizə edən, $\overline{G}_0$ və $\overline{G}_1$ çoxluqlarında kəsilməz n-ölçülü vektor-funksiyadır; $A_{i,j}(t,x)\ (i,j=0,1)$ - G-də verilmiş ölçülən $n\times n$- matrislərdir; $\beta_{i,k}(t)$ və $g_{i,k}(t)$ - $(0,T)$-də verilmiş ölçülən $n\times n$- matrislərdir; $\varphi(t,x,v)$, $\varphi_k(t,v^{(1)})\ (k=1,2)$ və $\varphi_3(x,v^{(2)})$- uyğun olaraq $G\times R^r$, $(0,T)\times R^{r_1}$ və $(0,l)\times R^{r_2}$ çoxluqlarında Karateodori şərtini ödəyən n-ölçülü vektor-funksiyalardır, burada R^m- m-ölçülü $\lambda=(\lambda_1,\dots,\lambda_m)$ $(\|\lambda\| = \sum_{i=1}^{m}|\lambda_i|)$ sətir vektorlar fəzasıdır, $R^1 = R$; $\varphi_0(v^{(0)})$ - R^{r_0} vektorlar fəzasında verilmiş n-ölçülü vektor-funksiyadır; $v(t,x) = (v_1(t,x),\dots,v_r(t,x))$, $v^{(1)}(t) = (v_1^{(1)}(t),\dots,v_{r_1}^{(1)}(t))$ və $v^{(2)}(x) = (v_1^{(2)}(x),\dots,v_{r_2}^{(2)}(x))$-uyğun olaraq G, $(0,T)$ və $(0,l)$-də ölçülən r, r_1 və r_2-ölçülü idarəedici vektor-funksiyalardır; $v^{(0)} = (v_1^{(0)},\dots,v_{r_0}^{(0)})$ - r_0-ölçülü idarəedici vektor-parametridir. Mümkün idarəediclər sinfi kimi aşağıdakı şərtləri ödəyən $\hat{v} = \{v^{(0)}, v^{(1)}(t), v^{(2)}(x), v(t,x)\}$ dördlüklər çoxluğu qəbul edilmişdir; $v(t,x)$ vektor-funksiyası G-də ölçülən, əsasən məhduddur və sanki bütün $(t,x)\in G$ nöqtələrində verilmiş $V\subset R^r$ çoxluğundan olan qiymətlər alır; $v^{(1)}(t)$ və $v^{(2)}(x)$ uyğun olaraq $(0,T)$ və $(0,l)$-də ölçülən və məhdud funksiyalardır, bundan başqa, sanki bütün $t\in(0,T)$ və $x\in(0,l)$ nöqtələrində uyğun olaraq verilmiş $V^{(1)}\subset R^{r_1}$, $V^{(2)}\subset R^{r_2}$ çoxluqlarından olan qiymətlər alırlar; $v^{(0)}$- verilmiş $V^{(0)}\subset R^{r_0}$ çoxluğundan olan idarəedici vektor-parametridir. Yuxarıda göstərilən xassələri ödəyən bütün $\hat{v}$ dördlüklərini mümkün idarəedici adlandıracağıq. Bütün mümkün idarəedicilər çoxluğunu U_∂ ilə işarə edəcəyik. $z(\tau_j,x) = z(0,0) + \int_0^x z_x(0,\zeta)d\zeta + \int_0^{\tau_j} z_t(\tau,0)d\tau + \int_0^x\int_0^{\tau_j} z_{tx}(\tau,\zeta)d\tau d\zeta$, $z_x(\tau_j,x) = z_x(0,x) + \int_0^{\tau_j} z_{tx}(\tau,x)d\tau$,

burada, $\tau_j\in[0,T]$, $j=1,\dots,m,$- verilmiş ədədlərdir; $\gamma_j(x), \mu_j(x)$, $j=1,\dots,m$, $(0,l)$-də təyin olunmuş verilmiş $n\times n$- ölçülü matrislərdir, belə ki, $\gamma_j(x)$-in elementləri $\mathcal{L}_\infty(0,l)$-dən, $\mu_j(x)$-in elementləri $\mathcal{L}_p(0,l)$-dəndir.

Aşağıdakı şərtlərin ödənildiyi fərz olunur: $A_{0,0}, A_0, A_1 \in \mathcal{L}_{p,n\times n}(G)$; elə $A_{1,0}^0(\cdot)\in\mathcal{L}_p(0,l)$, $A_{0,1}^0(\cdot)\in\mathcal{L}_p(0,T)$ funksiyaları var ki, G- də sanki hər yerdə $\|A_{1,0}(t,x)\| \le A_{1,0}^0(x)$, $\|A_{0,1}(t,x)\| \le A_{0,1}^0(t)$ ödənilir, burada $\|\cdot\|$-matrisin (yaxud vektorun) normasıdır; $\beta_{i,k}(\cdot)\in\mathcal{L}_{p,n\times n}(0,T)$ və $g_{i,k}(\cdot)\in\mathcal{L}_{\infty,n\times n}(0,T)$; hər bir $\rho>0$ üçün elə $\varphi_\rho^0\in\mathcal{L}_p(G)$, $\varphi_{0,\rho}^0\in\mathcal{L}_p(0,T)$ və $\varphi_{3,\rho}^0\in\mathcal{L}_p(0,l)$ funksiyaları var ki, bütün

$\|v\|+\|v^{(1)}\|+\|v^{(2)}\|\le\rho$ üçün $\|\varphi(t,x,v)\|\le\varphi_\rho^0(t,x),\ (t,x)\in G,\ \|\varphi_1(t,v^{(1)})\|+\|\varphi_2(t,v^{(1)})\|\le\varphi_{0,\rho}^0(t),\ (t)\in(0,T)$ və $\|\varphi_3(x,v^{(2)})\|\le\varphi_{3,\rho}^0(x),\ (x)\in(0,l)$ ödənilir.

Tutaq ki, $\mathcal{L}_p(G)$ $(1\le p<\infty)$ - G -də p dərəcədən inteqrallanan funksiyalar fəzasıdır; $\mathcal{L}_\infty(G)$ - G -də ölçülən və əsasən məhdud funksiyalar fəzasıdır; $\mathcal{L}_{p,n}(G)$ və $\mathcal{L}_{p,n\times n}(G)$ elementləri $\mathcal{L}_p(G)$ -dən olan uyğun olaraq n -ölçülü sətir-vektorlar fəzası və $n\times n$ ölçülü matrislər fəzasıdır. $\mathcal{L}_{p,n}(G)$ fəzasında $g(t,x)=(g_1(t,x),...,\ g_n(t,x))$ vektor-funksiyalarının norması $\|g\|_{\mathcal{L}_{p,n}(G)}=\|g_0\|_{\mathcal{L}_p(G)}$ şəklində təyin olunur, burada $g_0(t,x)=\|g(t,x)\|=\sum_{j=1}^{n}|g_j(t,x)|$. Analoji olaraq $\mathcal{L}_{p,n\times n}(G)$ fəzasında $g(t,x)=(g_{ij}(t,x))$ matrislərinin norması eyni şəkildə təyin olunur, lakin burada $g_0(t,x)=\|g(t,x)\|=\sum_{i,j=1}^{n}|g_{ij}(t,x)|$. $W_{p,n}(G_k)$ elə $z\in\mathcal{L}_{p,n}(G_k)$ vektor-funksiyalar fəzasıdır ki, onların S.L.Sobolev mənada z_t,z_x və z_{tx} ümumiləşmiş törəmələri $\mathcal{L}_{p,n}(G_k)$ -dandır [2]. $\hat{W}_{p,n}(G)$ elə $z\in\mathcal{L}_{p,n}(G)$ vektor-funksiyalar fəzasıdır ki, bunlar G_0 və G_1 oblastlarında $z\in W_{p,n}(G_0)$ və $z\in W_{p,n}(G_1)$ şərtlərini ödəyirlər, $(t,x)=(0,\alpha)$ nöqtəsində kəsilməzdi və normaları $\|z\|_{\hat{W}_{p,n}(G)}=\sum_{k=0}^{1}\|z\|_{W_{p,n}(G_k)}$, kimi təyin olunur, burada

$$\|z\|_{W_{p,n}(G_k)}=\|z\|_{\mathcal{L}_{p,n}(G_k)}+\|z_t\|_{\mathcal{L}_{p,n}(G_k)}+\|z_x\|_{\mathcal{L}_{p,n}(G_k)}+\|z_{tx}\|_{\mathcal{L}_{p,n}(G_k)}.$$

Yuxarıda qeyd olunan şərtlər daxilində (1)-(4) məsələsinin $\hat{v}\in U_\partial$ mümkün idarəedicisinə uyğun olan $z\in\hat{W}_{p,n}(G)$ həllərində təyin olunmuş xətti çoxnöqtəli

$$S(\hat{v})=\sum_{i=1}^{N}(a_i^{(0)},z(t_i^{(0)},x_i^{(0)}))+\sum_{i=1}^{N}(a_i^{(1)},z(t_i^{(1)},x_i^{(1)}))\qquad(5)$$

funksionalının minimallaşdırılması məsələsinə baxılmışdır, burada $(t_i^{(k)},x_i^{(k)})\in\overline{G}_k$, $i=1,\dots,N;\ k=0,1,$ - qeyd olunmuş nöqtələrdir, həm də bəzi i və j üçün $x_i^{(0)}=\alpha-0$ və $x_j^{(1)}=\alpha+0$ halları mümkündür; $a_i^{(0)},a_i^{(1)}$ - R^n - dən olan verilmiş vektorlardır; $(\cdot,\cdot)$ - simvolu R^n - də skalyar hasili göstərir. (1)-(4) məsələsinin verilənləri üzərinə müəyyən şərtlər qoymaqla, fəzalar arasında izomorfizmə əsaslanaraq burada qoşma məsələ anlayışı təyin edilmiş [3], $\hat{v}$ idarəedicisinin optimallığı üçün zəruri və kafi şərt Pontryaginin maksimum prinsipi şəklində tapılmışdır

$$\max_{g^{(1)}\in V^{(1)}}\sum_{k=1}^{2}H_k(t,f_k(t),g^{(1)})=\sum_{k=1}^{2}H_k(t,f_k(t),v^{(1)}(t))\qquad \text{sanki bütün } t\in(0,T) \text{ üçün},$$

$$\max_{g^{(2)}\in V^{(2)}}H_3(x,f_3(x),g^{(2)})=H_3(x,f_3(x),v^{(2)}(x))\qquad \text{sanki bütün } x\in(0,l) \text{ üçün},$$

$$\max_{g\in V}H(t,x,f(t,x),g)=H(t,x,f(t,x),v(t,x))\qquad \text{sanki bütün } (t,x)\in G \text{ üçün}$$

və $\max_{g^{(0)}\in V^{(0)}}H_0(f_0,g^{(0)})=H_0(f_0,v^{(0)})$. Burada, $\hat{f}=(f_0,f_1,f_2,f_3,f)$ - (1)-(4) məsələsinə qoşma məsələnin həllidir və $H_0(f_0,v^{(0)})=(f_0,\varphi_0(v^{(0)}))$; $H_k(t,f_k,v^{(1)})=(f_k,\varphi_k(t,v^{(1)}))$, $k=1,2$;

$$H_3(x,f_3,v^{(2)})=(f_3,\varphi_3(x,v^{(2)})),\qquad H(t,x,f,v)=(f,\varphi(t,x,v)).$$

Ədəbiyyat

1. Чудновский Ф.Ф. Теплофизика почв.- М.: Наука, 1976, 352с.
2. Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. Новосибирск, 1962, 256 с.
3. Ахыев С.С. Понятие сопряженной задачи для линейных гиперболических контактно-краевых задач. Доклады НАН Азербайджана, 2001, т.LVII, №4-6, с.40-44.

TAMƏDƏDLİ PROQRAMLAŞDIRMA MƏSƏLƏSİNİN SUBOPTİMAL HƏLLİNİN QURULMASI ÜÇÜN BİR ÜSUL

Hüseynov S.Y., Baxşəliyeva İ. İ.
AMEA-nın İdarəetmə Sistemləri İnstitutu, Azərbaycan
mamedov_knyaz@yahoo.com

Aşağıdakı kimi tamədədli xətti proqramlaşdırma məsələsinə baxaq:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \longrightarrow max \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \, , i = \overline{1,m} \, , \qquad (2)$$

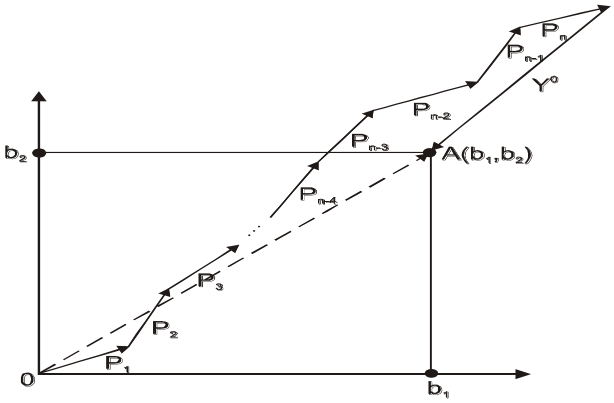
$$0 \le x_j \le d_j \, , \quad x_j - lar\ tamd\imath r \, , j = \overline{1,n}. \qquad (3)$$

Burada $a_{ij} \ge 0 \, , b_i > 0 \, , c_j > 0 \;\; və \, d_j > 0 \;\; (i = \overline{1,m} \;, \; j = \overline{1,n})$ verilmiş ədədlərdir.

Bu işdə isə məchulların eyni zamanda ikisinə qiymət verməklə suboptimal həllin qurulması üçün bir kriteriya çıxarmışıq. Bu kriteriya (1)-(3) məsələsinin bir həndəsi təsvirinə əsaslanıb. Təklif olunan kriteriya əsasında o vaxta qədər məchullar cüt-cüt tapılıb qeyd olunur ki, növbəti addımda heç bir iki məchula eyni zamanda qiymət vermək mümkün olmur. Bundan sonra məchulların qiymətləri [1] işi əsasında bir-bir seçmə alqoritmləri vasitəsilə tapılır. Aşağıdakı işarələmələri qəbul edək.

$$P_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj})^T, \;\; P_o = (b_1, b_2, \dots, b_m)^T, Y^0 = P_0 - \sum_{j-1}^{n} P_j d_j.$$

Onda ən yaxşı həll olaraq $X = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ qəbul etsək, (1)-(3) məsələnin həndəsi təsviri aşağıdakı kimi olar.



(1)-(3) məsələsinin suboptimal həllərinin qurulması üçün bütün məlum üsullarda [7,8,9,11,12,13,14] və s. hər hansı bir dənə x_{j^*} məchuluna $0 \le x_{j^*} \le d_{j^*}$ intervalında tam qiymət vermək məqsədi ilə müəyyən bir kriteriya çıxarılır. Əksər hallarda bu kriteriya aşağıdakı şəkildə olur.

Məchulların eyni zamanda ikisinə qiymət verməklə suboptimal həllin qurulması üçün aşağıdakı kriteriyanı çıxarmışıq:

$$(j_1^* , j_2^*) = arq \max_{(j_1, j_2) \in A} \left\{ \frac{c_{j_1} + c_{j_2}}{\max\limits_i (a_{ij_1} + a_{ij_2})} \right\} \qquad (4)$$

Burada başlanğıcda $A = \{(j_1, j_2) | j_1 < j_2, \; j_1 \in \{1,2, \dots, n-1\}, \;\; j_2 \in \{2,3, \dots, n\}\}$ qəbul etmişik. Qeyd edək ki, suboptimal həllin qurulması zamanı əvvəlcə $x_j := 0 \, , \; j = \overline{1,n}$ qəbul olunur. Bundan sonra (4) kriteriyası ilə müəyyən (j_1^* , j_2^*) nömrələri seçilir və $x_{j_1^*} := x_{j_1^*} - 1, \;\; x_{j_2^*} := x_{j_2^*} - 1$ qəbul olunur. Bu proses o vaxta kimi davam etdirilir ki, artıq eyni zamanda iki koordinata qiymət vermək mümkün olmur. Bundan sonra aşağıdakı məlum kriteriya ilə məchullar bir-bir seçilib qiymətləndirilir: $j_* = \{c_j/|P_j|\cos(P_j, Y^0)\}$.

Üsulun proqramı qurulmuş və çoxsaylı geniş hesablama eksperimentləri aparılmışdır. Bu eksperimentlər təklif olunmuş üsulun kifayət qədər effektiv olduğunu bir daha göstərmişdir.

Qeyd edək ki, (1)-(3) məsələsi haqqında geniş tədqiqatlar [2] işində verilmişdir. Bu işdə təklif olunmuş üsul isə [3] işinin çoxməhdudiyyətli halına ümumiləşməsidi.

Ədəbiyyat

1. Mamedov K.Sh., Huseynov S. Ya. Methods of Constructing Suboptimal Solitions of Integer Programming Problems and Successive Improvement of these Solitions // Automatic Control and Computer Sciences, 2007, Vol. 41, №6. pp. 312-319 Allerton Press. Inc.
2. Мамедов К.Ш. Исследование по целочисленной оптимизации, (методы, алгоритмы и вычислительное эксперименты), LAP Lambert Academic Publishing (Германия), 2012, 270 ст.
3. K.Ş.Məmmədov, N.N.Məmmədov, S.Y.Hüseynov. Bir mədudiyyətli tamədədli xətti proqramlaşdırma məsələsinin məchullara iki-iki qiymət verməklə suboptimal həlli. AMEA-nın xəbərləri, Fizika-texnika və riyaziyyat elmləri seriyası , XXXIII cild, Bakı, "Елм", 2013, № 3, səh.70-74.

TORPAQ – QRUNT MÜHİTİNDƏ MƏSAMƏLƏRİN PAYLANMA FUNKSİYASININ TƏYİNİ

Həsənov A. B., Həsənova T. A., Həsənova Ş.A.

AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutu, AMEA Torpaqşünaslıq və Aqrokimya İnstitutu, Azərbaycan

dahi57@rambler.ru

Təqdim olunan işdə kənd təsərrüfatı təyinatlı təbii torpaq-qrunt massivində süzülmə məsələlərinin tədqiqi üçün adekvat riyazi modellərin tətbiqinə kömək edən bir model - məsamələrin ehtimal – statistik paylanması funksiyasının tapılması məsələsinə baxılmışdır. Torpaq massivinə xarici intensiv suvarma, gübrələmə (su +gübrə) və s. təsirlər zamanı məsamələr fazasında baş verən dəyişikliklərin öyrənilməsi bu tip mühitlərdə məhsuldarlıq xarakteristikalarının idarə olunmasını təmin edə bilər.

Torpaq-qrunt mühitinin əsas xarakteristikalarından biri məsamələrin həcm üzrə paylanma funksiyasıdır. Bu funksiya dedikdə, adətən, ölçüləri [*r*, *r*+*dr*] intervalında yerləşən məsamələrin $f(r)dr$ sayına mütənasib olan $f(r)$ ədədi funksiyaları nəzərdə tutulur. Müxtəlif torpaq qatı nümunələri üçün məsamələrin təbii paylanma funksiyaları texniki ədəbiyyatda stasionar hal üçün qrafik şəkildə göstərilmişdir. Müəyyən həcmli qeyri-bircins məhsuldar qatda intensiv xarici təsirlər nəticəsində yayılan qeyri-stasionar dalğaların dispersiyası baş verir ki, bu da məsamələrin deformasiyasına, bəzilərinin qapanması fonunda yenilərinin yaranması və s. proseslərin baş verməsinə səbəb olur. Bu cür qeyri-xətti təzahürlərin riyazi modellərinin yaradılması onların fiziki mahiyyətinin araşdırılması və məqsədyönlü şəkildə idarə olunması üçün çox vacib və əhəmiyyətlidir.

Fərz edək ki, layın hər bir nöqtəsində istənilən *t* anında paylanma funksiyası $f = f(r,t)$ şəklindədir. Burada *r* – məsamə kanalının radiusudur. Zamanın başlanğıc qiymətlərində (*t=0*), yəni xarici təsirlərin hələ tətbiq edilmədiyi vaxt $f(r,0) = f^0(r)$ şəklində olur və $\int_0^\infty f^0(r)dr = 1$ şərti ödənilir.

Əgər layda məsaməli kanalların miqdarını və ölçülərini dəyişə bilən struktur dəyişmələri baş verərsə, onda paylanma funksiyasının koordinat və zamandan asılı təkamül dəyişmələri öyrənilməlidir. Tutaq ki, məsaməli kanalların radiuslarının azalması sürəti $v_r(r,t)$, onların yaranması (və ya yox olması) sürəti isə $v_\eta(r,t)$ ilə işarə olunub. Bu sxemə əsasən *dt* zaman intervalında [*r*, *r*+*dr*] aralığında mövcud olan kanalların sayının dəyişməsini xarakterizə edən ifadə

$f(r,t+dt)dr - f(r,t)dr \approx \frac{\partial f}{\partial t}dtdr$ olar. və ya $\frac{\partial f}{\partial t}dtdr = \frac{\partial}{\partial r}[v_r(r,t)f(r,t)]drdt\, v_\eta(r,t)drdt.$

Buradan alırıq ki, $\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial r}(v_r) + v_\eta = 0.$

Bu prosesin “fərdi” xarakteri $v_r(r,t)$ və $v_\eta(r,t)$ əmsallarının iştirak etməsidir. Bu tənlik kifayət qədər ümumidir və mayelərin məsaməli mühitdə süzülməsi məsələlərinin geniş miqyaslı həllinə imkan verir. Bu tənliyi tətbiq edərək kiçik qatılıqlı nanoqarışıqların laya vurulmasında ortaya çıxan tətbiqi məsələləri, arid zonada kənd təsərrüfatı təyinatlı əkin sahələrinin suvarılması və bu yolla gübrələnməsi proseslərinin bir çox praktiki məsələlərini həll etmək olar. Əgər süzülmə axınlarında təbii və ya antropogen xarakterli dispers hissəciklər olarsa, onların ölçülərinə görə paylanma funksiyasını $q = q(v,t)$ ilə işarə edək. Burada v - hissəciyin həcmidir və sonrakı mülahizələrdə hissəcik dedikdə onun həcmi nəzərdə tutulur. Hissəciyin ölçüsünün və sayının intensivliyinin artması funksiyalarını, uyğun olaraq, h_v və h_ζ ilə işarə etsək alarıq: $\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial v}(h_v q) + h_\xi = 0$.

Layın mütləq keçiriciliyinin kənar təsirlər zamanı məsamələr fəzasının struktur dəyişmələri nəticəsində dəyişməsinin cari qiymətini $k(x,y,z,t)$ kimi işarə edək və $k=\bar{k}(x,y,z,t)k^0$ hasili şəklində götürək. Buradakı $\bar{k}(x,y,z,t)$ - qalıq keçiriciliyini silindrik kanallar üçün Haqen – Puazeyl yaxınlaşmasına uyğun paralel kapilyarlar modelinə görə təyin edə bilərik.

Zamanın başlanğıc anında Δl uzunluqlu vahid en kəsiyinə malik kanaldan ΔP təzyiq düşküsü nəticəsində keçən maye miqdarı $Q = k^0 \Delta P/(\mu \Delta l)$ kəmiyyətinə bərabərdir. Onda kapilyarlar dəstəsi üçün Haqen – Puazeyl düsturuna əsasən alırıq:

$$Q^0 = N\int_0^\infty \frac{\pi r^4 \Delta P}{8\mu\xi\Delta l} f^0(r)dr \quad \text{və} \quad Q = N\int_0^\infty \frac{\pi r^4 \Delta P}{8\mu\xi\Delta l} f(r)dr$$

Buradan alırınan ifadə ilə keçiriciliyi yüksək dəqiqliklə hesablamaq olar.

$$\bar{k} = \frac{k}{k^0} = \int_0^\infty r^4 f dr \Big/ \int_0^\infty r^4 f^0 dr \quad \text{və ya} \quad k = k^0 \frac{\int_0^\infty r^4 f dr}{\int_0^\infty r^4 f^0 dr}$$

Mikrohissəciklərin varlığı onların məsamələr daxilinə düşməsi ehtimalini xeyli artırır və məsaməli kanalların giriş və ya çıxış hissələrinin ölçüsünün daralmasına səbəb ola bilər. Bu hadisənin ən sadə variantının riyazi təsviri zamanı sadəlik üçün fərz edilir ki, bütün kapilyarlar üçün boğaz hissənin radiusunun kanalın silindrik hissəsinin radiusuna nisbəti bütün kanallar üçün eynidir və əgər hissəciyin radiusu kanalın boğaz hissəsinin radiusuna bərabər və ya böyük isə məsamə kanalı təmamilə tutulur və ilişmiş hissəciklər kütləsinin öz keçiriciliyi layın keçiriciliyindən çox-çox kiçikdir. Kapilyar daxilində mayenin orta hərəkət sürəti üçün aşağıdakı ifadəni tapırıq:

$$v_{or} = |v|r^2/(8\xi\left(\frac{K_0}{\mu_0} + \frac{K_w}{\mu_w}\right)\mu_w) .$$

Darsi və Puazeyl qanunlarının kombinəsindən kanallar dəstəsi üçün vahid zamanda keçən maye həcmi: Q=$|V| = \left(\frac{K_0}{\mu_0} + \frac{K_w}{\mu_w}\right)\frac{\Delta P}{\Delta l}$ olur.

HİSSƏ-HİSSƏ OPTİMALLAŞDIRMA METODUNDA QEYRI-MÜƏYYƏNLİYİN TƏSVİRİ

Həsənli N.İ.
Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti, Azərbaycan
narmin.mammadova@gmail.com

Hissə-hissə optimallaşdırma(PSO) metodu optimallaşdırma metodu olub, müasir mühəndislik, iqtisadi problemlərin həlli zamanı geniş istifadə olunur. Dəstə halında yaşayan bioloji aləmin davranış və intellektini özündə cəmləyən bu metod, kollektiv intellektlə məşğul olan tədqiqatçıları güclü bir alətlə təmin etmişdir.

PSO ilk dəfə 1995-ci ildə Kennedy və Eberhant tərəfindən təklif olunmuşdur. Metod populyasiyadan və namizəd həllərdən ibarətdir. Hər bir namizəd həll, məsələnin mümkün həllərini təqdim edir. Namizəd həllər axtarış sahəsində uçuş edərək, indiyə qədər olan vəziyyətlərini və qonşularının vəziyyətlərini nəzərə alaraq yeni mövqelərini nizamlayırlar.[3]

PSO-nin effektivliyini artırmaq üçün bir çox yanaşmalara baxılmışdır. Bunların əksəriyyəti yaxınlaşmanı təkminləşdirməyə və populyasiyanın müxtəlifliyini artırmağa yönəlmişdir. Belə olan halda populyasiya olan namizəd həllər arasında informasiya mübadiləsi sürətlənir və axtarılan optimuma yaxınlaşma yüksəlir. PSO-da qeyri-müəyyənlik əlavə etməklə davranış təsirinə baxaq. İki giriş və üç çıxışlı sistemə baxaq. Giriş məqsəd funkiyası və uzun müddət eyni qiymət üzərində qalan məqsəd funksiyasının qiymətidir. Çıxışda w-inersiya çəkisi və c1, c2, sosial və etik davranış faktorudur(Şəkil 1). Qeyri-səlis sistemin iş prinsipi dörd addıma əsaslanır: fazzifikasiya, qaydalar, qeyr-səlis mühakimə və defazzifikasiya . [2,3]

Qeyri-müəyyənlik təsvir olunan hissə-hissə optimallaşdırma(UPSO) aşağıdakı alqoritmlə işləyir.

Addım 1.Giriş verilənləri və FPSO parametr limitləri.

Addım 2.Təsadüfi axtarışa başlamaq və namizəd həllərini sürətini təyin etmək. Hər bir namizəd həllin məqsəd funksiyasını hesablamalı.

Addım 3.Hər bir namizəd həllin Pbestini təyin etmək və bu Pbest arasında Gbest müəyyən etmək.

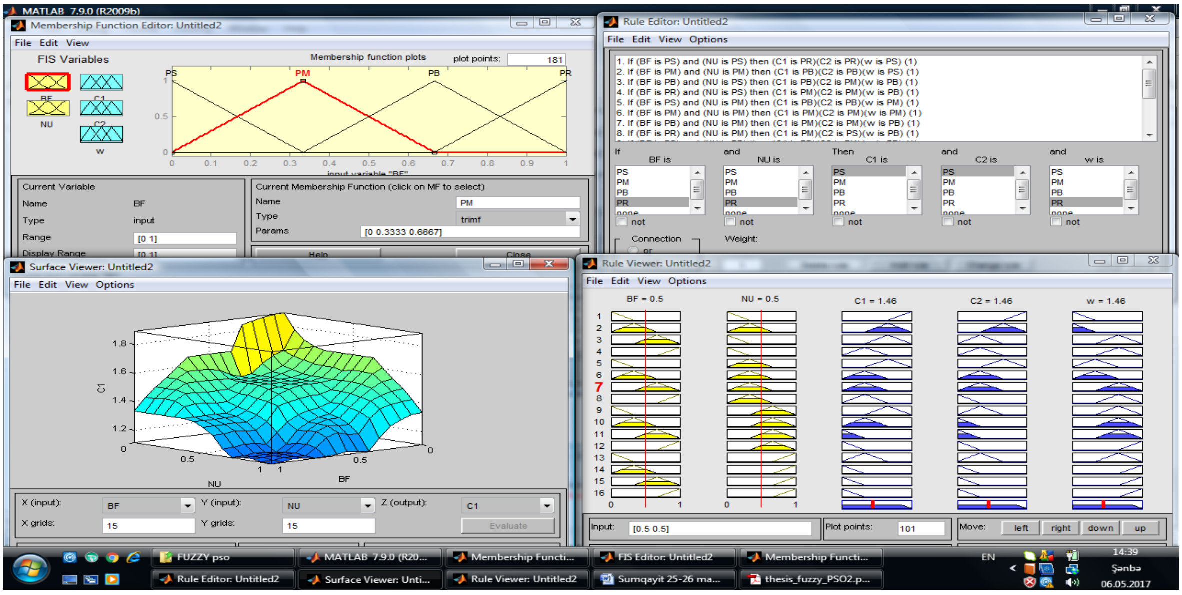
Addım 4.FPSO paramerlərini(w c1 c2) qeyri-səlis sitem tərəfindən yeniləmək.

Addım 5.Yeni sürət və mövqe təyin olunur.

Addım 6.Bütün namizəd həlləri yeni mövqelərində hesablamaq. Bu, məqsəd funksiyasını hesablayır.

Addım 7.Əgər bütün namizəd həllərin hesablama qiyməti əvvəlki Pbest yüksəkdirsə, bu qiymət Pbest təyin olunur.Əgər Pbest Gbest-dən yaxşıdırsa, bu qiymət Gbest təyin olunur. Bütün Gbest-lər namizəd kimi həllin sonuna kimi saxlanılır.

Addım 8.Dayanma meyarları yoxlanılır. Alınmış yaxşı qiymət və ya iterasiyanın maksimum sayı. Əgər nəticədə alınan qiymət qane edən deyilsə, onda Addim 4 geri dönməklə prosesi təkrarlamaq. Əks halda növbəti addıma keçmək.



Şəkil 1.PSO parametrlərinin mənsubiyyət funksiyasının qurulması

Ədəbiyyat

1. Fuzzy Classification System Design Using PSO with Dynamic Parameter Adaptation Through Fuzzy Logic. Frumen Olivas, Fevrier Valdez and Oscar Castillo. Springer International Publishing Switzerland 2015 O. Castillo and P. Melin (eds.), Fuzzy Logic Augmentation of Nature-Inspired Optimization Metaheuristics, Studies in Computational Intelligence 574, DOI 10.1007/978-3-319-10960-2_2
2. Voltage-Control Based on Fuzzy Adaptive Particle Swarm Optimization Strategy. Hossam Hosni Shaheen. February, 2010.
3. PSO və GA təkamül optimallaşdırma üsullarının müqayisəsi. Qardaşova L.A., Həsənli N.İ. Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları III Respublika Konfransı..15- 16 dekabr.Sumqayıt Dövlət Universiteti. 2016-cı il səh155-157.

KOLLEKTİV QƏRAR QƏBULETMƏNİN FAZA MƏHDUDİYYƏTLİ BİR MƏSƏLƏSİ

Həmidov R. H., Allahverdiyeva N. K.
Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan

Bir çox praktiki məsələlərdə qərar qəbuletmə zamanı tətbiq olunun riyazi modellərdə istifadə olunan dəyişənlərin üzərinə əlavə məhdudiyyətlər qoyulur. Məsələn, bu məhdudiyyətlər texnoloji imkanın yetərincə olmaması ilə bağlı və ya investisiya imkanının kifayət qədər olmaması ilə əlaqədar ola bilər. Belə olduqda qəbul olunan qərardan faydalanan iştirakçıların mənfəətləri də məhdudlanmış olur.

Təqdim olunan işdə deyilən məzmunu özündə əks etdirən qərar qəbuletmə məsələsinə baxılır. Seçim variantını $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ ilə işarə edək. Bu seçimdən faydalanan k sayda iştirakçı N={1, 2,....,k} kimi işarə olunan N kollektivini əmələ gətirir. i-ci iştirakçının mənfəəti $u_i = C_i x_i$ kimi hesablanır və beləliklə, $u = (u_1, ..., u_k)$ kollektiv seçim vektoru alınır. Belə vektorların çoxluğunu U ilə işarə etsək, onda U çoxluğu aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$U = \{ (u_1, ...u_k) | u_i = C^i x,\ i = 1,\dots,k,\ Ax \le y^0,\ x \le d,\ x \ge 0 \}$$

Burada $x \le d$ əlavə məhdudiyyət şərtlərini ifadə edir.

Məsələ U çoxluğundan hər bir iştirakçını və kollektivi bütövlükdə razı salan variantın tapılmasından ibatətdir. Həllin tapılması prosesi bu həllin hansı prinsip əsasında seçilməsini tələb edir. Qəbul olunan prinsip son variantın bir çox halda daha dar çoxluqdan seçilməsinə gətirib çıxarır. Lakin elə prinsiplər də vardır ki, onlar vahid bir variantın seçiminə gətirir. Misal üçün, nisbi bərabərlik prinsipi belələrindəndir.

İşdə nisbi bərabərlik prinsipinə əsaslanan və qəbul ediləcək qərara qoyulan tələblərdən asılı olaraq müxtəlif məzmunlu məsələlərin həll prosesi araşdırılır. Qarşıya çıxan bu tip məsələlərdən biri ehtiyatın bölgüsü ilə bağlı məsələdir. İşdə bu məsələ məhdudiyyətli oyuna gətirilir. Həll olaraq isə yalnız ehtiyatın bölgüsündə maraqlı olan iştirakçının mənafeyini nəzərə alan həll başa düşülür. Bu məsələ qeyri-kooperativ oyuna gətirilir. Lakin alınmış məsələ, adətən, böyük ölçülü olduğu üçün əvvəlcə ölçünün azaldılması yolları araşdırılır, sonra isə məsələyə Braunun iterasiya üsulunun tətbiqi öyrənilir.

Ədəbiyyat

1. Moulin , Herve. Axioms of cooperative decision making. Cambridje University. Press. 1988,p.332.

İNTERNETDƏ İNFORMASİYANIN ÖTÜRÜLMƏSİNƏ NƏZARƏT VƏ UÇOTUN OPTİMALLAŞDIRILMA PARAMETRLƏRİNİN SEÇİLMƏSİ

İsgəndərov Ə.Ə., Kərimova X. F., Həsənova S. S.
Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan

İnternet şəbəkəsinin avtomatlaşdırılmış nəzarət və uçot sisteminin işinin optimallaşdırılmasına informasiyanın ötürülmə tezliyinin maksimallaşdırılması, ötürmə xəttində informasiya itkilərinin minimallaşdirilması və informasiyanın ötürülməsi zamanı şəbəkənin etibarlılığının maksimallaşdırılması məsələləri daxildir.

<u>Şəbəkənin məhsuldarlığı</u> iki növ göstəricilərin köməyi ilə ölçülür:

- verilənlərin mübadiləsi yerinə yetirilən zaman şəbəkə vasitəsi ilə daxil edilən gecikmələri qiymətləndirən dəyişənlər;
- vahid zamanda şəbəkə vasitəsi ilə ötürülən informasianın miqdarını əks etdirən göstəricilər.

Belə kriterilər çoxluğu iki qrupa bölünür: birinci qrup ınformasiyanın ötürülmə sisteminin (İÖS) məhsuldarlığını, ikinci qrup isə - etibarlılğını xarakterizə edir.

<u>Reaksiya vaxtı</u> İÖS-ün məhsuldarlığının vaxt xarakteristikasıdır və müəyyən şəbəkə servisinə müraciət baş verdikdən bu müraciətin cavabı alınana qədər keçən vaxt intervalı kimi təyin olunur.

<u>Müraciət vaxtının</u> optimallaşdırılması ya qoyulmuş kriterinin minimallaşdırılması yolu ilə ya da onun praktiki cəhətdən əlverişli sayılan verilmiş konkret qiymətə çatmasının əldə edılməsi yolu ilə yerinə yetirilə bilər.

İnformasiyanın kommutasiyası üçün protokollarının seçilməsi kanal səviyyəsinin
(Ethernet, TokenRing, FDDI, FastEthernet, ATM) və şəbəkə/nəqliyyat səviyyəsinin

(IPX/SPX, TCP/IP, NetBIOS) protokollaruından asılı deyil.

Paketin mürəkkəb şəbəkədə gəzintisini müəyyən edən parametr şəbəkə səviyyəsində olan protokolların çoxunda vardır. İP protokolunda bu parametr TTL (Time-To-Live – yaşama vaxtı) adlanır.

Hər bir protokolun tənzimləmə parametrləri vardır, bu isə şəbəkənin məhsuldarlığına və etibarlılığına təsir etməyə imkan verir. Protokolun tənzimlənməsi aşağıdakı parametrlərin dəqiqləşdirilməsi yolu ilə yerinə yetirilir:

- kadrin maksimal mümkün olan ölçüsü;
- taym-autların (o cümlədən paketin yaşama müddətinin) ölçüsü;
- təsdiq olunmayan paketlər pəncərəsinin ölçüsü və s.

Konkret protokolun ölçüsü adətən verilənlər sahəsinin protokolun standartında göstərilmiş maksimal qiyməti ilə məhdudlaşır.

Şəbəkə protokolundan başlayaraq, yuxarı səviyyənin protokolları öz paketlərini kanal səviyyəsinin kadrlarına çevirir, buna görə də kanal səviyyəsində olan məhdudiyyətlər bütün səviyyələrin protokollarının paketlərinin maksimal ölçüsü üçün ümumi məhdudiyyətdir.

Adətən ötürülən verilənlər porsiyalarının ölçüsü protokollar stekinin nəqliyyat səviyyəsində tənzimlənir. Böyük paketlərin istifadəsi zamanı emal edilmə tələb edən paketlərin sayı azaldığına görə kadrlar və paketlərlə işləyən kommunikasiya avadanlığının məhsuldarlığı artır.

Optimal TTL-in seçilməsi və qoyulması natural təcrübə aparmaqla və ya modelləşdirmə yolu ilə yerinə yetirilir.

Əlaqə yaratmaqla işləyən protokollar adətən paketın çatdırılmasının korrektliyinə nəzarət edir və itirilən və ya səhvləri yaranmış paketlərin yenidən göndərilməsini təşkil edir.

Birləşmələr çərçivəsində hər bir paketın düzgün ötürülməsi istifadəçinin hesablaşma “qəbzi” ilə təsdiq edilməlidir.

1) *Hesablaşma “qəbzi”* metodu– əlaqənin etibarlığını təmin edən metodlardan biridir. Müsbət və mənfi qəbzlərin mübadiləsinin təşkili iki metodun köməyi ilə yerinə yetirilir: boş dayanmalarla və “pəncərə” ilə.

2) *Sürüşkən pəncərə* metodu. Bu metod xəttin istifadə olunma əmsalını artırmaq üçündür, və göndərənə bir neçə paketi kəsilməz rejimdə, cavab qəbzləri almadan göndərməyə imkan verir.

Ədəbiyyat

1. Ожегов А.Н. Системы АСКУЭ [Текст] : учебное пособие / А.Н.Ожегов. – Киров: Изд-во ВятГУ, 2006. 102с.
2. Повышение производительности и оптимизация структуры локальных сетей АСКУЭ [Текст] / Уо Уо Гбилимо – М:2004. 140с.

VALYUTA MƏZƏNNƏSİ MATRİSİNİN QURULMASI

Quluzadə T.H.

Azərbaycan Dövlət İqtisad Universiteti, Azərbaycan

Aydındır ki, dünya maliyyə bazarının əsasını milli valyutaların alıcılıq qabiliyyəti pariteti təşkil edir. Fərz edək ki, n-sayda ölkə üzrə t-zaman anında hər bir ölkənin özünün milli valyutası ilə qiymət səviyyəsi $P_1(t), P_2(t),..., P_n(t)$ şəklindədir. Onda ardıcıl olaraq ölkələrin valyutalarının bir-birinə nisbətdə alıcılıq qabiliyyəti pariteti aşağıdakı kimi olar.

$$P_2(t) = S_{21}(t)P_1(t) \tag{1}$$

$$P_n(t) = S_{n\,n-1}(t)P_{n-1}(t) = S_{n\,n-1}(t)\cdot ... \cdot S_{21}(t)\cdot P_1(t) \tag{2}$$

və yaxud

$$\mathrm{P}_{n-1}(\mathrm{t}) = \mathrm{S}_{n-1\,n}(\mathrm{t})\cdot \mathrm{P}_n(\mathrm{t}) \tag{1*}$$

$$P_1(t) = S_{12}(t)P_2(t) = S_{12}(t)\cdot ... \cdot S_{n\,n-1}(t)\cdot P_n(t) \tag{2*}$$

Burada, $S_{ij}(t) = 1 / S_{ji}(t), (i, j = 1,\dots,n)$ formulu doğrudur. Yuxarıdakı riyazi formullarda $S_{ij}(t)$-lər valyutaların mübadilə kursu və ya arbitrajı adlanır. Yuxarıdakı düsturlardan istifadə etməklə arbitraj matrisini yazmaq olar.

$$A=\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & . & . & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & . & . & S_{2n} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ S_{n1} & S_{n2} & . & . & S_{nn} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & S_{12} & . & . & S_{1n} \\ 1/S_{12} & 1 & . & . & S_{2n} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ 1/S_{1n} & 1/S_{2n} & . & . & 1 \end{pmatrix}$$

Burada $S_{ii}(t)$ daxili valyutanın özünün-özünə arbitrajıdır və $S_{ii}(t)=1$ münasibəti doğrudur.

Yuxarıdakı (2) və (2*) bərabərliklərini zamanın t və $t+\Delta t$ anında yazmaqla aşağıdakı tənlikləri ala bilərik.

$$\left(1+\frac{dP_n(t)}{P_n(t)}\right)=\left(1+\frac{dS_{n\,n\text{-}1}(t)}{S_{n\,n\text{-}1}(t)}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{dS_{21}(t)}{S_{21}(t)}\right)\cdot\left(1+\frac{dP_1(t)}{P_1(t)}\right) \tag{3}$$

$$\left(1+\frac{dP_1(t)}{P_1(t)}\right)=\left(1+\frac{dS_{12}(t)}{S_{12}(t)}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{dS_{n\,n\text{-}1}(t)}{S_{n\,n\text{-}1}(t)}\right)\cdot\left(1+\frac{dP_n(t)}{P_n(t)}\right) \tag{3*}$$

(3) və (3*) bərabərliklərində bəzi işarələmələri qəbul edərək bu tənlikləri başqa şəkildə yaza bilərik.

$$(1+\pi_n(t))=(1+L_{n\,n\text{-}1}(t))\cdot\ldots\cdot(1+L_{21}(t))\cdot(1+\pi_1(t)) \tag{4}$$

$$(1+\pi_1(t))=(1+L_{12}(t))\cdot\ldots\cdot(1+L_{n\,n\text{-}1}(t))\cdot(1+\pi_n(t)) \tag{4*}$$

Burada, $\pi_i(t)(i=1;...n)$-lər uyğun olaraq ölkələrdə inflyasiya tempini, $L_{i\,j}(t)$-lər isə valyuta kurslarının nisbi dəyişməsini göstərir.

Xassə1. $\prod_{i=1}^{n-1}(1+L_{i+1\,i}(t))=\left(\prod_{i=1}^{n-1}(1+L_{i\,i+1}(t))\right)^{-1}$ $(i,j=1,\ldots,n)$ münasibəti doğrudur.

Xassə2. $L_{i\,j+1}(t)=-L_{i+1\,i}(t)$ $(i=1;...n-1)$ münasibəti doğrudur.

Xassə3. $L_{i\,j}(t)=0$ $(i=1;\ldots n)$ münasibəti doğrudur.

(4) və (4*) ifadələrinin xüsusi hallarını yazmaqla ölkələrin çüt-çüt qarşılıqlı valyuta kurslarında baş verən qalxma və enmələrinin dəqiq hesablanmasını göstərə bilərik.

Xüsusi hallar: $L_{21}(t)=\dfrac{\pi_2(t)-\pi_1(t)}{1+\pi_1(t)}=(\pi_2(t)-\pi_1(t))\cdot\left(1-\dfrac{\pi_1(t)}{1+\pi_1(t)}\right)$ (5)

və ya i və j-ci ölkə arasında valyuta kursu əlaqəsi aşağıdakı kimidir.

$$L_{ij}(t)=(\pi_i(t)-\pi_j(t))\cdot\left(1-\frac{\pi_j(t)}{1+\pi_j(t)}\right) \tag{5*}$$

Ölkələrin valyutalarının kursunun nisbi dəyişməsini göstərən matris sistemi yaza bilərik.

$$B=\begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & . & . & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & . & . & L_{2n} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ L_{n1} & L_{n2} & . & . & L_{nn} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & L_{12} & . & . & L_{1n} \\ -L_{12} & 0 & . & . & L_{2n} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ -L_{1n} & -L_{2n} & . & . & 0 \end{pmatrix}$$

(5) və (5*) ifadələrində bəzi dəyişikliklər etməklə bu ifadələri hər bir ölkənin milli valyutasında olan pul kütləsinə tətbiq edərək yaza bilərik.

$$L_{ij}(t)=(\pi_i(t)-\mu_j(t)dt)\cdot\left(1-\frac{\pi_j(t)}{1+\pi_j(t)}\right);\mu_j(t)=M_j^{-1}\,dM_j/dt \tag{6}$$

$$\frac{dS_{ij}(t)}{S_{ij}(t)}=\left(\frac{dP_i(t)}{P_i(t)}-\mu_j(t)dt\right)\cdot\left(1-\frac{\pi_j(t)}{1+\pi_j(t)}\right) \tag{6*}$$

$$\frac{S_{ij}(t)}{P_i(t)}=\frac{S_{ij}(0)}{P_i(0)}\cdot\exp\left\{-\int_0^t\mu_j(t)dt\right\}-Z(\pi_i(t),\pi_j(t)) \tag{7}$$

Burada, $Z\left(\pi_i(t),\pi_j(t)\right)=\int_0^t\left(\pi_i(t)-\mu_j(t)dt\right)\cdot\frac{\pi_j(t)}{1+\pi_j(t)}\,dt$ -dir.

$\mu_j(t)$-kəmiyyəti daxili bazara təsir edən ekzogen kəmiyyət rolunu oynayan dəyişəndir. Ölkəyə valyuta daxil olması qiymətlər nisbətindən daha çox asılı kəmiyyət kimi dəyişir. Yəni, əgər $P_i(t)<S_{ij}(t)P_j(t)$ olarsa ixracın stimullaşması prosesi gedir. Əks halda idxal stimullaşır.

Xüsusi halda $\mu_{ij}(t)=\vartheta\left(1-\frac{S_{ij}(t)P_j(t)}{P_i(t)}\right)$ şəklində xətti əvəzlənməsini qəbul edə bilərik.

Əlavə olaraq valyutanın bütün təsirlərə etinasız qaldığını fərz etsək, yəni onun kursunun dəyişməzliyini qəbul etsək aşağıdakı kimi diferensial tənliklər sistemini ala bilərik.

$$dy_{ij}(t)=\vartheta\left(1-y_{ij}(t)\right)dt-dZ\left(\pi_i(t),\pi_j(t)\right)\quad (i,j=1,\dots,n) \tag{8}$$

burada, $y_{ij}(t)=S_{ij}(t)\frac{P_j(t)}{P_i(t)}$ qəbul edilmişdir.

(8) differensial tənliklər sistemini həll etməklə axtardığımız modelin xüsusi halını ala bilərik.

$$y_{ij}(t)=1+\frac{y_{ij}(0)-1}{\exp(\vartheta t)}-Q(t) \tag{9}$$

Burada, $Q(t)=\int_0^t\frac{dZ\left(P_i(t),P_j(t)\right)}{y_{ij}(t)-1}$.

(9) ifadəsi onu göstərir ki, əgər $P_i(0)<S_{ij}(0)P_j(0)$ olarsa, idxal üzərində ixrac stimullaşır: yəni, $y_{ij}(0)>1$ şərti ödənilməlidir ki, daxili valyutanın ideal alıcılıq qabiliyyəti pariteti yarana bilsin. Daha doğrusu $y_{ij}(t)\to 1$ və ya $P_i(t)\to S_{ij}(t)P_j(t)$ şərtinin ödənməsi ilə valyutanın ideal alıcılıq qabiliyyəti pariteti problemini həll etmək olar.

Yuxarıda qurulmuş sadə modeldən real iqtisadi və siyasi amilləri nəzərə almaqla ölkənin ticarət valyuta balansının proqnozlaşdırılmasında istifadə etmək olar. Qeyd edim ki, bu model bəzi subyektiv amilləri nəzərə almaq imkanından uzaqdır.

Ədəbiyyat

1. «Ekonomika i matematiçeskie metodı». M., jurnalının illik nömrələri.
2. Klas A., Qerqeli K., i dr. Vvedenie v ekonometriçeskoe modelirovanie, M., Statistika, 1978,s. 246.

İSTİLİKKEÇİRMƏ PROSESİ ÜÇÜN HƏRƏKƏT EDƏN OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİ

Məmmədov Ə. C., Alıyev X. H.
Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan
akbar.mammedov46@mail.ru

İşdə

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 Q(x,t)}{\partial x^2}+u(t)\delta(x-\upsilon(t)) \tag{1}$$

tənliyi $Q(x,0)=\varphi(x)$, (2)

başlanğıc şərti və

$$Q(0,t)=0,\ \ Q(\pi,t)=0, \tag{3}$$

bircins sərhəd şərtləri ilə təsvir edilən prosesin optimal idarəedilməsi məsələsi tədqiq edilir. Burada $\varphi(x)$ çubuğun zamanın başlanğıc anında temperaturu, $u(t)$ elektrik şualarının gücü, $\upsilon(t)$- isə elektrik şuasının

hərəkət trayektoriyası olub idarəedici parametrlərdir. $\upsilon(t)$ və $u(t)$ idarəedicilər hissə-hissə kəsilməz funksiyalar olub,

$$0 \le x - \upsilon(t) \le \pi,\ 0 \le u(t) \le L \tag{4}$$

şərtlərini ödəyir (4) şərtlərini ödəyən funksiyalar çoxluğuna mümkün idarəedicilər sinfi deyacayik və U ilə işarə edəcəyik. Optimal idarəetmə məsələsi aşağıdakı kimi qoyulur: mümkün idarəedicilər sinifindən elə $u(t),\upsilon(t) \in U$ idarəedicilərini seçin ki, onlar (1)-(3) məsələsinin həlli daxilində

$$J[u,\upsilon] = \int_0^{\pi} Q^2(x,T)dx \tag{5}$$

funksionalına minimal qiymət versin.

Asanlıqla göstərmək olar ki, hər bir $u(t),\upsilon(t) \in U$ üçün (1-(3)qarışıq məsələsinin həlli aşağıdakı kimi olar:

$$Q(x,t) = \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}[\varphi_k e^{-k^2 t} + \int_0^t e^{-k^2(t-\tau)}u(\tau)\sin k\upsilon(\tau)d\tau]\sin kx \cdot \tag{6}$$

Burada $\varphi_k = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}\varphi(x)\sin kxdx$.(1)-(3) məsələsinin həllindən istifadə edərək (5) funksionalını aşağıdakı şəkilə gətirmək olar:

$$J(u;\upsilon) = I + 2\int_0^{\pi}\omega(\tau)u(\tau)d\tau + \int_0^T\int_0^T R(t,s)u(s)u(t)dtds, \tag{7}$$

harada ki, $I = 2\sum_{k=1}^{\infty}\varphi_k^2 e^{-2k^2 T}$, $\omega(\tau) = 2\sum_{k=1}^{\infty}\varphi_k e^{-k^2(2T-\tau)}\sin k\upsilon(\tau)$, $R(t,s) = 2\sum_{k=1}^{\infty} e^{-k^2(2T-\delta-s)}\sin k\upsilon(\tau)\sin\upsilon(s)$.

Asanlıqla göstərmək olar ki, $\omega(\tau)$ $[0,T]$ parçasında, $R(t,s)$ funksiyası isə $[0 \le t \le T;\ 0 \le s \le T]$ kvadratında kəsilməz funksiyalardır. Bundan əlavə $R(t,s)$ müsbət-müəyyən nüvədir.

$J[u,\upsilon]$ funksionalı aşağıdan məhduddur və $u(t),\upsilon(t) \in U$ funksiyalarından kəsilməz asılıdır. U çoxluğu qapalı çoxluq olduğundan $J[u,\upsilon]$ funksionalı U çoxluğunda özünün minimum qiymətini alar. $J[u,\upsilon]$ funksionalına minimum qiymət verən $u(t),\upsilon(t)$ idarəediciləri

$$\begin{cases} gradJ_u[u,\upsilon] = 0, \\ gradJ_v[u,v] = 0 \end{cases}$$

sisteminin həlli olar.

Ədəbiyyat

1. А.Д.Мамедов. Задача оптимального подвижного управления для процесса теплопроводности.// Дифференциальные уравнения. 1989, Т.25, №6, с.296-301
2. Ə.C.Məmmədov, X.H.Alıyev. Parabolik sistem üçün bir hərəkət edən optimal idarəetmə məsələsi.// SDU-nun Elmi xəbərləri. Təbiət və texniki elmlər bölməsi, C.16, 2016, № 2, s.21-25.

ÇOXÖLÇÜLÜ ÇANTA MƏSƏLƏSİ ÜÇÜN FUNKSİONALA GÖRƏ ZƏMANƏTLİ SUBOPTİMAL HƏLLİN QURULMASI

Məmmədov K. Ş., Məmmədov N. N.

Bakı Dövlət Universiteti, Milli Aviasiya Akademiyası, Azərbaycan

mamedov_knyaz@yahoo.com

Aşağıdakı şəkildə verilən çoxölçülü çanta məsələsinə baxaq:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \rightarrow max, \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i, \quad (i = \overline{1,m}), \tag{2}$$

$$x_j = 0 \vee 1, \quad (j = \overline{1,n}). \tag{3}$$

Burada $c_j > 0,\ a_{ij} \geq 0,\ b_i > 0 \quad (i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n})$ verilmiş tam ədədlərdir.

Qeyd edək ki, çoxlu miqdarda iqtisadi və texniki məsələlərin riyazi modeli (1) – (3) şəkilində alınır. Bu zaman (1) funksiyası əldə olunan gəliri (mənfəəti, qazancı və s.), (2) sisteminin sol tərəfi cəkiləsi xərcləri, sağ tərəfi isə ayrılmış limit vəsaitləri göstərir. Bu məsələnin optimal, yaxud suboptimal (təqribi) həllin tapılması üçün müəyyən üsullar mövcuddur [1, 2 və s.].

Tutaq ki, hər hansı üsul vasitəsilə (1) – (3) məsələsində (1) funksiyasının optimal, yaxud suboptimal qiyməti tapılmışdır. Bu zaman qarşıya belə bir məsələ çıxa bilər ki, verilmiş a_{ij} və b_i, $(i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n})$ ədədlərini dəyişmədən (1) funksiyasına verilmiş ədəddən kiçik olmayan, zəmanət verən məsələnin modeli qurulsun və həmin həllin tapılması alqoritmi işlənilsin. Aşağıda həmin model qurulmuşdur və həmin alqoritm işlənilmişdir. Bu model aşağıdak kimidir:

$$\delta_j \to min, \qquad (j = \overline{1,n}). \qquad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{n} (c_j + \delta_j)x_j \geq f^* + \Delta^*, \qquad (5)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq b_i, \quad (i = \overline{1,m}), \qquad (6)$$

$$\alpha_j \leq \delta_j \leq \beta_j, \quad (j = \overline{1,n}). \qquad (7)$$

$$x_j = 0 \vee 1, \quad (j = \overline{1,n}). \qquad (8)$$

Burada $\alpha_j \leq 0,\ \beta_j \geq 0 \quad (i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n})$ verilmiş tam ədədlərdir, f^s ədədi (1)-(3) məsələsində hər hansı suboptimal həllə görə (1) funksiyasının qiymətidir, Δ^s isə f^s ədədinin artım faizidir. Yəni $\Delta^s = \left[f^s \cdot \frac{p}{100}\right]$, $\delta_j \ (j = \overline{1,n})$ isə məchul parametrlərdir. (4) – (8) məsələsinin həllini biz (1) – (3) məsələsi üçün funksionala görə zəmanətli həll adlandırmişiq.

Qeyd edək ki, (1) – (3) məsələsi üçün [3] işində (2) sisteminin sağ tərəflərinə görə zəmanətli həll anlayışı verilmiş və həmin həllin tapılması alqoritmi işlənilmişdir. Bu işdə isə (1) funksiyasına görə zəmanətli həllin tapılması üsulu işlənilmişdir.

Üsulun proqramı qurulmuş və müəyyən hesablama eksperimentləri aparılmışdır.

Ədəbiyyat

1. *Kellerer H., Pferschy U.,Pisinger D.* Knapsack problems. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New-York, 2004, 546 p.
2. *Сигал И.Х. , Иванова А.П.* Введение в прикладное дискретное программирование модели вычислительние алгоритм. М. Физмат лит. , 2007, 304 ст.
3. *Мамедов К.Ш., Мамедов Н. Н.,* Алгоритмы построения гарантированного решения и гарантированного приближенного решения многомерной задачи о ранце. Международный научно-технический журнал «Проблемы Управления и Информатики» 2014, № 5, с. 30-37 .

SABİT ƏMSALLI XƏTTİ BİRCİNS DIFERENSİAL TƏNLİKLƏR SISTEMİNİN HƏLL ÜSULU İLƏ MATRİSİN MİNİMAL ÇOXHƏDLİSİNİN QURULMASI

Rəsulov M.B.
Mingəçevir Dövlət Universiteti, Azərbaycan

Fərz edək ki, sabit əmsallı xətti bircins diferensial tənliklər sistemi verilib:

$$\begin{cases} x_1' = a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_n' = a_{n1}x_1 + \cdots + a_{nn}x_n. \end{cases} \quad (1)$$

Bu sistemi vektor şəklində yazmaq olar: $X'=AX$, burada $A=\|a_{i,j}\|$ $(i,j=\overline{1,n})$, X isə $[x_1,\dots,x_n]$ vektorunun transponirəsidir. İsbat edilib ki, A matrisinin xarakteristik çoxhədlisi

$$\det(A-\lambda E)=(-1)^n(\lambda-\lambda_1)^{q_1}(\lambda-\lambda_2)^{q_2}\dots(\lambda-\lambda_r)^{q_r}, \;\; q_1+q_2+\cdots+q_r=n, \quad (2)$$

şəklindədirsə, onda A matrisinin minimal çoxhədlisi

$$\varphi(\lambda)=(\lambda-\lambda_1)^{k_1}(\lambda-\lambda_1)^{k_2}\dots(\lambda-\lambda_r)^{k_r}, \; k_i\le q_i \quad (i=1,2,\dots,r) \quad (3)$$

şəklindədir[4]. Burada $\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_r$-lər A matrisinin (kompleks oblastda) cüt-cüt müxtəlif məxsusi ədədləridir; $q_1,q_2,\dots,q_r$ -lər isə onların uyğun təkrarlanma dərəcələridir.

(1) sistemini həll etmək üçün müxtəlif üsullar var [2,4,5]. Onlardan birini qeyd edək. Əvvəlcə

$$\det(A-\lambda E)=0 \quad (4)$$

xarakteristik tənliyini yazaq; burada E ilə n ölçülü vahid matris işarə edilib. Sonra xarakteristik tənliyi (2) şəklində vuruqlara ayıraq. Xarakteristik tənliyin hər bir sadə λ_i kökünə $c_i\vartheta^i e^{\lambda t}$ həlli uyğundur, burada c_i ixtiyari sabitdir, ϑ^i isə λ_i −ə uyğun olan məxsusi vektordur. Bu halda (2) və (3)-də $k_i=q_i=1$ olur. Əgər λ_i-lər cüt-cüt müxtəlifdirsə (təkrarlanmırsa), onda (2) və (3)-də $q_1=\cdots=q_n=k_1=\cdots=k_n=1$ olur. Başqa sözlə, minimal çoxhədli ilə xarakteristik çoxhədli sabit vuruq dəqiqliyi ilə üst-üstə düşür: $\varphi(\lambda)=(-1)^n\cdot(A-\lambda E)=(\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2)\dots(\lambda-\lambda_n)$.

Əgər xarakteristik tənliyin $k=q_j$ dəfə təkrarlanan λ_j kökünə xətti asılı olmayan (k dənə) $\vartheta^1,\vartheta^2,\dots,\vartheta^k$ məxsusi vektorları uyğundursa, onda λ_j −yə (1)-in $(c_1\vartheta^1+c_2\vartheta^2+\dots+c_k\vartheta^k)\,e^{\lambda_j t}$ həlli uyğundur. Bu halda (2) və (3)-də $k_j=q_j$ olur.

Əgər xarakteristik tənliyin $k=q_l$ dəfə təkrarlanan λ_l kökünə yalniz *m* dənə xətti asılı olmayan məxsusi vektor uyğundursa və *m*$<n$ olarsa, onda λ_l −ə uyğun həlləri

$$\begin{cases} x_1=(a+bt+\cdots+dt^{k-m})e^{\lambda_l t}, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_n=(p+qt+\cdots+st^{k-m})e^{\lambda_l t}. \end{cases} \quad (5)$$

şəklində axtarmaq lazımdır; $a,b,\dots,s$ sabitərini tapmaq üçün (5)-i (1)-də nəzərə almaq, sağ və sol tərəfdəki oxşar hədlərin əmsallarını bərabərləşdirmək lazımdır. Nəticədə $a,b,\dots,s$-ə nəzərən XCTS alırıq. Bu əmsallar k sayda ixtiyari sabitdən asılıdır. Hər bir λ −ya uyğun həlləri tapdıqdan sonra onları toplamaqla (1)-in ümumi həllini yazmaq olur. (5) sisteminin sağ tərəfində, tapılmış çoxhədlilər içərisində ən yüksək dərəcəli çoxhədlinin dərəcəsi ρ_l olarsa, onda (3)-də $k_l=\rho_l$ olar ($a,b,\dots,s$ əmsallarının bir qismi sıfır ola bilər).

Beləliklə, diferensial tənliklər sisteminin həll üsulu ilə minimal çoxhədlinin tapılması məsələsi həll olundu. Lakin diferensial tənliklər sistemi başqa üsulla da həll oluna bilər[2,4,5], bütün hallarda diferensial tənliklər sisteminin ümumi həlli əsasında minimal çoxhədlini yazmaq üçün belə bir qaydaya əməl etmək lazımdır: əgər ümumi həllin ifadəsində $\lambda = \lambda_1$ məxsusi ədədinə uyğun olan bütün toplananlar içərisində t-nin ən yüksək dərəcəsi ω −ya bərabərdirsə, onda minimal çoxhədlinin ifadəsində $k_1 = \omega + 1$ olmalıdır; $k_2, k_3, \dots, k_r$-lər də analoji qaydada müəyyən olunur. Çoxhədlinin vuruqlara ayrılması üçün müxtəlif üsullar var [1,3].

Cədvəldə minimal çoxhədlinin qurulmasına aid misallar verilir.

Diferensial tənliklər sistemi	Ümumi həll	Xarakteristik çoxhədli və minimal çoxhədli
$x' = 4x - y - z,$ $y' = x + 2y - z,$ $z' = x - y + 2z$	$x = c_1 e^{2t} + (c_2 + c_3) e^{3t},$ $y = c_1 e^{2t} + c_2 e^{3t},$ $z = c_1 e^{2t} + c_3 e^{3t}.$	$D_1(\lambda) = -(\lambda - 2)(\lambda - 3)^2,$ $\varphi_1(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 3).$
$x' = x - y + z,$ $y' = x + y - z,$ $z' = -y + 2z.$	$x = (c_1 + c_2 t) e^{t} + c_3 e^{2t},$ $y = (c_1 - 2c_2 + c_2 t) e^{t},$ $z = (c_1 - c_2 + c_2 t) e^{t} + c_3 e^{2t}.$	$D_2(\lambda) = -(\lambda - 2)(\lambda - 1)^2,$ $\varphi_2(\lambda) = (\lambda - 1)^2(\lambda - 2).$
$x' = 2x - y - z,$ $y' = 3x - 2y - 3z,$ $z' = -x + y + 2z.$	$x = c_1 + c_2 e^{t},$ $y = 3c_1 + c_3 e^{t},$ $z = -c_1 + (c_2 - c_3) e^{t}.$	$D_3(\lambda) = -\lambda(\lambda - 1)^2,$ $\varphi_3(\lambda) = \lambda(\lambda - 1).$
$x' = 2x - y - z,$ $y' = 2x - y - 2z,$ $z' = -x + y + 2z.$	$x = (c_1 + c_3 t) e^{t},$ $y = (c_2 + 2c_3 t) e^{t},$ $z = (c_1 - c_2 - c_3 - c_3 t) e^{t}.$	$D_4(\lambda) = -(\lambda - 1)^3,$ $\varphi_4(\lambda) = (\lambda - 1)^2.$
$x' = -x + y - 2z,$ $y' = 2x + y,$ $z' = 2x + y - z.$	$x = (c_2 + c_3 t) e^{-t},$ $y = 2c_1 e^{t} - (2c_2 + c_3 + 2c_3 t) e^{-t},$ $z = c_1 e^{t} - (c_2 + c_3 + c_3 t) e^{-t}.$	$D_5(\lambda) = -(\lambda - 1)(\lambda + 1)^2,$ $\varphi_5(\lambda) = (\lambda - 1)(\lambda + 1)^2.$

Ədəbiyyat

1. Rəsulov M.B.,Mustafayev S.M., Əhmədov V.U. Həqiqi əmsallı çoxhədlinin vuruqlara ayrılması ATU.Elmi Xəbərlər. Gəncə 2010, № 17-18, səh, 5-6.
2. Ф.Р.Гантмахер. Теория матриц. Наука, Москва, 1988, 552с.
3. В.П.Дьяконов. Справочник по алгоритмам и программам на языке Бейсик для персональных ЭВМ, Наука, Москва, 1987, 240 с.
4. Л.С.Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Наука, Москва, 1982, 332с.
5. А.Ф.Филиппов.Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Наука, Москва, 1973, 128с.

MÜNAQİŞƏLƏRİN TƏDQİQ OLUNMASINDA FAYDALILIQ NƏZƏRİYYƏSİNİN TƏTBİQ OLUNMASI

Şimiyev H.V.
Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan
shimiyev@mail.ru

Üstünlüklərə aid olunan faydalılıqlara alternativlər çoxluğunda təyin olunan həqiqi funksiyanı müəyyənləşdirir. Bu funksiya faydalılıq (dəyərlilik) funksiyası adlanır və üstünlüklər ardıcıllığını inikas (əks) etdirir. Faydalılıq funksiyasına görə: daha çox üstünlüyə malik obyektlər böyük dəyər (fayda) əldə edirlər. Bərabər üstünlüyə malik obyektlər isə bərabər fayda əldə edirlər. Əgər faydalılıq funksiyası yalnız üstünlüklər ardıcıllığını özündə əks etdirirsə, onda biz tərtib faydalılığına (dəyərinə) malik oluruq. Buradan başqa ədədi faydalılıq da mövcuddur. Qeyd edək ki, üstünolma (üstünlük) münasibəti ədədi münasibət deyildir. Bu münasibət faydalılıq funksiyası vasitəsi ilə ədədi şəkildə ifadə olunan nizamlamanı verir. Qərar qəbuledən şəxs faydalılıq funksiyasını yaradıb, ən yaxşı alternativi tapmaq üçün onu optimallaşdırır. Optimum mümkün olan (həyata keçiriləbilən) alternativdir və bütün mümkün olan alternativlər və onlara bərabər tutulan alternativlər içərisində üstünolanıdır. Optimallaşdırmanın klassik metodları xətti və qeyri xətti proqramlaşdırmadan başlayaraq,riyazi analiz və variasiya hesabı da daxil olmaqla optimal həllin təmin olunmasını həyata keçirən zəruri riyazi aparatı verir. Oyunlar nəzəriyyəsi isə, bir tərəfin yox, bir neçə tərəfin maraqlarını tədqiq edir və qərar qəbuletmənin optimallaşması üçün əsas rol oynayır. Oyunlar nəzəriyyəsi optimallaşmanın bir hissəsi olmaqla yanaşı, bir neçə tərəfin maraqlarının toqquşduğu zaman yaranan münaqişələri tədqiq edən riyazi nəzəriyyədir. Faydalılıq nəzəriyyasində yaranan ən vacib praktik problemlərdən biri üstünlüyün nizamlanmasıdır. Adətən üstünlüyün tam nizamlanmasına yox, qismən nizamlanmasına baxılır. Nümunə kimi onu deyə bilərik ki, acından ölən bir şəxs alma və maşından hansı birinə üstünlük verilməsində, yəqin ki, almaya üstünlük verər.

$\succ,\sim,\succcurlyeq$ simvolları ilə uyğun olaraq „üstün tutulan“ yaxud „hamısından yaxşı“, „eyni dəyərə malik“ yaxud „eyni qiymətli“ , „eyniqiymətli yaxud hamısından yaxşı“ anlayışlarını işarə edəcəyik. $\mathcal{L}(x_1$,p,$x_2)$ sadə lotereyası ilə iki mümkün x_1və x_2 nəticəsinə malik olan ehtimal hadisəsini işarə edəcəyik. x_1vəx_2 nəticələrinin baş vermə ehtimallarını uyğun olaraq p və (1-p) ilə işarə edək. Deyilənləri nəzərə alsaq,onda

$$x_1 \sim \mathcal{L}(x_2, p, x_3)$$

yazılışı özündə aşağıdakı mülahizəni ehtiva edir: x_1 nəticəsi p ehtimalı ilə baş verən x_2 nəticəsinə və (1-p) ehtimalı ilə baş verən x_3 nəticəsinə malik $\mathcal{L}(x_2$,p,$x_3)$ sadə lotereyası ilə eyniqiymətlidir. x^0 ilə digər nəticələrin heç birindən üstün olmayan nəticəni, x^* ilə digərləri ilə müqayisədə hamısından üstün olan nəticəni işarə edək. Deyilənlərdən aydın olur ki, x^0 və x^* bütün mümkün olan nəticələr içərisində ən az və ən çox üstünlüyə malik nəticələrdir və ixtiyari x $x^*\succ$x və x$\succ x^0$ şərti ödənir.

PARABOLİK TƏNLİK ÜÇÜN ƏMSALIN TAPILMASI HAQQINDA TƏRS MƏSƏLƏNİN VARİASİYA QOYULUŞU

Tağıyev R.Q., Səmədli Ş.İ.
Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan
z.tagıyev@list.ru

Bu işdə parabolik tənlik üçün əlavə inteqral şərtli əmsal tərs məsələnin variasiya qoyuluşuna baxılır. Məsələnin qoyuluşunun korrektliyi tədqiq olunmuşdur. Məqsəd funksionalının diferensiallanması isbat olunmuş və onun qradiyenti üçün ifadə tapılmışdır. Optimallıq üçün zəruri şərt çıxarılmışdır.

Tutaq ki, $T>0$–verilmiş ədəd, $\Omega\subset R^n$–məhdud oblast, $\partial\Omega-\Omega$–nın hamar sərhəddi, $Q_T=\{(x,t): x\in\Omega, t\in(0,T)\}$ - R^{n+1} fəzasında silindr, $S_T=\{(x,t): x\in\partial\Omega, t\in(0,T)\}$-$Q_T$ -nin yan səthidir.Xətti parabolik tənlik üçün aşağıdakı variasional şəkildə tərs məsələyə baxaq: tutaq ki,

$$J(\upsilon)=\int_\Omega\left|\int_0^T u(x,t;\upsilon)dt-h(x)\right|^2 dx \tag{1}$$

funksionalını aşağıdakı şərtlər ödənilməklə minimlallaşdırmaq tələb olunur:

$$u_t-\Delta u+\upsilon(x)u=f(x,t),\quad (x,t)\in Q_T, \tag{2}$$

$$u(x,0)=\varphi(x),\ x\in\Omega, \tag{3}$$

$$u|_{S_T}=0, \tag{4}$$

$$\upsilon=\upsilon(x)\in V=\{\upsilon(x)\in L_2(\Omega): 0<\upsilon_0\le\upsilon(t)\le\upsilon_1, \Omega-de\ s.h.y\}. \tag{5}$$

Burada υ_0,υ_1-verilmiş ədədlər, $f(x,t)\in L_2(Q_T), \varphi(x)\in L_2(\Omega), h(x)\in L_2(\Omega)$ -verilmiş funksiyalar, $\upsilon=\upsilon(x)$ – idarəedici, $u=u(x,t)=u(x,t;\upsilon)$ – (2)–(4) sərhəd məsələsinin $\upsilon=\upsilon(x)\in V$

idarəedicisinə uyğun həllidir. (2) – (4) sərhəd məsələsinin $\upsilon = \upsilon(x) \in V$ idarəedicisinə uyğun həllini $\overset{0}{V}{}_2^{1,0}(Q_T)$ fəzasından olan ümumiləşmiş həll kimi təyin edək [1,səh.171].

(1) – (5) məsələsi parabolik tənlik üçün (2) – (5) şərtlərini və

$$\int_0^T u(x,t;\upsilon)dt = h(x),\ x \in \Omega \tag{6}$$

əlavə inteqral şərtini ödəyən $\{\upsilon(x), u(x,t;\upsilon)\}$ funksiyalarının tapılması haqqında tərs məsələ ilə sıx bağlıdır. (1) funksionalı (6) şərtinə görə tərtib olunmuş məqsəd funksionalıdır. Əgər (1) – (5) məsələsində elə $\upsilon_* = \upsilon_*(x) \in V$ idarəedicisi varsa ki, $J(\upsilon_*) = J_* = \inf\{J(\upsilon) : \upsilon \in V\} = 0$ bərabərliyi ödənilsin, onda $\{\upsilon_*(x), u(x,t;\upsilon_*)\}$ funksiyaları (2) – (6) tərs məsələsinin həllidir.

Teorem 1. Tutaq ki, (1) – (5) məsələsinin qoyuluşundakı şərtlər ödənilir. Onda (1) – (5) məsələsinin optimal idarəedicilər çoxluğu $V_* = \{\upsilon_* \in V : J(\upsilon_*) = J_* = \inf\{J(\upsilon) : \upsilon \in V\}\}$ boş deyil, $L_2(\Omega)$–də zəif kompaktdır və (1) funksionalının istənilən $\{\upsilon_n = \upsilon_n(x)\} \subset V$ minimallaşdırıcı ardıcıllığı $L_2(\Omega)$–də V_* çoxluğuna zəif yığılır.

Tutaq ki, $\psi = \psi(x,t) = \psi(x,t;\upsilon)$ – (1) – (5) məsələsinə uyğun qoşma məsələnin $\overset{0}{V}{}_2^{1,0}(Q_T)$ fəzasından olan ümumiləşmiş həllidir [2,səh.128].:

$$\psi_t + \Delta\psi - \upsilon(t)\psi = -2[u(x,t;\upsilon) - h(x)],\quad (x,t) \in Q_T\ , \tag{7}$$

$$\psi(x,T) = 0,\ x \in \Omega\ , \tag{8}$$

$$\psi|_{S_T} = 0\ . \tag{9}$$

Teorem 2. Tutaq ki, teorem 1-in şərtləri ödənilir. Onda (1) funksionalı V –də kəsilməz diferensiallanandır və istənilən $\upsilon = \upsilon(x) \in V$ nöqtəsindəki qradiyenti aşağıdakı şəkildədir:

$$J'(\upsilon) = \int_0^T \psi(x,t;\upsilon)dt,\ x \in \Omega$$

Teorem 3. Tutaq ki, teorem 1-in şərtləri ödənilir. Onda $\upsilon_* = \upsilon_*(x) \in V$ idarəedicisinin (1) – (5) məsələsində optimallığı üçün

$$\int_\Omega \left(\int_0^T \psi(x,t;\upsilon_*)dt\right)[\upsilon(x) - \upsilon_*(x)]dx \geq 0,\quad \forall \upsilon = \upsilon(x) \in V \tag{10}$$

bərabərsizliyinin ödənilməsi zəruri və kafidir. Bundan başqa, $\upsilon_* = \upsilon_*(x) \in \operatorname{int} V$ halında (10) bərabərsizliyi $\int_0^T \psi(x,t;\upsilon_*)dt = 0,\ x \in \Omega$ bərabərliyi ilə eynigüclüdür.

Ədəbiyyat

1. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973. 408 с.
2. Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1981. 400 с.

QEYRİ-LOKAL ŞƏRTLİ İNTEQRO-DİFERNSİAL TƏNLİKLƏRLƏ TƏSVİR OLUNAN OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİNDƏ KLASSİK MƏNADA MƏXSUSİ İDARƏEDİCİLƏR

Zeynallı F.M., Şərifov Y.Ə.
Gəncə Dövlət Universiteti, Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan
sharifov22.rambler.ru

Elə proseslər mövcuddur ki, onları xarakterizə edən parametrləri bilavasitə ölçmək olmur. Belə məsələlər qeyri-lokal şərtli diferensial tənliklərlə təsvir olunur. Belə məsələlər ətraflı şəkildə A.M. Naxuşevin [1,2] kitablarında şərh edilmişdir. İnteqro-diferensial tənliklərlə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələlərinə [3,4] işlərində baxılmışdır. Bu işdə isə qeyri-lokal şərtli inteqro-diferensial tənliklərlə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələsində klassik mənada məxsusi idarəedicilər üçün ikinci tərtib zəruri şərtlər alınmışdır.

Fərz edək ki, idarəolunan obyektin vəziyyəti aşağıdakı kimi inteqro-diferensial tənliklərlə təsvir olunur:

$$\dot{x}(t) = f\left(t, x(t), u(t)\right) + \int_{t_0}^{t} k(t, \tau, x(\tau), u(\tau))\, d\tau,\ t \in (t_0, t_1) \tag{1}$$

(1) tənliyi üçün aşağıdakı kimi iki nöqtəli sərhəd şərti verilmişdir

$$Ax(t_0) + Bx(t_1) = C \tag{2}$$

Burada fərz edilir ki, $f(t, x, u)$ və $k(t, \tau, x, u)$ verilmiş *n*-ölçülü funksiyalardır və uyğun olaraq $[t_0, t_1] \times R^n \times R^r$ və $[t_0, t_1] \times [t_0, t_1] \times R^n \times R^r$ çoxluqlarında kəsilməzdir və (x, u) dəyişənlərinə nəzərən ikinci tərtibə qədər kəsilməz xüsusi törəmələrə malikdirlər. $A, B \in R^{n \times n}$ və $C \in R^{n \times 1}$ ölçülü verilmiş matrislərdir, t_0 və t_1 qeyd olunmuş zaman anlarıdır. $u = u(t)$ r-ölçülü hissə-hissə kəsilməz vektor funksiyararıdır (sonlu sayda nöqtədə I növ kəsilmə nöqtələrinə malikdir).

Bu funksiyalar öz qiymətlərinin verilmiş boş olmayan məhdud açıq $U \subset R^r$ çoxluqundan alır, yəni

$$u(t) \in U \subset R^r,\quad t \in [t_0, t_1] \tag{3}$$

(3) şərtini ödəyən idarəedici funksiyalar mümkün idarəedici adlanır.

Hər bir qeyd olunmuş mümkün idarəedici üçün (1), (2) məsələsinin həllər çoxluğunda təyin olunmuş funksionalını təyin edək:

$$J(u) = \varphi(x(t_0), x(t_1))\ . \tag{4}$$

Burada $\varphi(x, y)$ $R^n \times R^n$ çoxluğunda təyin edilmiş iki dəfə diferensiallama skalyar funksiyadır.

(1) – (2) şərtləri daxilində (4) funksionalına minimal qiymət verən $u = u(t)$ mümkün iarəedici optimal idarəedici, $(u(t), x(t))$ cütü isə optimal proses adlanır.

Qoyulan optimal idarəetmə məsələsində xəttiləşdirilmiş maksimum prinsipi isbat edilmiş və bu prinsip cırlaşdıqda kbazi məxsusi idarəedicilər üçün ikinci tərtib optimallıq şərtləri tapılmışdır.

Ədəbiyyat

1. Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных, Москва, Наука, 2006, 287с.
2. Нахушев А.М. Уравнения математической биологии, Москва, Высш. шк., 1995, 301 с.
3. Misir J. Mardanov and Kamil B. Mansimov Necessary optimality conditions of quasi-singular controls in optimal control, Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, vol. 41, No 1, 2015, pp. 113-122.
4. Misir J. Mardanov and Kamil B. Mansimov Necessary optimality conditions in an optimal control problem with integro-differential equations equality and inequality type multi-point functional restraints// Transactions of National Academy of Sciences of Azerbaijan, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences, vol. 35, No 1, 2015.
5. Sharifov Y.A. Necessary optimality conditions of first and second order for systems with boundary conditions// Transactions of ANAS series of physical-technical and mathematical science. №1, 2008, pp.189-198.

OPTIMAL CONTROL IMPULSIVE SYSTEM WITH NONLOCAL CONDITIONS DESCRIBED BY THE SECOND ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS

Alekberova I.T.

Azerbaijan State Economic University, Azerbaijan

solmazhasanova@mail.ru

In this article we consider the following control problem, which described by the second order impulsive differential equation with non- local conditions; to find a control $(u(\cdot), [v]) \subset U \times V$ that minimizes the cost functional

$$J(u(\cdot), |v|) = \Phi(x(0), x(T)) \tag{1}$$

on the solutions of the following impulsive differential equation with non- local conditions

$$\begin{cases} x''(t) = f(t, x(t), u(t)), 0 \le t \le T, t \ne t_i, \\ x(0) = x(T) = \int\limits_0^T n(t)x(t)dt, \\ \Delta x(t_i) = I_i(x(t_i), v_i), i = 1,2,\dots,p; 0 < t_1 \le t_2 \le \dots \le t_p < T \end{cases}$$
$$(u(\cdot), [v]) \in U \times V \subseteq L_2[0,T] \times L_{2p}$$

Where f is a continuous funcion, $n(t) \in R^{n \times n}, \Delta x(t_i) = x(t_i^+) - x(t_i^-)$, and I_i are some functions, $x(t) \in R^n, (u(\cdot), [v])$ - are state and control of the system, respectively.

We list out the following hypotheses:

$(H1)$ $f : [0,T] \times R^n \times R^r \to R^n,\ I_i : R^n \times R^{r_i} \to R^n, i = 1, 2, ..., p$ are continuous and there exist constants $K > 0,\ L_i > 0,\ i = 1, 2, ..., p$, such that.

$$|f(t, x, u) - f(t, y, u) \le K|x - y||, t \in [0, T], x, y \in R^n.$$

$$|I_i(x, v) - I_i(y, v) \le L_i \quad |x - y||,\ x, y \in R^n. \quad (H2) \left[KT + \sum_{i=1}^{p} L_i\right] < 1.$$

$(H3)$ $n(t) \in L_1[0,T]$ is nonnegative and $\mu = \int\limits_0^T n(t)dt.$ If assumptions $(H1) - (H3)$ are satisfied, then for every $C \in R^n$,an equation (1) has a unique solution on $[0,T]$ is proved. The formula of gradient of functional was derived. Necessary conditions of optimality were obtained.

BAND COLLOCATION PROBLEM: A STATION-BASED MODEL

Ahmet Tekin, Arif Gürsoy
Ege University, Turkey
Arif.gursay@ege.edu.tr.

The Bandpass Problem (BP) is a combinatorial optimization problem, which aims at providing the optimization of the cards used in optical communication networks [1]. Owing to the improvements in the optical network technology, Nuriyev et. al. in 2015 presented the Band Collocation Problem (BCP) with its combinatorial mathematical model by extending the BP [2]. Nuriyev et. al. also developed a nonlinear programming model for the BCP [3]. Then, Gursoy et. al. presented a binary integer linear mathematical programming for the BCP [4]. Subsequently, Kutucu et al. proposed a problem library and a meta-heuristic approach for the BCP [5]. Tekin et. al. presented a mathematical model for the BCP with limited resources [6]. Finally, Gursoy et. al. improved a binary integer programming model for the BCP [7]. Let *A*={ a_{ij} } be a binary matrix of dimension *mxn*, $B_k = 2^k$ be the length of a B_k -band, C_k be the cost of a B_k -band, where $k = 0,1,2,...,t = \lfloor \log_2 m \rfloor$, and s_{kj} be the amount of B_k -bands in the column *j*. A B_k -band can include less than 2^k consecutive 1's, it may include zero entries. The aim of the station-based and limited BCP is to find an optimal permutation of rows of the matrix that minimizes the total cost of B_k -bands taking into account of the limits of B_k -bands in each column. Let x_{ir} , y_{ij}^k and z_{ij}^k be decision variables defined as follows:

$$x_{ir} = \begin{cases} 1, \text{ if row } i \text{ is relocated to position } r \\ 0, \text{ otherwise} \end{cases}, \quad y_{ij}^k = \begin{cases} 1, \text{ if row } i \text{ is the first row of a } B_k\text{-band in column } j \\ 0, \text{ otherwise} \end{cases} \quad \text{and}$$

$$z_{ij}^k = \begin{cases} 1, \text{ if } a_{ij} \text{ is an element of a } B_k\text{-band in column } j \\ 0, \text{ otherwise} \end{cases}.$$

A station-based and limited binary integer mathematical programming of the BCP can be formulated as follows:

$$\min\ z = \sum_{k=0}^{t} \sum_{i=1}^{m-2^k+1} \sum_{j=1}^{n} c_k y_{ij}^k \tag{1}$$

s.t. $\sum_{r=1}^{m} x_{ir} = 1$ i=1,…,m (2)

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ir} = 1 \quad r=1,\dots,m \tag{3}$$

$$2^k y_{lj}^k \le \sum_{r=l}^{l+2^k-1} \sum_{i=1}^{m} z_{rj}^k \quad k=0,1,\dots,t,\ j=1,\dots,n,\ l=1,\dots,m-2^k+1 \tag{4}$$

$$\sum_{k=0}^{t} \sum_{i=1}^{m-2^k+1} 2^k y_{ij}^k \ge \sum_{i=1}^{m} a_{ij} \quad j=1,\dots,n \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{m-2^k+1} 2^k y_{ij}^k = \sum_{i=1}^{m} z_{ij}^k \quad k=0,1,\dots,t,\ j=1,\dots,n \tag{6}$$

$$\sum_{i=l}^{l+2^k-1} y_{ij}^k \le 1 \quad k=0,1,\dots,t,\ j=1,\dots,n,\ l=1,\dots,m-2^k+1 \tag{7}$$

$$\sum_{k=0}^{t} z_{ij}^k \ge \sum_{r=1}^{m} a_{rj} \cdot x_{ri} \quad i=1,\dots,m,\ j=1,\dots,n \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{m} y_{ij}^k \le s_{kj} \quad j=1,\dots,n,\ k=0,1,\dots,t \tag{9}$$

$$x_{ir}, y_{ij}^k, z_{ij}^k \in \{0,1\} \quad i,r=1,\dots,m,\ j=1,\dots,n,\ k=0,\dots,t \tag{10}$$

Constraints (2) express that row *i* must be changed location into only one new position *r*, constraints (3) express that only one row *i* must be relocated to each new position *r*. Constraints (4) assure that to find the coordinates of B_k-bands, and constraints (5) explain that the total length of all B_k-bands in column *j* cannot be less than the number of 1's in the same column. Constraints (6) ensure that the number of entries included in a B_k-band is exactly the length of that B_k-band. Constraints (7) guarantee that any entry of the matrix is the first entry of a unique B_k-band. Constraints (8) explain that each non-zero entry of the resulting matrix has to be an element of a B_k-band. Constraints (9) say that B_k-bands cannot exceed the number of available (s_{kj}) station-based sources. The goal (1) is to find an optimal relocation of rows of the matrix that minimizes the total cost of all B_k-bands under the constraints (2)-(10).

References

1. Bell G.I., Babayev D.A., “Bandpass problem”, in: Annual INFORMS meeting, October 2004, Denver, CO, USA.
2. Nuriyev U., Kurt M., Kutucu H., Gürsoy A., “The Band Collocation Problem and Its Combinatorial Model”, International Conference Mathematical and Computational Modelling in Science and Technology ICMCMST’2015, 02-07 August 2015, Izmir University-Turkey.
3. Nuriyev U., Kutucu H., Kurt M., Gürsoy A., “The Band Collocation Problem in Telecommunication Networks”, The 5th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, 27-29 August, 2015, Baku, Azerbaijan.
4. Gürsoy A., Kutucu H., Kurt M., Nuriyev U., “A Binary Integer Linear Programming Model for the Band Collocation Problem”, Theoretical and Applied Aspects of Cybernetics. Proceedings of the 5th International Scientific Conference of Students and Young Scientists, 23-27 November, 2015, Kiev, Ukrain.
5. Kutucu H., Gürsoy A., Kurt M., Nuriyev U., The Band Collocation Problem: a Library of Problems and a Metaheuristic Approach, International Conference on Discrete Optimization and Operations Research, September 19 - 23, 2016, Vladivostok, Russky Island, Russia.
6. Tekin A., Keserlioglu S., Gursoy A., (2016) Band Collocation Problem with Limited Resources, International Conference on Computer Science and Engineering (UBMK 2016), 20-23 October, 845-847.
7. Gursoy A., Tekin A., Keserlioglu S., Kutucu H., Kurt M., Nuriyev U., “An Improved Binary Integer Programming Model of the Band Collocation Problem”, Journal of Modern Technology and Engineering, 2017, Vol. 2 No. 1, pp.34-42.

MATHEMATICAL CALCULATIONS OF THE ANALYSIS OF A POSSIBILITY OF USE OF HEAT OF ASSOCIATED GAS FOR THE PREVENTION OF FREEZING OF CONDUITS AND MOUTH OF FITTINGS OF WELLS

Gabdrakhmanova K.F., Gabdrakhmanova D.M.
Oktyabrsky branch of FSBEI HE USPTU, Russia

Introduction. For an assessment of a possibility of application of warming up of the pumped water with use of associated petroleum gas mathematical calculations have been carried out. The purpose of calculations consisted in determination of necessary volumes of associated petroleum gas and his comparison with potential opportunities of gas production on the field. Calculation was carried out on the example of the block No. 2 of Yuzhno-Romashkinskaya Square of the Romashkinsky field.

Problem definition. Using of associated petroleum gas for warming up of the pumped waters.

The total amount of the extracted oil gas in JSC Tatneft makes 805,3 million m3/year, 762,1 million m3/year are used. About 43,2 million m3/year (5,4% of resources are burned on torches).

For zone objects where the block No. 2 is located, the majority of the known methods of utilization of associated petroleum gas are a little effective now. Therefore use of associated petroleum gas for warming up of the pumped waters will be the solution of environmental problems [1] and will allow to keep significantly real loss in economy.

Calculations were carried out on the following formula:

$$c = \frac{Q}{m(t_f - t_i)}\left[\frac{J}{kg \cdot {}^\circ C}\right] \qquad (1)$$

$$Q = c \cdot m(t_f - t_i),$$

where c - specific heat;

Q - the amount of heat received by substance when heating (or allocated when cooling);

m - the mass of the heated (cooled) substance;

$(t_f - t_i)$ - difference of final and initial temperatures of substance.

The specific heat (the specific heat of heating by one degree, is designated as c) substances is defined as amount of the thermal energy necessary for temperature increase of one kilogram of substance on one degree [2]. Apparently from table 1, value of specific heat is influenced by substance temperature.

Table 1 – Change of values of specific heat from substance temperature

t, °C	0	10	20	30	40	50
c, J/(g•K)	4,2174	4,1919	4,1816	4,1782	4,1783	4,1804
t, °C	60	70	80	90	99	
c, J/(g•K)	4,1841	4,1893	4,1961	4,2048	4,2145	

Heat of combustion is amount of the marked-out warmth at full combustion mass (for solid and liquid substances) or volume (for gaseous) substance units.

Calculation formula the specific heat of combustion with units of calculation [3]:

$$q = \frac{Q}{m} = \left[\frac{J}{kg}\right] Q = qV, \qquad (2)$$

where q - specific heat of combustion;

Q - amount of the marked-out warmth at full combustion of mass or volume unit of substance;

m - mass of substance;

V - substance volume.

As a rule, distinguish the highest and lowest warmth of combustion.

The ratio of the lowest and highest heat of combustion has an appearance:

$$Q_h = Q_l + k(W + 9H), \qquad (3)$$

where k -coefficient equal to 25 kJ/kg (6 kcal/kg);

W - amount of water in combustible substance, % (on weight);

H - amount of hydrogen in combustible substance, % (on weight);

Q_h - the highest heat of combustion;

Q_l– the lowest heat of combustion.

We will give calculation of the amount of heat transferred to the forced water of system of maintenance of reservoir pressure with an expense according to table 2 for the purpose of her heating from 5 to 15 °C [4]. The period chosen by us for calculation – 4 months: from December, 2012 to March, 2013. The volume of downloading is presented in table 2.

Table 2 – Volumes of pumping water from December, 2012 to March, 2013 on 10 blocks of the Leninogorsk site of the Romashkinsky field, m^3

Area	December	January	February	March
Yuzhno-Romashkinskaya Square, block 2	60698	59675	53424	58435
Yuzhno-Romashkinskaya Square, block 3	79732	73315	73556	80445
Zapadno-Leninogorskaya Square, block 1	52669	50499	42868	44516
Zapadno-Leninogorskaya Square, block 2	37789	40486	42000	33449
Zapadno-Leninogorskaya Square, block 3	50096	47678	45108	47244
Zay-Karatayskaya Square, block 2	88753	81716	63756	57784
Kuakbashskaya Square, deposit 1, block 3	11625	12121	6468	7657
Kuakbashskaya Square, deposit 1, block 4	38874	38099	19852	11160
Kuakbashskaya Square, deposit 1, block 5	9455	7285	2632	3255
Kuakbashskaya Square, deposit 15, block 1	93	217	0	0
Total pumping	429784	411091	349664	343945

Output. By results of calculations the basic possibility of use of the received heat for heating of conduits is proved. For heating of conduits on 10 blocks of the Leninogorsk site of the Romashkinsky field (on which cyclic flooding is carried out) within 4 months the amount of necessary warmth will be equal 49207,89 GDzh spent at combustion of gas heat of 65610,52 GDzh, and the volume of the used natural gas of 2,288 million.$м^3$.

Near conduits there are deposits with annual volumes of extraction of associated gas about 12 million m3 (i.e. with monthly production about 1 million m3) burned on torches which can be applied to full heating of water even on a big difference of temperatures (not only 10 °C as it has been put earlier).

Apparently from calculations that even under extreme conditions (such as strong wind, thermolysis of 21 W · sq.m · °C), the ambient temperature of -30 °C and lack of isolation full freezing of a conduit won't happen on length less than 3000 m.

Reference

1. Sahabutdinov R., Ibragimov N., Shatalov A., Grevtsov V. The choise of the directions and methods of utilization of associated petroleum gas taking into account features of oil-field objects. // Oil industry.- 2009.-№7. - p. 134.
2. Kolesnikov A. To change of the mathematical formulation of a tasks about frost penetration in soil. - // Reports of the Academy of Sciences SSSR New chapter, 1952,т. XXXII. - №6. - p.689-692.
3. Gabdrakhmanova K., Usmanova F. Applied methods of the solution of tasks in oil and gas industry. Part I. – // Ufa: Publishing house *USPTU*. -2012, - p.197.
4. Fattahov I., Bakhtizin R., Kadyrov R. Protection of the injection well from freezing. // Scientific Review. - 2013. - № 9. - p. 274-277.
5. Fattahov I. Prerequisites on use of combustion of associated petroleum gas for heating of the pumping water in winter time. - 2014. - № 1. - p. 61-65.
6. *Patent.* 2016114107/03(022207)R.F. /Arslanov I., Gabdrakhmanova K., Kolosov B., Larin P., Suleymanov R., Usmanov F.// 12.04.2016

THE SECOND ORDER NECESSARY CONDITIONS FOR ASTRONG MINIMUM IN PROBLEMS OF CLASSICALCALCULUS OF VARIATIONS

Mardanov M. J., Melikov T. K., Mamedov E.Sh.

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS, Institute of Control Systems of ANAS, Azerbaijan

misirmardanov@yahoo.com, t.melik@rambler.ru, eldarmuellim@hotmail.com

Let us consider the simplest problem of the classical calculus of variations

$$S(x(\cdot))=\int_{t_0}^{t_1} L(t,x,\dot{x}) \to \min, \qquad x(t_0)=x_0, \quad x(t_1)=x_1 \tag{1}$$

on the class $KC([t_0,t_1],R^n)$ of piecewise smooth functions. Here the function $L(t,x,\dot{x}): R\times R^n \times R^n \to R$ is at least continuous on its domain together with its partial derivatives L_x and $L_{\dot{x}}$.

In this article, using the Weierstrass-type variation [1, p. 125], the problem (1) is studied in some degenerate cases. For this, a new second order necessary optimality conditions for a strong minimum are obtained.

References

1.Ioffe A. D., Tikhomirov V. M., Teoriyaekstremalnykhzadach, Nauka, M., 1974

THE TRANSFORMATION OF VARIATION METHODFOR STUDYING SINGULAR CONTROLS INDYNAMICAL SYSTEMS WITH A DELAY IN CONTROL

Malik S.T.

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS, Azerbaijan

Baku Higher Oil School

saminmelik@gmail.com

Let us consider the following optimal control problem:

$$S(u(\cdot))=\varphi(x(t_1)) \to \min \tag{1}$$

$$\dot{x}(t)=f(x(t),u(t),u(t-h),t), \quad t\in I:=[t_0,t_1], \; x(t_0)=x^*, \tag{2}$$

$$u(t)\in U \subseteq R^r, \quad t\in[t_0-h,t_1]=:I_1. \tag{3}$$

Here U is an open set in r-dimensional Euclidean space R^r, $R^1=:R:=(-\infty,+\infty)$, $x\in R^n$ is an n-vector with phase coordinates, $u\in U$ is an r-vector of control actions; $(h,t_0,t_1,x^*)\in(0,+\infty)\times R\times R\times R^n$ is a fixed point; $\varphi(x): R^n \to R$ is a twice continuous function; $f(x,u,v,t): Q:=R^n\times R^r\times R^r\times R\to R^n$ is a sufficiently smooth function with respect to the setof its arguments in Q.

The function $u(\cdot)$, $t\in I_1$ is said to be an admissible control if it belongsto $\tilde{C}^+(I_1,R^r)$ and satisfies the condition (3), where $\tilde{C}^+(I_1,R^r)$is a class of piecewise continuous (continuous from the right at discontinuity points andcontinuous from the left at the point t_1) vector functions $\tilde{u}(t): I_1\to R^r$.

An admissible control $u^0(t)$, $t\in I_1$ is said to be an optimal control if it is a solution of the problem (1)-(3), and the corresponding trajectory $x^0(t)$, $t\in I$ of the system (2) is said to be an optimal trajectory. The pair $(u^0(\cdot),x^0(\cdot))$will be called an optimal process.

The problem (1)-(3) is an essential generalization of the problem consideredin the paper [1]. Namely, here, in contrast to [1] the system (2) is also controlledwith the initial time segment $\left[t_0 - h, t_0\right)$.

In this paper, by proposing the modified version of the method of transformingvariation [2] various sequences of necessary optimality conditions in the recurrent forms for sufficiently smooth singular controls are obtained. To provethe main results, Legendre polynomials are used as a variation of control.

References

1. Misir J. Mardanov&Telman K. Melikov. To the theory of singular optimalcontrols in dynamical systems with delay in control. Zhurnal Vychislitel noin Matematikii Matematichesk oinFiziki, 2017, 57(5), pp. 749-769.
2. Kelley, H.J., Kopp, R.E., & Moyer, H.G. Singular extremals. In G. Leitman(Ed.), Topics in optimization 1967, pp. 63-101. New York: Academic Press.

OF ONE MODIFICATION'S OF ALGORITHM PETERSON-GORENSTEIN-ZIERLER

Mehrdad A. Babavand Arablou

Department of computer, Parsabad Moghan Branch, Islamic Azad University, Iran

babaVand@yahoo.com

Let's m is natural numbers and α - primitive element of fields $GF(q^m)$ [1], i.e. an element of order $n = q^m - 1$, where q is prime number. For t natural number BCH code, correcting t errors is a code of length n with a generator polynomial $g(x)$. Let's $k = n - \deg g(x)$ and $i = (i_0, ..., i_{k-1})$ there k - dimensional arbitrary vector information over the field $GF(q)$. Then the vector i information can be encoded by means of operations $c(x) = i(x) \cdot g(x)$ coding polynomial $c(x) = c_{n-1}x^{n-1} + ... + c_0$,where $i(x) = i_{k-1}x^{k-1} + ... + i_0$. Let's transmitted over the communication channel polynomial $c(x)$, and the other end received polynomial $\upsilon(x) = \upsilon_{n-1}x^{n-1} + ... + \upsilon_0$. A polynomial error of $e(x) = e_{n-1}x^{n-1} + ... + e_0$, i.e. $e(x) = \upsilon(x) + c(x),\ \ GF(q)$, and no more than of t coefficients are equal 1. Let's consider at the date moment there were ν error where $0 \le \nu \le t$ and that these errors correspond to the unknown position $p_1,.., p_\nu$. In this case, the error polynomial $e(x)$ can written as $e(x) = e_{p_1}x^{p_1} + \ldots + e_{p_\nu}x^{p_\nu}$. In these relations, the $p_1,..., p_\nu$, $e_{p_1},..., e_{p_\nu}$ and the value of ν are unknowns. For error detection and correction it is necessary to find all of these unknowns. To find the value ν and $p_1,..., p_\nu$ in [1] proposed to use the components of the syndrome $S_\beta,\ \beta = \overline{1,2t}$, where $S_\beta = \upsilon(\alpha^\beta)$.

$$S_\beta = \upsilon(\alpha^\beta) = e_{p_1}(\alpha^{p_1})^\beta + \ldots + e_{p_\nu}(\alpha^{p_\nu})^\beta, GF(q^m). \tag{1}$$

If $S_\beta = 0,\ \beta = \overline{1,2t}$, then in the received message there is not error, and otherwise that is error. Let $Y_\ell = e_{p_\ell}$ and $X_\ell = \alpha^{p_\ell}$, $\ell = 1, \ldots, \nu$. Since the order α of the element is equal n, then all locators of the presented configuration errors are different. For each $\beta \in \{1, \ldots, 2t\}$ from the formula (1) has: $S_\beta = \upsilon(\alpha^\beta) = Y_1X_1^\beta + \ldots + Y_\nu X_\nu^\beta$. Thus, we get the following system of equations for the unknown locator errors $X_1,..., X_\nu$ and value errors $Y_1,..., Y_\nu$:

$$Y_1X_1^\beta + Y_2X_2^\beta + \ldots + Y_\nu X_\nu^\beta = S_\beta, \beta = \overline{1,2t}\ . \tag{2}$$

System of nonlinear equations (2) decide to indirectly [1]. For this purpose, the error locator polynomial $\Lambda(x) = \Lambda_\nu x^\nu + ... + \Lambda_1 x + 1$, whose roots are X_ℓ^{-1}, $\ell = 1, \ldots, \nu$. If the coefficients of the polynomial $\Lambda(x)$ are known calculating the error locator must find its roots. In [1] it was get SLAE, relating the components of the syndrome with the coefficients of the polynomial $\Lambda(x)$. This SLAE has the following matrix form

$$A \cdot col(\Lambda_\nu, \Lambda_{\nu-1}, ..., \Lambda_1) = col(-S_{\nu+1}, -S_{\nu+2}, ..., -S_{2\nu}), \tag{3}$$

where $A = (a_{\rho,\beta}), \rho = \overline{1,\nu},\ \beta = \overline{1,\nu}$, where $a_{\rho,\beta} = S_{\rho-1+\beta}$. After determination of the coefficients $\Lambda_1, \Lambda_2, ..., \Lambda_\nu$ of the polynomial of $\Lambda(x)$, for determine of its roots, for each element $x \in GF(q^m)$ needs to calculate $\Lambda(x)$ and identify those values x, in which $\Lambda(x)$ is equal zero.

If the matrix A is non-singular, then the system has a unique solution with of $\Lambda_1, ..., \Lambda_\nu$ [1]. If $M = (S_{\rho-1+\beta}),\ \rho = \overline{1,\mu},\ \beta = \overline{1,\mu}$ and if μ is equal to number ν when the same number of errors that have occurred, then the matrix is non-singular, and if μ more ν, then the matrix is singular. On the base of these facts in [1] a construction decoding algorithm, where the SLAE (3) is solved by inversion of matrix A. Modification of the Peterson-Gorenstein-Zierler algorithm on the base Gauss method can describe as follows:

Step 0. It is based on the received polynomial $\upsilon(x)$ calculated $S_\beta = \upsilon(\alpha^\beta)$, $\beta = \overline{1,2t}$, by algorithm A. If $S_\beta = 0$, $\beta = \overline{1,2t}$, then go to step 14, else accept $\nu = t$ and go to step 1.

Step 1. Let's construct a matrix $A = (a_{\rho,\beta}), \rho = \overline{1,\nu},\ \beta = \overline{1,\nu}$, and a vektor $b = col(b_1, ..., b_\nu)$, where $a_{\rho,\beta} = S_{\rho-1+\beta}$, $b_\rho = -S_{\nu+\rho}$. If matrix A has zero rows and columns, then go to step 8, else accept $\ell = 1$ and go to step 2.

Step 2. If $\ell + 1 > \nu$ then go to step 9, else go to step 3.

Step 3. Let's smallest element of sets $Q = \{\xi \mid \xi \in \{\ell, \dots, \nu\}, a_{\xi\ell} \neq 0\}$ is σ. If $\sigma = \ell$, then go to step 4, else interchange the ℓ-th and σ-th rows of the matrix A and the ℓ-th and σ-th component of the vector b, i.e. we accept $c = a_{\ell\beta}$, $a_{\ell\beta} = a_{\sigma\beta}$, $a_{\sigma\beta} = c$, $\beta = \ell, \dots, \nu$; $c = b_\ell$, $b_\ell = b_\sigma$, $b_\sigma = c$ and go to step 4.

Step 4. The ℓ-th row of the matrix A sequentially multiply by $-a_{\ell+1,\ell}/a_{\ell\ell}$, $-a_{\ell+2,\ell}/a_{\ell\ell}$, ..., $-a_{\nu\ell}/a_{\ell\ell}$ respectively, and add to the $\ell+1$-th, $\ell+2$-th, ..., ν-th row:

$$a_{j\beta} := a_{j\beta} - (a_{j\ell}/a_{\ell\ell})a_{\ell\beta},\ GF(q),\ \beta = \ell, \dots, \nu,\quad j = \ell+1, \dots, \nu,$$

Then, the ℓ-th component of the vector b sequentially multiply by $-a_{\ell+1,\ell}/a_{\ell\ell}$, $-a_{\ell+2,\ell}/a_{\ell\ell}$, ..., $-a_{\nu\ell}/a_{\ell\ell}$ respectively and add to the $\ell+1$-th, $\ell+2$-th, ..., ν-th component of the vector b:

$$b_j := b_j - (a_{j\ell}/a_{\ell\ell})b_\ell, GF(q), j = \ell+1, \dots, \nu.$$

Go to step 5.

Step 5. $\ell := \ell + 1$. If $\ell < \nu$, then go to step 6, else go to step 7.

Step 6. If in sub matrix $A_1 = (a_{\rho,\beta}), \rho, \beta = \overline{\ell,\nu}$, have a zero row or column, then go to step 8, else go to step 3.

Step 7. If $a_{\ell\ell} \neq 0$, then go to step 9, else go to step 8.

Step 8. $\nu := \nu - 1$. Go to step 1.

Step 9. Find the solutions of SLAE (3) on the recurrence formulas

$$\Lambda_1 = (a_{\nu\nu})^{-1} \cdot b_\nu\ ,\quad \Lambda_\rho = (a_{\nu-\rho+1,\nu-\rho+1})^{-1}\left\{b_{\nu-\rho+1} - \sum_{\sigma=1}^{\rho-1} a_{\nu-\rho+1,\nu-\rho+1+\sigma}\Lambda_{\rho-\sigma}\right\}, GF(q),\quad \rho = 2,3,\dots,\nu.$$

Step 10. Find the roots $x_1, \dots, x_\nu$ of the error locator $\Lambda(x)$ and error locators on the formula $X_\beta = x_\beta^{-1}$, $\beta = 1, \dots, \nu$.

Step 11. Define B_i^ℓ, $S_i^{(\ell)}$, $i = \ell+1, \dots, \nu$, $\ell = 0,1, \dots, \nu-1$, by the recurrence formulas

$$B_i^{(0)} = 1,\ \ S_i^{(0)} = S_i,\quad i = 1, \dots, \nu,$$

$$B_i^{(\ell)} = B_i^{(\ell-1)}(X_i - X_\ell),\ \ S_i^{(\ell)} = S_i^{(\ell-1)} - X_\ell S_{i-1}^{(\ell-1)},\ \ GF(q),\ i = \ell+1, \dots, \nu,\ \ \ell = 1, \dots, \nu-1.$$

Step 12. Define $Y_1,..., Y_\nu$ by the recurrence formulas

$$Y_\nu = \left(B_\nu^{(\nu-1)} X_\nu\right)^{-1} S_\nu^{(\nu-1)}, \quad Y_\ell = \left(B_\ell^{(\ell-1)} X_\ell\right)^{-1}\left[S_\ell^{(\ell-1)} - \sum_{\sigma=\ell+1}^{\nu} B_\sigma^{(\ell-1)} X_\sigma Y_\sigma \right], GF(q),$$

$$\ell = \nu-1, \nu-2,...,1.$$

Step 13. Find the values of index $p_1,..., p_\nu$ and correct errors on the formula

$$\upsilon_{p_\ell} := \upsilon_{p_\ell} - Y_\ell,\ \ell = 1,\ldots,\nu, GF(q).$$

Step 14. Define information polynomial by the formula $i(x) = \upsilon(x)/g(x)$.

Step 15. Stop.

References

1. Richard E. Blahut. Theory and Practice of Error Control Codes. Addison–Wesley Publishing Company, 1984. 576 p.

A MATHEMATICAL APPROACH ON FORECASTING STUDENTS' ACADEMIC PERFORMANCE

Nur Uylash Satı, Burak Ordin
Mugla Sitki Kocman University, EgeUniversity, Turkey
Nursati@mu.edu.tr

In this report, we aim to forecast students' academic performance by using a method based on polyhedral conic functions. This method can also be called an educational data mining(EDM) technique since the process consists in predictions, preprocessing and analyzing the data in educational institutes and organizations. The method that we use in this study, is a supervised data mining method since it uses labeled data in the training phase. However in the initilization, clustering, an unsupervised data mining method, is used to increase the efficiency and decreasing the running-time. Separation via polyhedral conic functions was defined in (Gasimov&Öztürk, 2006) and modifications have been done in (Sati, 2015; Öztürk&Çiftçi, 2015). In (Sati, 2016), PCF algorithm was firstly applied to a Student Performance Dataset and good results were obtained. In this study, we use a modified PCF algorithm for EDM that it differs from the previous experimented one in the used clustering algorithm, here we experienced *k*-medoids method instead of *k*-means, and also in the subproblem we alllow misclassifications for both labeled data as in (Sati, 2015). The algorithm is given as follows:

PCF Algorithm:

Let *A* and *B* be given sets containing *m* and *p* *n*-dimensional vectors, respectively:

$$A = \left\{a^i \in R^n, i \in I\right\}, \quad B = \left\{b^j \in R^n, j \in J\right\} \text{ where } I = \{1,...,m\}, J = \{1,..., p\}.$$

Step 0.(Initialization step) Apply ***k*-medoids** clustering algorithm on set of *A*. Let *s* be the number of clusters and *k*=1 . I_k=*I*.

Step 1. Let a_k be the center of *k* th cluster . Solve subproblem P_k .

$$(P_k) \qquad \min \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} y_i + C\frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p} z_j$$

$$w(a^i - a_k) + \xi\left\|a^i - a_k\right\|_1 - \gamma + 1 \le y_i, \quad i \in I_k$$

$$-w(b^j - a_k) - \xi\left\|b^j - a_k\right\|_1 + \gamma - 1 \le z_j, \quad j \in J$$

$$y_i, z_j \ge 0, C \ge 1, w \in R^n, \xi \in R, \gamma \ge 1$$

Let $w_k, \xi_k, \gamma_k, y_k$ be a solution of (P_k) . Let

$$g_k(x) = g_{(w_k,\xi_k,\gamma_k,a_k)}(x)$$

Step 2. If $k < s$, let *k*=*k+1* , $I_k = \left\{i \in I_{k-1} : g_{k-1}\left(a^i\right) > 0\right\}$

and go to *Step 1*.

Step 3. Define the function *g(x)* (separating the sets *A* and *B*) as

$$g(x) = \min_k g_k(x)$$

and STOP.

The dataset used in numerical experiment is received from UCI Machine Learning Repository and it is called Student Performance Dataset. It approaches 395 students achievement in secondary education of two Portuguese high schools. The dataset is provided regarding the performance in mathematics subject (Cortez, 2008). And also formed with numerical attributes. So transformation in the preprocessing is not needed. MATLAB is used in the process of coding. For comparison, based on accuracy and crossvalidation results, various classification algorithms from WEKA are applied to the same dataset and obtained results are shown in table as follows:

	J48graft	**Naive Bayes**	**Logistic**	**Class. Via Cluster.**	**PCF Algorithm**
Accuracy %	86.07	73.9	77.72	55.9	**87.01**
Crossvalidation %	68.86	69.87	68.10	55.44	**80.02**

In accordance with the results we can say that the proposed method is efficient and usable for this dataset. In the future work, this method can be applied to various datasets obtained from Educational Institutes and Organizations to validate the efficiency of the algorithm in EDM.

References

1. Cortez P., Students' Performance Data Set. *UCI repository of machine learning databases*. Technical report, Department of Information and Computer Science, (2008), University of California, Irvine.
2. Gasimov R.N., Öztürk G., Optimization Methods and Software, 21(4) (2006) 527.
3. Öztürk G., Çiftçi M. Clustering Based Polyhedral Conic Functions Algorithm in Classification, Journal of Industrial and Managemant Optimization doi:10.3934/jimo.2015.11.921 Volume 11, Number 3, 2015; July.
4. Satı, U. N., A Binary Classification Algorithm Based On Polyhedral Conic Functions, Düzce University Journal of Science and Technology, (2015); 3, 152-161.
5. Satı U. N., Prediction of Students' Success in Mathematics by a Classification technique via Polyhedral Conic Functions**,** International Conference on Research in Education and Science (ICRES), May 19-22, (2016), Bodrum, Turkey.

ON THE LUCAS P-SEQUENCES IN FINITE POLYHEDRAL GROUPS

Ömür Deveci, Erdal Karaduman

Kafkas University, Atatürk University, Turkey

odeveci36@hotmail.com, eduman@atauni.edu.tr

Abstract In [2], Stakhov and Rozin defined Lucas p-sequence as following:

$$L_p(n) = L_p(n-1) + L_p(n-p-1)$$

for any given $p(p=1,2,3,\cdots)$ and $n > p$ with initial conditions $L_p(0) = p+1,\ L_p(1) = \cdots = L_p(p) = 1.$

The study of Fibonacci sequences in groups began with the earlier work of Wall [3] where the ordinary Fibonacci sequences in cyclic groups were investigated. In the mid-eighties, Wilcox extended the problem to abelian groups [4] Campbell, Doostie and Robertson expanded the theory to some finite simple groups [1]. In this work, we extend the concept to the Lucas p-sequences and then we obtain the periods of the Lucas p-sequences in the polyhedral groups $(n,2,2),(2,n,2),(2,2,n)$.

2010 Mathematics Subject Classification: 11B50, 15B36, 20F05, 20D60

Keywords: Lucas p-sequence, period, group.

References

1. C.M. Campbell, H. Doostie and E.F. Robertson, Fibonacci length of generating pairs in groups, in Applications of Fibonacci Numbers, Vol. 3 Eds. G. E. Bergum et al. Kluwer Academic Publishers, (1990), 27-35.
2. A.P. Stakhov and B. Rozin, Theory of Binet formulas for Fibonacci and Lucas p-numbers, *Chaos, Solitions Fractals,* 27 (2006), 1162-1177.
3. D.D. Wall, Fibonacci series modulo m , *Amer. Math. Monthly*, 67 (1960) 525-532.
4. H.J. Wilcox, Fibonacci sequences of period n in groups, *Fibonacci Quart.* 24 (1986) 356-361.

A MATHEMATICAL MODEL FOR DENSITY-BASED CLUSTERING METHODS

Tanır D., Sadık T., Nuriyev U.
Ege University, Faculty of Science, Mathematics, Turkey
tanirdeniz35@gmail.com, tsadigov@gmail.com, urfatnuriyev@gmail.com

The Clustering Analysis which is one of the main techniques of data mining is multidimensional data analysis method which divides the data set into clusters based on the similarity of data points [1]. The Clustering Analysis means that data objects in the same cluster should be similar to each other, while data objects in different clusters should be dissimilar from one another [2]. Clustering has been appearing in a large number of fields from different disciplines such as medicine, bioinformatics, economics, finance, engineering, astronomy and geology [1-3].

Given a set of input patterns $A = \{a^1, \ldots, a^m\}$, where there are m points with n-dimensional and $a^i \in \mathbb{R}^n$, $i = 1, \ldots, m$: The aim of hard clustering problem is to seek a K - partition of A where $A^j \subseteq A$, $j = 1, \ldots, k$, such that

1) $A^j \neq \emptyset$, $j = 1, \ldots, k$;
2) $A^j \cap A^l = \emptyset$, $j, l = 1, \ldots, k$, $j \neq l$;
3) $A = \bigcup_{j=1}^{k} A^j$;

Clustering methods can be categorized as hierarchical clustering, partitioning-based clustering, and density-based clustering. There are also different categorizations, and each category may have several subcategories [2-4]. One of these is hard partitional clustering and this category includes methods such as k-means, global k-means and modified global k-means [4].

Mathematical Modelling of Clustering Problem: Let us consider d(x, y) distance between any points. In this case clustering problem turns into optimization problem as follows:

$$\psi(x, w) = \min\left\{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{k} w_{ij}.d(x^j, a^i)\right\} \tag{1}$$

Subject to: $x = (x^1, \ldots, x^k) \in \mathbb{R}^{n \times k}$, (2)

$$\sum_{j=1}^{k} w_{ij} = 1, \ \text{i=1,...,m} , \tag{3}$$

$$w_{ij} = 0 \text{ or } 1, \ \text{i=1,...,m, j=1,...,k} \tag{4}$$

where w_{ij} : is the assigning degree of point a^i to the set j . In classical case, for obtaining w_{ij} the following formula is used:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } a^i \text{ is assigned to set j,} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{5}$$

where w is matrix with mxk- dimensional.

Model (1)-(5) is mixed integer nonlinear programing model [2]. Nonsmooth Nonconvex formulation of clustering problem (1)-(5) is as follows [5]:

$$f_k(x^1, \ldots, x^k) = \min\left\{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \underline{\min}_{j=1,k}\left\{d(x^j, a^i)\right\}\right\} \tag{6}$$

$$\text{subject to } (x^1, \ldots, x^k) \in \mathbb{R}^{n \times k}, \tag{7}$$

Both ψ_k and f_k functions are called cluster functions.

Density-based Clustering Algorithms: Density based clustering algorithm has played a vital role in finding nonlinear shapes structure based on the density. Most widely used density based clustering algorithms are DBSCAN, OPTICS, DENCLUE [2, 4]. These algorithms use the concept of density accessiblity and density connectivity. The main idea of these algorithms is that each core point must have a certain minimum number of neighbours, MinPts, in a certain ε radius [4].

The mathematical model for these methods is as follows:

$$\varphi_k(w) = \min \left\{ \frac{1}{m} \sum_{\substack{i,l=1 \\ i \neq l}}^{m} \min_{j=1,k} \left\{ w_{lj}.w_{ij}.d(a^l, a^i) \right\} \right\} \tag{8}$$

Subject to: $\sum_{j=1}^{k} w_{ij} = 1,\ \text{i=1,...,m}\ ,$ (9)

$$w_{ij} = 0 \text{ or } 1,\ i = 1, \dots, m,\ \ j = 1, \dots, k \tag{10}$$

The condition (8) provides that points in the same cluster be closer to each other for k disjoint sets, condition (9) provides that each point is exclusively associated with a single cluster and condition (10) provides that which value is assigned to w_{ij} as dependent on condition (5). Model (8) – (10) is integer nonlinear 0-1 mathematical programing model.

References

1. Han J., Kamber M., Data Mining: Concepts and Techniques (Second Edition), Morgan Kaufmann Publishers, San Fransisco, 2006, 743 p.
2. Xu R., Wunsch D.C., Clustering, IEEE Press, New Jersey, 2009, 358 p.
3. Höppner F., Klawonn F., Krusea R., Runkler T., Fuzzy Cluster Analysis, Wiley, Chichester., 1999
4. Jain A.K., Dubes R.C., Algorithms for Clustering Data, Prentice Hall, New Jersey, 1988, 320 p.
5. Bagirov A.M., Modified global k-means algorithm for minimum sum-ofsquares clustering problems, Pattern Recognition 41, 2008, pp. 3192- 3199.

ON THE PARAMETER-DEPENDENT NONLINEAR STOCHASTIC BINARY DYNAMIC SYSTEM

Yakup H. HACI, Muhammet CANDAN

Department of Mathematics, Canakkale Onsekiz Mart University, Turkey

yhaciyev@comu.edu.tr,mcandan@comu.edu.tr

ABSTRACT: This study concerns processes represented by nonlinear stochastic binary dynamic system involving particulary determined parameter. Since the considered dynamic system equation is over-determined, it is essential that condition of unique solution is to be satisfied. Thus, in this work, for such dynamic systems, it is assumed that considered parameter holds condition of unique solution with respect to constant input values. Then, principle of optimality is proven and by defining Bellman function then Bellman equation is obtained . All operations are calculated on GF(2) Galois Field.

References

1. Pontryagin, L. S., Boltyanskii, V. G., Gamkrelidze, Mishchenko., (1962). The Mathematical Theory of Optimal Processes, Interscience Publishers, New York,,
2. Gaishun, I. V., (1983). Completely Integrable Multidimensional Differential Equations, Nauka and Tekhnika, Minsk, p.231
3. HaciY., Candan M., Or, A., (2016). On the Principle of Optimality for Linear Stochastic Dynamic System, International Journal in Foundations of Computer Science and Technology. Vol 6, No.1 pp. 57-63
4. Yablonsky, S. V., (1989). Introduction to Discrete Mathematics, Mir Publishers, Moscow, p.9.
5. Bellman, R., (1957). Dynamic Programming, Princeton University Press, Princeton, p.12.

ОБ ОДНОЙ ДИСКРЕТНОЙ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Алиева С.Т., Ахмедова Ж.Б., Мансимов К.Б.
Бакинский государственный университет, Азербайджан
kamilbmansimov@gmail.com

В докладе рассматривается граничная задача оптимального управления дискретными двухпараметрическими системами.

Пусть требуется найти минимум функционала

$$S(u) = \varphi_0(z(t_1, x_1)) + G_0(a(x_1)), \tag{1}$$

при ограничениях

$$u(x) \in U \subset R^r, \quad x \in x_0, x_0 + 1, ..., x_1 - 1, \tag{2}$$

$$S_i(u) = \varphi_i(z(t_1, x_1)) + G_i(a(x_1)) \le 0, \ i = \overline{1, p}, \tag{3}$$

$$\begin{gathered} z(t+1, x+1) = f(t, x, z(t, x)), \\ z(t_0, x) = a(x), \quad x = x_0, x_0 + 1, \dots, x_1, \\ z(t, x_0) = b(t), \quad t = t_0, t_0 + 1, \dots, t_1, \\ a(x_0) = b(t_0), \end{gathered} \tag{4}$$

$$a(x+1) = F(x, a(x), u(x)), \tag{5}$$

$$a(x_0) = a_0. \tag{6}$$

Здесь $f(t,x,z)$ $(F(x,a,u))-$ заданная $n-$ мерная вектор функция, непрерывная по z вместе с производными по z (a), при всех (t,x) (x), a_0 $-$заданный постоянный вектор, $b(t)$ заданная $n-$ мерная дискретная вектор функция, $t_0 x_0, t_1, x_1$ заданы, причем разности $t_1 - t_0, x_1 - x_0$ есть натуральные числа, $\varphi_i(z), G_i(x), \ i = 0, p$ заданные непрерывно дифференцируемые скалярные функции, U заданное непустое и ограниченное множество, $u(x) - r -$мерный дискретный вектор управляющих воздействий.

В дальнейшем управляющие функции $u(x)$ с выше перечисленными свойствами назовем допустимыми управлениями.

Допустимое управление, доставляющий минимум функционалу (1) при ограничениях (2)-(6) назовем оптимальными управлением.

В работе, используя схемы из [1, 2], установлены необходимые условия оптимальности первого порядка типа [1, 2].

Литература

1. Мансимов К.Б., Марданов М.Дж. Качественная теория оптимального управления системами Гурса-Дарбу. Баку, ЭЛМ. 2010, 360с.
2. Алиева С.Т. Условия оптимальности в дискретных двухпараметрических граничных задачах управления// Автореферат дисс.на соиск.уч.степени канд.физ.-мат.наук, Баку , 2006, 21 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ КОДИРОВАНИЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Биккулов И. М., Говорушкин И.А.
Уфимский государственный нефтяной технический университет филиал в г.Стерлитамаке, Россия

Вопросы кодирования издавна играли заметную роль в математике. Ранее средства кодирования играли вспомогательную роль и не рассматривались как отдельный предмет математического изучения, но с появлением компьютеров ситуация радикально изменилась. Кодирование буквально пронизывает информационные технологии и является центральным вопросом при решении самых разных (практически всех) задач программирования (см. например [1]):

- представление данных произвольной природы (например, чисел, текста, графики) в памяти компьютера;
- защита информации от несанкционированного доступа;
- обеспечение помехоустойчивости при передаче данных по каналам связи;
- сжатие информации в базах данных.

Не ограничивая общности, задачу кодирования можно сформулировать следующим образом. Пусть заданы алфавиты $\mathrm{A} = a_1, \dots, a_n$, $B = b_1, \dots b_m$ и функция $F: S \rightarrow B^*$, где S – некоторое множество слов в алфавите $\mathrm{A}, S \subset A^*$, тогда функция F называется *кодированием*, элементы множества S– *сообщениями*, а элементы $\beta = F(\alpha), \alpha \in S,\ \beta \in B^*$ –*кодами* (соответствующих сообщений). Обратная функция F^{-1}(если она существует) называют *декодированием*.

Если $|B| = m$, то F называется m –ичным кодированием. Наиболее распространенный случай $B = \{0,1\}$– двоичное кодирование.

Типичная задача теории кодирования формулируется следующим образом: при заданных алфавитах, и множестве S найти такое кодирование F, которое обладает определенными свойствами (то есть удовлетворяет заданным ограничениям) и оптимально в некотором смысле. Критерий оптимальности, как правило, связан с минимизацией длин кодов. Свойства, которые требуются от кодирования, бывают самой разнообразной природы:

- ·существование декодирования – это очень естественное свойство, однако даже оно требуется не всегда. Например, трансляции программы на языке высокого уровня в машинные команды – это кодирование, для которого не требуется однозначного декодирования;
- помехоустойчивость или исправление ошибок: функция декодирования $F^{-1}(\beta) = F^{-1}(\beta')$, если β' в определенном смысле близко к β;
- заданная сложность (или простота) кодирования и декодирования. Например, в криптографии изучаются такие способы кодирования, при которых имеется просто вычисляемая функция F, но определение функции F^{-1} требует очень сложных вычислений;

Надежность электронных устройств по мере их совершенствования всё время возрастает, но, тем не менее, в их работе возможны ошибки, как систематические, так и случайные. Сигнал в канале связи может быть искажен помехой, поверхность магнитного носителя может быть повреждена на разъеме, может быть потерян контакт. Ошибки аппаратуры ведут к искажению или потере передаваемых, или хранимых данных. При определённых условиях можно применить, те методы кодирования, позволяющие правильно декодировать исходное сообщение, несмотря на ошибки в данных кода. В качестве исследуемой модели достаточно рассмотреть, канал, связи с помехами, потому, что к этому случаю легко сходится остальные. Например, запись на диск можно рассматривать как передачу данных в канал, а чтение с диска – как приём данных из канала.

При кодировании наблюдается некоторый баланс между временем и памятью. Затрачивая дополнительные усилия при кодировании и декодировании, можно сэкономить память, и наоборот, пренебрегая оптимальным использованием памяти, можно существенно выиграть во времени кодирования и декодирования. Конечно, это баланс имеет место только в определённых пределах, и нельзя сократить расход памяти до нуля или построить мгновенно работающие алгоритмы кодирования.

Следовательно, для обеспечения защиты от помех и несанкционированного доступа к каналам связи управления технологическими процессами необходимо активно использовать современные методы кодирования.

Литература

1. Биккулов И.М., Герасимов И.А. *Избранные главы дискретной математики* /Учебное пособие. –Уфа: РИЦ БашГУ, 2009. – 92 С.

ПРИМЕР ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ ИГРЫ С ПРИРОДОЙ В ТЕОРИИ ИГР

Бенгина П.М., Котенко А.П.

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Россия

Предполагается, что предприятие производит 3 вида обуви: меховые сапоги (А1), резиновые сапоги (А2) и кроссовки (А3). Прибыль от продаж товара каждого вида определяется состоянием спроса, на который существенное влияние оказывают погодные условия, принимающее 3 формы: дождь (В1), снег (В2) и солнце (В3). Зависимость дохода предприятия от вида продукции и погодных условий представлена в таблице 1 (млн. руб):

Таблица 1 Зависимость дохода предприятия

Товар	**Погодные условия**		
	Дождь (В1)	**Снег (В2)**	**Солнце (В3)**
Меховые сапоги(А1)	6	9	4
Резиновые сапоги (А2)	10	6	2
Кроссовки (А3)	1	2	8

В данном случае предприятие стремится продать произведенную продукцию и получить максимальный гарантированный доход, не зависящий от погодных условий. Для этого необходимо рассчитать оптимальные пропорции, в которых фирме следует производить свою продукцию.

Данная задача может быть сведена к антагонистической игре: в качестве первого игрока выступает предприятие, а в качестве второго – природа. Предполагается, что природа может вести себя таким образом, чтобы минимизировать выгоду фирмы, преследуя, таким образом, противоположные интересы (это предположение позволяет оценить доход фирмы при максимально неблагоприятных погодных условиях). В этом случае фирма имеет в своём распоряжении три чистые стратегии, при этом у природы тоже три стратегии. Таким образом, решение проводится в три этапа [1].

Во-первых, сделан вывод, что матрица А не имеет доминируемых стратегий, следовательно, упростить ее нельзя.

Во-вторых, произведена проверка, что данная игра не имеет седловую точку.

По итогам предыдущих пунктов решение игры необходимо искать в смешанных стратегиях. Игра сводится к задачам линейного программирования.

Задачи обоих игроков решены симплекс-методом. Полученные результаты свидетельствуют о выборе оптимальной стратегии выпуска продукции [2].

Рассмотрены альтернативы выбора единственной оптимальной стратегии с помощью следующих критериев:

1. Критерий Вальда
2. Критерий Сэвиджа.
3. Критерий Гурвица [3].

Следует отметить, что вариант оптимальной стратегии, полученный при помощи критериев, не совпадает с рассчитанным ранее. Это связано с тем, что данный метод позволяет выбрать стратегию, подразумевающую производство только одного товара с минимальными потерями, в то время как первоначальный способ ориентирован на расчет оптимальной пропорции между всеми группами производимых товаров.

Таким образом, в современном мире зачастую приходится делать выбор среди множества вариантов. Принять грамотное и правильное решение помогают различные математические методы, позволяющие выбирать наиболее оптимальную и эффективную стратегию.

Литература

1. Замков О.О. Математические методы в экономике: учебник / О.О. Замков. А. В. Толстопятенко. Ю.Н. Черемных. — М.: МГУ, Изд-во «ДИС». 1997. — 368 с
2. Бережная Е.В. Математические методы моделирования экономических систем / Е.В. Бережная. В.И. Бережной. — М: Финансы и статистика. 2003. — 368 с.
3. Садовин Н.С. Основы теории игр: учебное пособие / Мар. гос. ун-т: Н.С. Садовин. Т.Н. Садовина. — Йошкар-Ола. 2011. — 119 с.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ЭТЕРИФИКАЦИИ ВИЦИНАЛЬНЫХ ДИКАРБОНОВЫХ КИСЛОТ

Велиева Ф.М., Алиева Ф.Х., Исаев Н.З.

Национальная академия наук Азербайджана Институт нефтехимических процессов им.Ю.Г.Мамедалиева Национальной академии наук, Азербайджан

firuza1@aport2000.ru

Сложные эфиры карбоновых кислот нашли широкое применение в различных отраслях промышленности как смазочные материалы, присадки к смазочным маслам и топливам.

В качестве катализатора процесса этерификации использовали различные кислотные катализаторы (ПТСК, Цеокар-2 ,TiO2 наностроения, NaHSO4, KY-23, Seokar-600, 1,4-диметилпиперазин и N- метилпирролидон гидросульфат).

Предварительные исследования данной реакции показали, что выходными параметрами процесса являются: выход моноэфира – $У_1$. %; диэфира – $У_2$%; остаток - $У_3$ %; а входными – массовый процент катализатора от реагирующей смеси - X_1, % ; время – X_2, ч и кислотное число, мгКОН/г – X_3% .

Математическое выражение зависимости параметра оптимизации от входных независимых переменных представлено в виде регрессионного уравнения:

$$Y_k = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \cdot x_i \cdot x_j, \ i \neq j$$

где $Y_к$–значение параметра оптимизации; x_i. x_j–кодированное обозначение факторов модели, n–число факторов, a_0–величина свободного члена в уравнении регрессии; a_i., a_{ij}–коэффициенты соответственного линейного эффекта и парного взаимодействия факторов.

Для определения коэффициентов уравнения были использованы формулы: $a_0=\frac{1}{N}\sum_{U=1}^{N} x_{ou}Y_u$;

$a_i=\frac{1}{N}\sum_{U=1}^{N} x_{iu} \cdot Y_u$; i=1, 2, 3 $a_{ij}=\frac{1}{N}\sum_{U=1}^{N} x_{iu} \cdot x_{ju} \cdot Y_u$; i, j=1, 2, 3

Оценку дисперсии воспроизводимости определяли по дополнительным опытам, поставленным на базовом уровне, а также пользуясь формулой:

$$S^2_{воспр} = \frac{\sum_{1}^{m}(Y^0_{ku} - Y^0_{kcp})^2}{m-1}$$

где $S^2_{воспр}$– дисперсия воспроизводимости (ошибка эксперимента); m–число повторений опыта на базовом уровне; Y^0_{ku}– значение критерия оптимизации для отдельного опыта на базовом уровне; Y^0_{kcp}– среднее арифметическое значение критерии оптимизации на базовом уровне.

Были определены значения t–критерия Стьюдента для каждого коэффициента уравнения регрессии и было произведено сравнение их с табличным значением $t_{табл}$=4.3 при 5%-м уровне значимости и числе степеней свободы f_2=2.

Пренебрегая незначимыми коэффициентами, для которых t–отношение меньше табулированного, получили уравнения регрессии в кодированном виде:

Y_1=57,74 - 6.67·X_1- 19.71·X_2 - 0.5·X_3-1,9·X_1·X_2+0.68·X_1·X_3- 0.16·X_2·X_3 -4,46·X_1^2 + 3,008·X_2^2 +0,0056·X_3^2

Y_2= 3,14 +60.44·X_1+ 22.37·X_2 - 1.62·X_3-8,129·X_1·X_2-1.002·X_1·X_3- 0.1779·X_2·X_3 – 4,75·X_1^2 -1,11·X_2^2 +0,046·X_3^2

Y_3= -1,12 -10.56·X_1+ 6.015·X_2 - 0.848·X_3-0,009·X_1·X_2+0.9266·X_1·X_3+ 0.4499·X_2·X_3 + 4,93·X_1^2 -1,4624·X_2^2 -0,01154·X_3^2

На базе математической модели решали задачу оптимизации, а именно определяли такие значения входных переменных, при которых можно достичь наилучших показателей выходных параметров.

Предварительно были выбраны пределы изменения входных переменных:
0.1%≤x_1≤ 2%, 1ч≤ x_2≤7ч, 2% ≤ x_3≤45%
при Y= 3,14 +60.44·X_1+ 22.37·X_2 - 1.62·X_3-8,129·X_1·X_2-1.002·X_1·X_3- 0.1779·X_2·X_3 – 4,75·X_1^2 -1,11·X_2^2 +0,046·X_3^2 → max

Для этого была решена система дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial Y}{\partial X_1} = 60.44 - 8.129 * X_2 - 1.002 * X_3 - 9.5 * X_1 = 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial X_2} = 22.37 - 8.129 * X_1 - 0.1779 * X_3 - 2.22 * X_2 = 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial X_3} = -1.62 - 1.002 * X_1 - 0.1779 * X_2 + 0.092 * X_3 = 0$$

Решение задачи оптимизации показало, что оптимальный выход У = 96% достигается при X_1 = 1,36%, X_2 = 2,606 час, X_3 = 2 к.ч.. Полученные расчетные значения хорошо согласуются с экспериментальными.

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССАХ, ОПИСЫВАЕМЫЕ СИСТЕМОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РЕКУРРЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Гусейнзаде Г.А., Мансимов К.Б.
Институт систем управления НАН Азербайджана, Бакинский государственный университет, Азербайджан
kamilbmansimov@gmail.com

Рассмотрим дифференциально-рекуррентную систему уравнений

$$\frac{dx(t,k)}{dt} = f(t,k,x(t,k),x(t,k-1),u(t,k)), \tag{1}$$

$$x(t_0,k) = h(k), \ 1 \le k \le N, \quad x(t,0) = g(t), \ t \in [t_0,t_1], \tag{2}$$

$$u(t,k) \in U, \quad (t,k) \in D = \{(t,k): 1 \le k \le N; \ t_0 \le t \le t_1\}. \tag{3}$$

Здесь $f(t,k,x,y,u)$ – заданная n-мерная вектор-функция непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по x,y, N – заданное натуральное число, $h(k)$ – заданная n-мерная дискретная вектор-функция, $g(t)$ – заданная n-мерная непрерывная вектор-функция, t_0, t_1 –заданы, $u(t,k)$ – r-мерный кусочно-непрерывный (с конечным числом точек разрыва первого рода) по t при каждом k $(1 \le k \le N)$, вектор управляющих воздействий со значениями из заданного непустого и ограниченного множества $U \subset R^r$ (допустимое управление).

Предполагается, что при заданном допустимом управлении $u(t,k)$ задача (1)-(2) имеет единственное непрерывное и кусочно-гладкое по t, при всех k $(1 \le k \le N)$, решение $x(t,k)$.

На решениях задачи (1)-(2) порожденных всевозможными допустимыми управлениями определим терминальный функционал

$$S(u) = \Phi(x(t_1,N)). \tag{1}$$

Здесь $\Phi(x)$ – заданная скалярная функция удовлетворяющая условию Липшица и имеющая производные по любому направлению [1, 2].

В докладе установлены ряд необходимых условий оптимальности в терминах производных по направлениям. Отдельно изучен задача на минимакс [3].

Литература

1. Демьянов В.Ф. Минимакс: Дифференцируемость по направлениям. Л. Изд-во ЛГУ. 1984, 112 с.
2. Демьянов В.Ф., Рубинов А.М. Основы негладкого анализа и квазидифференциального исчисления. М. Наука. 1990, 432 с.
3. Альсевич В.В. Необходимые условия оптимальности для минимаксиных задач оптимизации // Дифференц. уравнения. 1976, № 8, с. 1384-1391.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С НЕЛОКАЛЬНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

Гашимов С.А.
Бакинский государственный университет, Азербайджан
s.hashimov@list.ru

Нелокальные краевые задачи для уравнений параболического типа активно изучаются в настоящее время. Среди этих задача особое место занимают задачи с интегральными граничными условиями [1-3].

В данной работе рассматривается задача оптимального управления для уравнения параболического типа с нелокальными граничными условиями и с управлениями в коэффициентах. Исследованы вопросы корректности задачи в слабой топологии пространства управлений.

Пусть $(x,t)\in Q_T=\{(x,t): x\in D,\ 0<t\le T\}$ где D-ограниченная область в R^n с границей Γ, $\bar D = D\cup\Gamma$.

$\dfrac{\partial u}{\partial \nu}=\sum\limits_{i,j=1}^{n}k_{ij}\dfrac{\partial u}{\partial x_j}\cos(n,x_i)$, n -единичный вектор нормали к Γ, направленный вне D.

Рассмотрим задачу о минимизации функционала

$$J(\upsilon)=\int_D\left|u(x,T;\upsilon)-y(x)\right|^2dx \tag{1}$$

на решениях $u=u(x,t)=u(x,t;\upsilon)$ краевой задачи

$$u_t-\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial u}{\partial x_i}(k_{ij}\frac{\partial u}{\partial x_j})+q(x,t)u=f(x,t),\qquad (x,t)\in Q_T, \tag{2}$$

$$u(x,0)=\varphi(x),\quad x\in D, \tag{3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \nu}=\int_D H(x)u_x(x,t)dx+g(t),\quad 0<t\le T, \tag{4}$$

соответствующей всем допустимым управлениям $\upsilon=\upsilon(x,t)=q(x,t)$ из множества

$$V=\{\upsilon(x,t)=q(x,t)\in L_\infty(Q_T):\left|q\left(x,t\right)\right|\le\mu_1\quad п.в.на\ Q_T\}. \tag{5}$$

Здесь $T,\mu_1>0$ -заданные числа, $y(x),\phi(x)\in W_2^1(D)$, $H(x)\in \overset{\circ}{W}{}_2^1(D)$, $f\left(x,t\right)\in L_2(Q_T)$, $g\left(\ t\right)\in W_2^1(0,T)$ -известные функции, $u=u(x,t)=u(x,t;\upsilon)-$решение краевой задачи (2) - (4), соответствующее управлению $\upsilon=\upsilon(x,t)$.

Кроме того, выполняются следующие условия:

$$\mu\sum_{i=1}^{n}\beta_i^2\le\sum_{i,j=1}^{n}k_{ij}\beta_i\beta_j\le\gamma\sum_{j=1}^{n}\beta_j^2,\quad \overset{\circ}{\forall}(x,t)\in Q_T,\ \forall\beta\in R^n,\ \beta\ne0,\quad \mu,\gamma=const>0,\quad k_{ij}=k_{ji}. \tag{6}$$

Под решением краевой задачи (2)-(4), для каждого фиксированного допустимого управления $\upsilon(x,t)\in V$, понимается обобщенное решение из $V_2^{1,0}(Q_T)$, т.е. функция $u=u(x,t)=u(x,t;\upsilon)$ из $V_2^{1,0}(Q_T)$, которая для любой функции $\eta(x,t)\in W_2^{1,1}(Q_T)$, $\eta(x,T)=0$ удовлетворяет интегральному тождеству

$$\iint_{Q_T}\left(-u\eta_t+\sum_{i,j=1}^{n}k_{ij}u_{x_j}\eta_{x_i}+q(x,t)u\eta\right)dxdt=\iint_{Q_T}f(x,t)\eta dxdt+$$
$$+\int_D\varphi(x)\eta(x,0)dx+\int_0^T[\int_D H(x)u_x(x,t)dx+g(t)]\eta(x,t)dt. \tag{7}$$

Используя результаты работ [4, с.165-178], [1], можно показать, что при сделанных предположениях, каждое допустимое управления $\upsilon(x,t)\in V$ определяет единственное обобщенное решение $u(x,t;\upsilon)\in V_2^{1,0}(Q_T)$ краевой задачи (2) - (4) и для нее справедлива априорная оценка

$$\|u\|_{V_2^{1,0}(Q_T)}\equiv\max_{0\le t\le T}\|u(x,t;\upsilon)\|_{L_2(0,\ell)}+\|u_x\|_{L_2(Q_T)}\le M_1(\|f\|_{L_2(Q_T)}+\|\varphi\|_{L_2(D)}+\|g\|_{L_2(0,T)}). \tag{8}$$

Более того, обобщенное решение из $V_2^{1,0}(Q_T)$ краевой задачи (2) – (4) принадлежит пространству $W_2^{2,1}(Q_T)$ и справедлива оценка

$$\|u\|_{W_2^{2,1}(Q_T)} \le M_2(\|f\|_{L_2(Q_T)} + \|\varphi\|_{W_2^1(D)} + \|g\|_{W_2^1(0,T)}) . \tag{9}$$

Оценка (8) показывает, что функционал (1) определен на V и принимает конечные значения.

Теорема. Пусть выполнены условия, принятые для задачи (1)-(5). Тогда множество оптимальных управлений задачи (1)−(5) $V_* = \{\upsilon_* \in V : J(\upsilon_*) = J_* \equiv \inf\{J(\upsilon) : \upsilon \in V\}\}$ непусто, V_* слабо компактно в $L_\infty(Q_T)$ и любая минимизирующая последовательность $\{\upsilon_n = q_n(x,t)\} \subset V$ функционала $J(\upsilon)$ слабо в $L_\infty(Q_T)$ сходится к множеству V_* .

Литература

1. Данилкина О.Ю. Об одной нелокальной задаче для уравнения теплопроводности с интегральным условием //Вестн. Самар. гос.тех.ун-та. Сер.:Физ.-мат.науки, 2007, №1(14), С.5-9.
2. Иванчов.Н.И. Краевые задачи для параболического уравнения с интегральными условиями // Дифференц.уравнения. 2004, Т.40, №4, с.547-564.
3. Р.К. Тагиев, С.А. Гашимов, В.М. Габибов. Об одной задаче оптимального управления для параболического уравнения с интегральным условием и с управлениями в коэффициентах. Вестник Томского государственного университета. Математика и механика № 3(41) 2016
4. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973, 408с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Гасанова С.А.

Азербайджанского государственного экономического университета, Азербайджан

Объектами применения теории оптимального управления являются управляемые системы, описываемые дифференциальными уравнениями дискретных процессов. В этой работе речь идет об общих принципах и понятиях к которым относится рыночный спрос на продукцию производства и ассортимента выпускаемой продукции, произведенные мощности предприятия и аналогические показатели предприятия, и аналогические показатели предприятий- конкурентов и обеспеченность материальными, и трудовыми ресурсами и т.д.

Первое свойство систематизации системного представления - наличие цели, для реализации которой предназначается данная совокупность предметов, явлений, логических представлений, формирующих объект. К ним относятся: рыночный спрос на продукцию производителя и число наименований выпускаемой продукции, производственные мощности предприятия по выпуску продукции различных наименований и аналогичные показатели предприятий-конкурентов, обеспеченность материальными, трудовыми ресурсами, общий фонд заработной платы и условия ее использования и т.д. Так же к ним относятся факторы и условия, сдерживающие повышение эффективности производства. Сущностью системы управления это установление и описание взаимосвязей и взаимозависимостей между наиболее существенными факторами и характеристиками предприятия.

Экономическая система охватывает параметры и характеристики производства, распределения, обмена и потребления, материальных благ. Стремление к максимальному валовому выпуску продукции (в стоимостном и натуральном выражении) одновременно ведет и к валовому росту себестоимости. Ограничение такой себестоимости – противоположное требование к росту выпуска продукции. Наиболее простой подход естественных – это ориентация на рост денежных доходов населения. Итеративный режим использования в экономике математических моделей – один из характерных приемов в случае плохо структурированных задач. Построение математических моделей управления производством на каждом уровне иерархии связано с использованием укрупненной информации: чем выше уровень иерархии, тем большая степень агрегирования данных.

Результатом производственной деятельности является валовой продукт (X), распределяемый в блоке P_X на производственное потребление (W) и конечный продукт (Y). В свою очередь, конечный продукт (Y) делится в блоке распределения P_Y на валовые капитальные вложения (I) и на непроизводственное потребление (C).

Ограничимся изучением взаимосвязей между синтетическими показателями верхнего уровня экономической иерархии. Так, на макроуровне блок распределения P X показывает взаимосвязь между валовым продуктом X, производственным потреблением W и конечным продуктом Y:

$$X=W + Y \tag{1}$$

Блок P_Y делит конечный продукт на две составляющие: валовые капитальные вложения I и непроизводственное потребление C, т.е.

$$Y= I + C \tag{2}$$

Инвестиции составляют материальную основу наращивания и перевооружения производства. В исследуемой оптимизационной модели в качестве критерия оптимальности предполагается максимизировать дисконтированную сумму конечного (непроизводственного) потребления в течение срока прогнозирования (планирования) [0;t]:

$$I = \int_0^t \theta(t)C(t)dt \tag{3}$$

где C(t) – непроизводственное потребление; θ (t) – функция дисконтирования, отражающая потребления в данный момент t относительно потребления того же продукта в последующие моменты.

Задача оптимального развития экономики можно сформулировать следующим образом: определить такой вариант выпуска продукции X(t) и такое непроизводственное потребление C(t), которые обеспечат наибольшее интегральное потребление.

Распределение продукции определено дифференциальным уравнением

$$X_t = aX_t + q\frac{dK}{dt} + \mu K + C(t)$$

Найти такой вариант развития, обеспечивает максимум функционала (3).

Итак, рассмотренная однопродуктовая модель учитывает не только динамику развития экономики, но и цель этого развития.

СОЗДАНИЕ СТРУКТУРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВСЕТИ ПЕТРИ ИМИТИРУЮЩЕЙКОНЕЧНОГО АВТОМАТА

Гусейнзаде Ш.С., Насирова Е.А.
Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

Мощным инструментом для изучения поведения технических и экономических объектов является аппарат имитационного моделирования сети Петри (СП). Для многих объектов и процессов традиционно используются автоматные представления.Описательная способность класса сетей Петри, больше, чем у класса конечных автоматов[1].

Поэтому представляет интерес методика построения СПпо автоматному представлению. В докладепредставлена методика построения СП, моделирующий конечный автомат, который описывается таблицей переходов и выходов.

Имеются некоторые общие подходы к этой задаче. Но конкретные решения в литературе не встречаются.

Абстрактный автомат A задается совокупностью шести объектов: A=(X,U,Y,φ,ψ), где $U=(u_1, u_2,...,u_m)$– конечное множество входных сигналов, называемое входным алфавитом автомата; $Y=(y_1, y_2,...,y_g)$– конечное множество выходных сигналов, называемое выходным алфавитом автомата; $X=(x_1, x_2,...,x_z)$ – произвольное множество, называемое множеством внутренних состояний автомата; φ: (x, u) и ψ: (x, u) – две функции, задающие однозначные отображения множества пар (x,u), где u∈U и x∈X, в множества X и Y. Функция φ: (x, u) называется функцией переходов автомата, а функция ψ: (x, u) – функцией выходов [2].

Функции переходов ивыходовавтоматаφ: (x, u) и ψ: (x, u)могут быть представлены табличным способом. Предлагается создание матриц переходов и выходов на основе таблицпереходов ивыходовавтомата:

$$C(j,i) = \begin{cases} k, & \text{если } \varphi: (x_i, u_j) \to x_k; \\ 0, & \text{если } \varphi: (x_i, u_j) \to \varepsilon; \end{cases}$$

$$B(j,i) = \begin{cases} k, & \text{если } \psi: (x_i, u_j) \to x_k; \\ 0, & \text{если } \psi: (x_i, u_j) \to \varepsilon; \end{cases} \text{где } i = \overline{1,z},\ k = \overline{1,z},\ j = \overline{1,m}.$$

Топология сети Петри определяется следующим образом: входному и выходному сигналам автомата ставится в соответствие свои позиции, каждому состоянию автомата ставятся в соответствие позиция и переход. Обязательным условием, обеспечивающим детерминированность автомата, является наличие в любой момент времени в позициях состояний только одного маркера, отмечающего нахождение моделируемого автомата в соответствующем состоянии. Во входных позициях должны всегда находиться маркеры, цвета которых соответствуют буквам входного и выходного алфавитов. Цвет маркера в позиции состояний в данном случае не имеет значения. Каждый переход связан входной дугой с позицией соответствующего состояния и двунаправленными дугами – с входной и выходной позициями. Выходные дуги перехода связаны с позициями новых состояний автомата, отличных от прежнего. Отсутствует в разрабатываемой сети Петри перехода на «свою» позицию состояния, т.к. это приводит к зацикливанию модели.Для КА A=(X, U, Y, φ, ψ) определена СП N=(P, T, I, O) следующим образом: P = X∪U∪Y, T = {t_x, x | x∈X и u∈U}, I(t_x, u) = {x, u}, O(t_x, u) = {φ (x,u), ψ (x, u)}. Полученная СП является моделью конечного автомата [3].

На основе выше заданной топологии представляется создание структурных элементов СР переходов и выходов по следующим правилам:

–Переходы и позиции СП определяются как T=(t_1, t_2,...,t_m), P=(p_1, p_2,...,p_n), где n=m+z+g.

–Создание матрицы входных инциденций$F(n,m)=\{f_{ij}\}$, где $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,m}$, элемент f_{ij}равен числу дуг от i-ой позиции к j-му переходу:

Если$C(j,i) \neq 0$, тогда $f_{j,j}=1$, $f_{m+i,j}=1$, все остальные элементы f_{ij} равны нулю.

–Создание матрицы выходных инциденций$H=\{h_{ji}\}$, где $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,m}$, элемент h_{ji}равен числу дуг от j-го перехода к i-ой позиции.

Если$C(j,i) \neq 0$, тогда $h_{j,m+l}=1$, где l= $C(j,i)$,

Если $B(j,i) \neq 0$, тогда $h_{j,m+z+l}=1$, где l= $B(j,i)$, все остальные элементы h_{ij} равны нулю.

В этом докладе мы показали, что СП может имитировать конечный автомат. Разработаннаяметодика может явно и строго определить преобразование КА В СП.

Литература

1. Kurt Jensen, Lars M. Kristensen. Coloured Petri Nets: modelling and validation of concurrent systems. – Springer, 2009.
2. Механов В.Б., Кизилов Е.А., Коннов Н.Н. Моделирование конечного автомата в системе моделирования CPN Tools // Сб. статей X Международной научно-методической конференции «Проблемы информатики в образовании, управлении, экономики и технике» – Пенза: ПДЗ, 2010
3. Захаров Н. Г. , Рогов В. Н. З-38 Синтез цифровых автоматов: Учебное пособие / Ульяновск: УлГТУ, 2003. – 135 с.

РАЗРАБОТКА СИСТЕМНОЙ МОДЕЛИ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА ПРИ КОНСЕПТУАЛЬНОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ

Гусейнов А.Г., Талыбов Н.Г.

Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

Задачи концептуального моделирования возникают, как правило, на ранних стадиях проектирования. Реализуемые при этом проектные процедуры с решением слабоструктурированных и трудно формализуемых задач, характеризующихся наличием неполной и нечеткой информации как о создаваемой системе, так и о методах ее синтеза.

Важным классом задач, решаемых в информационных системах являются задачи принятия решения. Методы и технологии на основаниях, которых решаются такие задачи целесообразно применять для сложных технических систем. В таких системах обмен информацией происходит на семантическом уровне.

Для организации информационного обмена между различными классами сложной технической системы необходимо рассмотреть разработку информационной модели (ИМ) технической системы. Процесс разработки ИМ состоит в получении системной модели технического объекта (ТО), всесторонне вскрывающей все необходимые для качественного проектирования аспекты. При разработке модели представим ТО в виде двухуровневой системы, включающей описание, анализ и синтез, состоящий из:

- системной модели, описывающей объект проектирования;
- системной модели, состоящей из необходимой информации для процесса проектирования ТО.

Системная модель описания ОП как объекта включает структурно-параметрическое (статическое – $\sum$) и функциональное (динамическое – Ф) описания. Связь этих описаний представляет собой однозначное соответствие f: $\sum \rightarrow \Phi$.

Двухуровневую системную модель для описания ТО можно представить в виде следующих соотношений:

$$TO_{п} = \begin{cases} \left\{ k \ L^i, \ k = 0{,}1; i = 1, n_k \right\} \\ \left\{ k \sum^i_{,} k = 0{,}1; i = 1, n_k \right\} \\ \left\{ \mathrm{k} \ \Phi^i, k = 0{,}1; i = 1, n_k \right\} \end{cases}$$

где L – множество целей проектирования (ФМ) на k-ом иерархическом уровне; k = 0, 1 – соответственно нулевой или первому уровню членения, представляющими ТО, как целое или на уровне ее функциональных модулей (ФМ); i – 1-й ФМ, входящий в состав ОП на первом уровне членения; n_k – число ФМ на данном уровне членения (при k = 0 – n_k = 1).

Перейти к формализации установленных отношений, используя широко известный аппарат математического анализа, дискретной математики и математической логики, для проведения структурно-параметрического синтеза конструкции ТО. Методика этого процесса основана на детальном раскрытии и наполнении конкретным содержанием всех компонентов системной модели, а также трансформации ее на этой основе в соответствующую (в зависимости от поставленных целей) концептуальную модель ТО.

Процесс проектирования ТО на начальных стадиях формально представляет собой создание, поиск и преобразование различных аспектов структур ТО. В связи с этим актуальной является задача определения полного множества структур различного вида на каждом уровне иерархии ТО, необходимого и достаточного для отображения синтеза ТО как процесса поиска и выбора структуры, обладающей качественной определенностью (функцией) и требуемым набором значений свойств.

В общем случае структуру ТО на верхних уровнях иерархического членения можно описать следующим множеством видов структур:

$$S = < S^*, U_S >$$

где S^* – множество структур модулей ТО (структурных единиц); U_S – множество отношений связи (временных и/или пространственных). Выделяют семь аспектов описания S^*:

$$S^* = < S_d, S_ф, S_a, S_м, S_в, S_п, S_г >$$

где S_d – структура действий; $S_ф$ – структура функций; S_a – абстрактная структура; $S_м$ – морфологическая; $S_в$ – вариантная структура; $S_п$ – пространственная структура; $S_г$ – геометрическая структура.

Признаковое описание структурных элементов ТО, а также множество отношений между этими элементами определяют конкретный вид структуры ТО, каждую из которых можно представить следующим обобщенным выражением:

$$\forall \times x \times \underset{i=1}{\overset{n}{e}} (\underset{i=1}{\overset{n}{\Lambda}} PQ(x, y_i) \underset{\substack{i=1 \\ j=i+1}}{\overset{n}{\mathrm{V}}} PR(y_i, y_j)) \rightarrow e \times \mu(PS(x, \mu)),$$

где PQ – предикат, означающий, что объект "состоит из множества элементов $\{y_i, i = \overline{1,n}\}$; PR – предикат, означающий, что между элементами y_i и y_j существует отношение, имеющее в различных видах структур разную сущность; PS – предикат, означающий, что объект "имеет структуру S, описываемую матрицей смежности "μ".

Таким образом, начальные стадии проектирования ТО подразумевают последовательный синтез и преобразование структур S, т.е. конкретизацию концептуальной модели.

Литература

1. Арменский Е.В., Львов Б.Г., Митрофанов С.А. Стратегия построения концептуальной модели технического объекта: Сб. науч. трудов. – М., 1989.

ОПТИМИЗАЦИЯ КИНЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПАРОВОЙ КОНВЕРСИИ МЕТАН-ПРОПАНОВОЙ СМЕСИ

Еникеева Л.В.

Уфимский государственный нефтяной технический университет, Россия

Настоящая работа посвящена построению кинетической модели низкотемпературной паровой конверсии смесей легких углеводородов на примере конверсии CH_4-C_3H_8 смеси на промышленном катализаторе НИАП-07-05. Лабораторией каталитических процессов в топливных элементах ИК СО РАН была показана [1] принципиальная возможность проведения мягкого парового риформинг легких углеводородов на Ni-катализаторах на примере модельной CH_4-C_3H_8 смеси и предложена двустадийная макрокинетическая модель протекания реакции, включающая реакции паровой конверсии пропана (реакция (1)) и метанирования CO_2 (реакция (2)):

$$C_3H_8 + 6H_2O \rightarrow 10H_2 + 3CO_2 \qquad (1)$$

$$CO_2 + 4H_2 \rightleftarrows CH_4 + 2H_2O, \qquad (2)$$

а также найдены выражения для скоростей реакций паровой конверсии пропана и метанирования CO_2. Данная схема используется для описания экспериментальных данных в рамках математической модели (5), представляющей собой систему уравнений материального баланса [1].

Подробно описание проведения эксперимента и «химические» выводы приведены в статье [2]. Целью данной работы является математическая часть работы, а именно, описание алгоритма программы расчета кинетических параметров реакции (1) – (2).

Необходимо по экспериментальным данным восстановить кинетические параметры реакции – E_{ref}, E_{met}, k_{ref}, k_{met} путем решения обратной кинетической задачи.

Метод расчета

Обратная задача решалась генетическим алгоритмом с 4-мя оптимизируемыми параметрами – $x_1 = 0.001 \cdot E_{ref}$, $x_2 = 10\hat{}(k_{ref})$, $x_3 = 0.001 \cdot E_{met}$, $x_4 = 10\hat{}(k_{met})$ в системе Octave (https://www.gnu.org/software/octave/) – свободной системе для математических вычислений, использующей совместимый с MATLAB язык высокого уровня. Масштабирование значений переменных осуществляется с целью равномерного распределения областей допустимых значений. Размер популяции варьировался от 50 до 200.

Генетический алгоритм минимизирует функцию приспособленности. Данная функция с входными параметрами x_1, x_2, x_3, x_4 возвращает значение функции приспособленности – критерий отклонения экспериментальных данных от вычисленных при решении прямой задачи химической кинетики. В качестве данного критерия использовалось среднее относительное отклонения расчетных концентраций от экспериментальных.

После нескольких запусков программы было решено зафиксировать Emet = 27 *кДж/моль*, так как изменение данного параметра оказывает незначительное влияние на значение функционала невязки.

Результаты и их обсуждение

Вычислены температурные зависимости выходных концентраций CH_4, C_3H_8, CO_2 и H_2 при протекании МПР метан-пропановой смеси. При увеличении температуры концентрация C_3H_8 уменьшается до значения близкого к нулю; концентрация CH_4 увеличивается, достигает максимума и затем незначительно уменьшается; концентрации CO_2 и H_2 увеличиваются. При температуре ≈300 °C, когда концентрация C_3H_8 достигается значения близкого к нулю, что совпадает с ее равновесным значением, концентрации CH_4, CO_2 и H_2 также достигают своих равновесных значений.

В табл. 1 приведены кинетические параметры реакции паровой конверсии легких углеводородов в избытке метана на катализаторе НИАП-07-05.

Таблица 1. Кинетические параметры реакции паровой конверсии легких углеводородов в избытке метана на катализаторе метанирования НИАП-07-05

Состав смеси	E_{ref}, *кДж/моль*	k_{ref}, $с^{-1}$	E_{met}, *кДж/моль*	k_{met}, $с^{-1}$
C_1, C_3	122,35	$6,83 \cdot 10^{11}$	27	$1,69 \cdot 10^{7}$

Выводы

Рассчитаны кинетические параметры реакции паровой конверсии смесей легких углеводородов на примере конверсии CH_4-C_3H_8 смеси на промышленном катализаторе НИАП-07-05. Показано, что МПР метан-пропановой смеси протекает по двустадийной схеме, включающей необратимую реакцию паровой конверсии пропана в диоксид углерода и водород и обратимую реакцию метанирования диоксида углерода.

Литература

1. Zyryanova M.M., Snytnikov P.V., Shigarov A.B., Belyaev V.D., Kirillov V.A., Sobyanin V.A. // Fuel. 2014. Vol. 135. P. 76-82.
2. С.И. Усков, Л.В. Еникеева, Д.И. Потемкин, В.Д. Беляев, П.В. Снытников, И.М. Губайдуллин, В.А. Кириллов, В.А. Собянин // Катализ в промышленности. 2017. Т. 17. № 1. С. 11-17.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОПИСЫВАЕМАЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ С ИМПУЛЬСНЫМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ ПРИ НЕЛОКАЛЬНЫХ КРАЕВЫХ УСЛОВИЯХ

Заманова С., Шарифов Я.

Азербайджанский Государственный Экономический Университет, Бакинский Государственный Университет, Азербайджан

В настоящей работе исследуются задача оптимального управления, состояние системы в которых описываются интегро-дифференциальными уравнениями с импульсными воздействиями при нелокальных краевых условиях, которое, охватывает различные частные случаи. Например, рассматриваемая краевая задача в себе сохраняет задачи Коши, разделенные и неразделенные краевые задачи и т.д..В работе исследованы вопросы существование и единственности решений краевой задачи.

Постановка задачи. Рассмотрим следующую нелокальную краевую задачу при импульсных воздействиях:

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x(t), (Tx)(t)), \quad 0 \le t \le T, \ t \ne t_i, \tag{1}$$

$$Ax(0) + Bx(T) = C, \tag{2}$$

$$x(t_i^+) - x(t_i) = I_i(x(t_i)), \quad i = 1,2,\dots,p, \quad 0 < t_1 < t_2 < \dots < t_p < T, \tag{3}$$

где $x(t) \in R^n$, $f(t, x, u)$ - n-мерная непрерывная функция, $A, B \in R^{n \times n}, C \in R^{n \times 1}$ – заданные постоянные матрицы, $I_i(x)$ – некоторые заданные функции, $(Tx)(t)$-некоторый интегральный оператор, причем $T : C[0,T] \to C[0,T]$.

Под решением краевой задачи (1) – (3), будем понимать функцию $x(t):[0,T] \to R^n$, абсолютно непрерывную на [0,T], $t \ne t_i$ и непрерывную слева при $t = t_i$, для которой существует конечный правый лимит $x(t_i^+)$ при $i = 1,2,\dots,p$. Пространство таких функций обозначим

$PC([0,T],R^n)$. Очевидно, такое пространство является банаховым с нормой $\|x\|_{PC} = vrai\max_{t\in[0,T]}|x(t)|$, где $|\cdot|$ - является нормой в R^n.

Предположим выполнение следующих условий:

1) Пусть $\det(A+B)\neq 0$.

2) $f:[0,T]\times R^n\times R^r\to R^n$, $I_i: R^n\to R^n$, $i=1,2,...,p$ - непрерывные функции и существуют постоянные $M>0$, $L_i>0$, $i=1,2,...,p$

$$|f(t,x,u)-f(t,y,v)|\le K|x-y|+M|u-v|, \quad t\in[0,T], \quad x,y,u,v\in R^n,$$

$$|I_i(x)-I_i(y)|\le L_i|x-y|, \quad x,y\in R^n,$$

3) $L=S[KT+MT+\sum_{i=1}^{p}L_i]<1$, где $S=\max\left\{\left\|(A+B)^{-1}A\right\|,\left\|(A+B)^{-1}B\right\|\right\}$

Теорема 1. Пусть выполняется условие 1). Тогда функция $x(\cdot)\in PC([0,T],R^n)$ является кусочно - абсолютно непрерывным решением краевой задачи (1) – (3) тогда и только тогда, когда

$$x(t)=(A+B)^{-1}C+\int_0^T K(t,\tau)f(\tau,x(\tau),(Tx)(\tau))d\tau+\sum_{i=1}^{p}K(t,t_i)I_i(x(t_i)) \quad , \quad (4)$$

где

$$K(t,\tau)=\begin{cases}(A+B)^{-1}A, & 0\le\tau\le t\\ -(A+B)^{-1}B, & t\le\tau\le T\end{cases}.$$

Теорема 2. Пусть выполняются условия 1)- 3). Тогда для любого $C\in R^n$ краевая задача (1) – (3) имеет единственное решение, которое удовлетворяет равенству

$$x(t)=(A+B)^{-1}C+\int_0^T K(t,\tau)f(\tau,x(\tau),u(\tau))d\tau+\sum_{i=1}^{P}K(t,t_i)I_i(x(t_i)) \ . \quad (5)$$

Литература

1. А.М. Самойленко, Н.А. Перестюк Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием, Киев, Вища Школа, 1987, 287с.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА АКУСТИКИ И ЕЁ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДАМИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Кулиев Г.Ф., Насибзаде В.Н.

Бакинский государственный университет, Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

hkuliyev@rambler.ru, nasibzade1987@gmail.com

В работе для одномерного уравнения акустики рассматривается коэффициентная обратная задача, она сводится к задаче оптимального управления, далее в новой задаче доказываются теоремы существования оптимального управления, выводятся необходимые условия оптимальности, вычисляется градиент функционала и предлагается итерационный алгоритм нахождения решения задачи оптимального управления с помощью метода проекции градиента.

1. Постановка задачи. Рассмотрим задачу определения пары функций $(u(x,t),\upsilon(x))$ из следующих соотношений

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\upsilon(x)\frac{\partial u}{\partial x}=f(x,t),(x,t)\in Q\equiv(0,\ell)\times(0,T), \quad (1)$$

$$u(x,0)=u_0(x),\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=u_1(x), 0\le x\le\ell, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=0}=0, \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=\ell}=0, 0\le t\le T, \tag{3}$$

$$u(x,T)=g(x), 0\le x\le \ell, \tag{4}$$

где $\ell>0, T>0$ – заданные числа, $u(x,t)$ – акустическое давление, $\upsilon(x)$ – функция, которая выражена через функции плотности среды и скорости распространения волн в среде $[2]$.

Если функции $\upsilon(x), f(x,t), u_0(x), u_1(x)$ заданы, мы получаем прямую задачу $(1)-(3)$ определения функции $u(x,t)$. Если $\upsilon(x)$ неизвестная функция, мы дополнительно зададим условие (4). Тогда получается обратная задача $(1)-(4)$ определения пары функций $(u(x,t),\upsilon(x))$.

Предположим, что $f\in L_2(Q), u_0\in W_2^1[0,\ell], u_1\in L_2(0,\ell), g\in W_2^1[0,\ell]$ – заданные функции.

Задачу $(1)-(4)$ приводим к следующей задаче оптимального управления: найти такую функцию $\upsilon(x)$ из множества

$$V=\left\{\upsilon(x)\in \overset{0}{W}{}_2^1[0,\ell]: |\upsilon(x)|\le M_1, |\upsilon'(x)|\le M_2\, почтивсюдуна[0,\ell]\right\}, \tag{5}$$

которая доставляет минимум функционалу

$$J(\upsilon)=\frac{1}{2}\int_0^\ell [u(x,T;\upsilon)-g(x)]^2 dx \tag{6}$$

при ограничениях $(1)-(3)$, где $u(x,t;\upsilon)$ – решение задачи $(1)-(3)$ при $\upsilon=\upsilon(x), M_1, M_2>0$ – заданные числа. Эту задачу назовем задачей $(1)-(3),(5),(6)$.

Функцию $\upsilon(x)$ назовем управлением, а V – классом допустимых управлений.

Теорема 1. Пусть выполнены выше предполагаемые условия на данные задачи $(1)-(3),(5),(6)$. Тогда функционал (6) непрерывно дифференцируем по Фреше на V и его дифференциал в точке $\upsilon\in V$ при приращении $\delta\upsilon\in \overset{0}{W}{}_2^1[0,\ell]$ определяется выражением

$$\langle J'(\upsilon),\delta\upsilon\rangle=\int_Q \frac{\partial u}{\partial x}\psi\delta\upsilon dxdt. \tag{7}$$

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1. Тогда для оптимальности управления $\upsilon_*(x)\in V$ в задаче $(1)-(3),(5),(6)$ необходимо, чтобы выполнялось неравенство

$$\int_Q \frac{\partial u_*(x,t)}{\partial x}\psi_*(x,t)(\upsilon(x)-\upsilon_*(x))dxdt\ge 0 \tag{8}$$

для любого $\upsilon=\upsilon(x)\in V$, где $u_*(x,t)=u(x,t;\upsilon_*)$ – решение задачи $(1)-(3)$, а $\psi_*(x,t)=\psi(x,t;\upsilon_*)$ - решение следующей сопряженной задачи при $\upsilon=\upsilon_*(x)$:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}-\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}-\frac{\partial}{\partial x}(\upsilon\psi)=0, (x,t)\in Q,$$

$$\psi\big|_{t=T}=0, \frac{\partial\psi}{\partial t}\Big|_{t=T}=u(x,T;\upsilon)-g(x), 0\le x\le\ell,$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x}\Big|_{x=0}=0, \frac{\partial\psi}{\partial x}\Big|_{x=\ell}=0, 0\le t\le T.$$

Литература

1. Кабанихин С.И., Искаков К.Т. Оптимизационные методы решения коэффициентных обратных задач. Новосибирск: НГУ, 2001.
2. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Сиб.науч.издательство, Новосибирск, 2009.
3. Искаков К.Т., Кабанихин С.И. Обобщенное решение обратной задачи для уравнения акустики.-Новосибирск, 2000.-(Препринт/НГУ, изд-во НИИ Дискретной математики и информатики;37).

ПРИВЕДЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕРМОАКУСТИКИ К ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ЕЁ ИССЛЕДОВАНИЕ

Кулиев Г. Ф., Исмаилова Г. Г.

Бакинский государственный университет, Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

hkuliyev@rambler.ru, gunay_ismayilova_83@mail.ru

В данной работе предлагается подход к решению одной обратной задачи термоакустики. Поиск неизвестной функций сводится к задачи минимизации функционала, построенного с помощью дополнительной информации, выводится необходимое и достаточное условие оптимальности.

В области $Q = \Omega \times (0,T)$ рассматривается задача

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (x,y,t) \in Q, \tag{1}$$

$$u(x,y,0) = v(x,y), \quad (x,y) \in \Omega, \tag{2}$$

$$\frac{\partial u(x,y,0)}{\partial t} = 0, \quad (x,y) \in \Omega, \tag{3}$$

$$u\big|_{\partial\Omega} = 0, \quad t \in (0,T), \tag{4}$$

где $\Omega = \{(x,y):\ 0 < x < a,\ 0 < y < b\}$ – прямоугольник, $\partial\Omega$ – граница прямоугольника Ω.

Если задается функция $v(x,y)$, тогда задача (1)-(4) является прямой задачей нахождения функции $u = u(x,y,t)$.

Обратная задача сформулируется следующим образом: найти начальную функцию $v(x,y)$ используя соотношения (1),(3),(4) и дополнительную информацию

$$u(x,y,T) = f(x,y)\ ,\ (x,y) \in \Omega. \tag{5}$$

Функция $v(x,y)$ ищется из класса $V_\partial \subset \overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$, где V_∂ – выпуклое замкнутое множество, $f \in L_2(\Omega)$ – заданная функция.

Рассматриваемую задачу приведем к следующей задаче оптимального управления: требуется в классе V_∂ минимизировать функционал

$$J_0(v) = \frac{1}{2}\int_0^a\int_0^b [u(x,y,T;v) - f(x,y)]^2 dxdy, \tag{6}$$

где $u(x,y,t;v)$ – решение задачи (1)-(4), соответствующее функцию $v(x,y)$. Функцию $v(x,y)$ назовем управлением, а множество V_∂ классом допустимых управлений. Если мы найдем допустимое управление, которое доставляет функционалу (6) нулевое значение, тогда дополнительное условие (5) выполняется. Теперь вместо задачи (1)-(4),(6) рассмотрим задачу минимизации функционала

$$J_\alpha(v) = J_0(v) + \frac{\alpha}{2}\|v - \omega\|^2_{\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)} \tag{7}$$

на множестве V_∂ при ограничениях (1)-(4), где $\omega \in \overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$ – заданная функция, $\alpha > o$ – заданное число. Эту задачу назовем задачей (1)-(4),(7).

Теорема 1. Пусть выполнены выше предполагаемые условия на данные задачи (1)-(4),(7). Тогда задача (1)-(4),(7) имеет единственное решение на множестве V_∂.

Теорема 2. Пусть выполнены выше предполагаемые условия на данные задачи (1)-(4),(7). Тогда функционал (7) непрерывно дифференцируем по Фреше на V_∂ и его дифференциал в точке $v \in V_\partial$ при приращении $\delta v \in W_2^1(\Omega)$ определяется выражением

$$< J'_\alpha(v), \delta v >= \int_\Omega \left(-\frac{\partial \psi(x,y,0)}{\partial t} \delta v(x,y) \right) dxdy + \alpha < v - \omega, \delta v >_{W_2^1(\Omega)}.$$

Теорема 3. Пусть выполнены условия теоремы 2. Тогда для оптимальности управления в задаче (1-(3),(7) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство

$$\int_\Omega \left[-\frac{\partial \psi_*(x,y,0)}{\partial t} + (v_* - \omega) \right] (v - v_*) dxdy \; + \\ + \alpha \int_\Omega \left[\left(\frac{\partial v_*}{\partial x} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \right)\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial v_*}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial v_*}{\partial y} - \frac{\partial \omega}{\partial y} \right)\left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v_*}{\partial y} \right) \right] dxdy \ge 0, \; \forall v \in V_\partial \tag{8}$$

где $\psi_*(x,y,t)$ является решением сопряженной задачи (9)-(11) при $v = v_*(x,y)$:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad , (x,y,t) \in Q, \tag{9}$$

$$\psi(x,y,T;v) = 0, \; \frac{\partial \psi(x,y,T;v)}{\partial t} = u(x,y,T;v) - f(x,y), \; (x,y) \in \Omega, \tag{10}$$

$$\psi|_{\partial\Omega} = 0, \; t \in (0,T). \tag{11}$$

Литература

1. Кабанихин С.И., Шишленин М.А., Криворотько О.И., Оптимизационный метод решения обратной задачи термоакустики, Журнал, «Сибирские электронное математические известия», 2011, Т.8, с.263-292.
2. Кабанихин С.И., Криворотько О.И., Шишленин М.А., О численном решении обратной задачи термоакустики. //Сиб.журн.вычисл. математики /РАН. Сиб. отд-ние.-Новосибирск, 2013.-Т.16, № 1.-с.39-44.
3. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Издание второе. Сиб.науч.изд-во. Новосибирск. 2009. 457 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ОХЛАЖДЕНИЯ ДИХЛОРЭТАНА

Кондратьева В.Д.

филиал УГНТУ в г.Стерлитамаке, Россия

Kafedra_imf.@mail.ru

В настоящее время подготовка персонала во многих отраслях осуществляется с помощью компьютерных тренажеров и автоматизированных систем обучения, что соответствует сложившейся общемировой практике образования, поскольку применение реального оборудования требует больших затрат или невозможно. Таким образом, разработка и внедрение компьютерных тренажеров на предприятиях и в образовательных учреждениях является достаточно актуальной задачей.

В данной работе было проведено моделирование процесса охлаждения дихлорэтана водой. Была описана математическая модель объекта. Для заданного расхода и температуры были определены основные параметры теплообменного аппарата, обеспечивающие его оптимальную работу. Определили тепловую нагрузку аппарата Q=$G_{ДХЭ}$*$c_{ДХЭ}$*($t_Н$-$t_К$)= 4,17*1521*(93-27)=418610Вт. Приняли решение использовать несколько последовательно соединенных аппаратов F = 9 м^3, длина труб $l_{тр}$ = 3 м, трубы $d_Н$*δ = 25*2 мм; число ходов $п_х$=1; площадь сечения труб $S_{тр}$ = 1.35*10^{-2} м^3; площадь сечения между перегородками $S_м$ = 1,11*10^{-2} м^2, в вырезе перегородки S_0 = 0,9* 10^{-3} м^2; расположение труб - шахматное. Рассчитали коэффициент теплопередачи, оценили температуры стенки со стороны горячего и холодного теплоносителей, уточнили значения коэффициентов теплоотдачи и теплопередачи. Коэффициент теплоотдачи от дихлорэтана:$\alpha_{дхэ}$ = $Nи_{дхэ}\lambda_{дхэ}$= 858 Вт/м^{2}К.

Коэффициент теплопередачи: $K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{ДХЭ}}+R_{ДХЭ}+\frac{\delta_{СТ}}{\lambda_{СТ}}+R_{В}+\frac{1}{\alpha_{В}}} = 459\,\frac{Вт}{м^2К}$. Определили температуры стенки со стороны дихлорэтана $t_{СТ1}$ и со стороны воды $t_{СТ2}$, исходя из равенства удельных тепловых нагрузок:

$K * \Delta t_{СР} = \alpha_{ДХЭ} * \left(t_{СР\,ДХЭ} - t_{СТ1}\right) = \alpha_{В} * \left(t_{СТ2} - t_{СР\,В}\right); t_{СТ\,1} = t_{СР\,ДХЭ} - \frac{K\Delta t_{СР}}{\alpha_{ДХЭ}} = 60 - 461 * \frac{27}{861} =$

$46^{\circ}С$. Уточненный

коэффициент теплоотдачи к воде $\alpha_в$ =2968 Вт/м^{2}К .Уточненный коэффициент теплоотдачи от дихлорэтана $\alpha_{ДХЭ}$= 842 Вт/м^{2}К. Уточненный коэффициент теплопередачи:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{ДХЭ}}+R_{ДХЭ}+\frac{\delta_{СТ}}{\lambda_{СТ}}+R_{В}+\frac{1}{\alpha_{В}}} = 456\,\frac{Вт}{м^2К}$$

Необходимая поверхность теплообмена:F = Q/ $K\Delta t_{СР}$ =418610 / (456 * 27) = 34 м^2. Приняли 4 последовательно соединенных теплообменника с поверхностью F = 9м^2.

Гидравлическое сопротивление трубного пространства четырех последовательно соединенных секции

$$\Delta P_{ТР} = 4 * \lambda_{ТР} * \left(\frac{l_{ТР}}{d} + \sum\zeta_{МС}\right) * \frac{\rho_В w^2{}_В}{2} = 4 * 0{,}05 * \left(\frac{3}{0{,}021} + 2*1{,}5 + 2*1 + 0{,}5 + 1\right) * \frac{996*0{,}552^2}{2} =$$

4533 Па;

$$e = \frac{\Delta}{d_э} = \frac{0{,}8}{21} = 3{,}8*10^{-2}; \frac{10}{e} < Re < \frac{560}{e}; \lambda_{ТР} = 0{,}11*\left(e + \frac{68}{Re_В}\right)^{0{,}25} = 0{,}11*\left(3{,}8*10^{-2} + \frac{68}{12550}\right)^{0{,}25} = 0{,}05$$

Гидравлическое сопротивление межтрубного пространства четырех последовательно соединенных секций:$\Delta P_{МТР} = 4 * \lambda_{МТР} * \left(\frac{D*(n_{ПР}+1)}{d_э} * \frac{\rho_{ДХЭ}*W_{ДХЭ}{}^2}{2}\right) = 4 * 0{,}27 * \frac{0{,}273*(15+1)}{0{,}02} * \frac{1194*0{,}35^2}{2} = 17250$ Па;

$$d_э = \frac{4*(0{,}86*t^2 - \frac{\pi d_Н{}^2}{4}}{\pi d_Н} = \frac{4*\left(0{,}86*0{,}32^2 - 3{,}14*\frac{0{,}025^2}{4}\right)}{3{,}14*0{,}025} = 2*10^{-2}м;$$

$$Re_{МТР} = \frac{W_{ДХЭ} d_э \rho_{ДХЭ}}{\mu_{ДХЭ}} = 0{,}35 * 2*10^{-2} * \frac{1194}{0{,}51} * 10^{-3} = 16388; \lambda_{МТР} = 0{,}24.$$

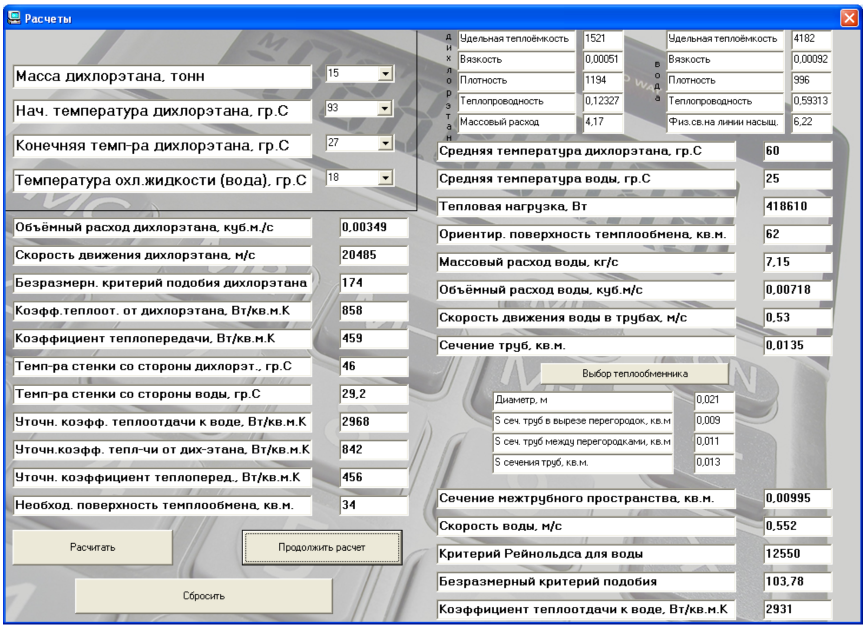


Рисунок 1 – Окно «Расчеты» программного продукта «Моделирование и расчет холодильников и подогревателей».

Все полученные данные, рассчитанные вручную, совпадают с результатами вычислений технологического калькулятора.

Литературы

1. Ульянов Б.А., Бадеников В.Я., Ликучев В.Г. Процессы и аппараты химической технологии. Учебное пособие.-Ангарск: Изд-во Ангарской государственной технической академии. 2006. 743 с.
2. Кондратьева В.Д Компьютерный тренажер по моделированию и расчету холодильников и подогревателей. Материалы I Междунар. НТК «Автоматизация, энерго- и ресурсосбережение в промышленном производстве».–Уфа:Нефтегазовое дело,2016-287с
3. В.Д. Кондратьева Разработка программного продукта «Моделирование и расчет холодильников и подогревателей» Материалы Междунар. НТК Наука. Технология. Производство –Салават: УГНТУ,2017
4. Попова Е.В., Шулаева Е.А. Автоматизация технологических процессов. Учебное пособие. Стерлитамак, 2012. Том Часть 1
5. Нащокин В.В. Техническая термодинамика и теплопередача.- М.: Высшая школа, 2006г.

ОБ ОПТИМИЗАЦИОННОМ МЕТОДЕ В ЗАДАЧЕ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Кулиев Г.Ф., Сафарова З.Р.

Бакинский государственный университет,

Нахчиванской государственный университет, Азербайджан

hkuliyev@rambler.ru, seferova zumrud@gmail.com

Рассматривается задача Дирихле для гиперболического уравнения второго порядка:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + Lu = f(x,t),\ (x,t)\in Q_T, \tag{1}$$

$$u\big|_{t=0} = f_1(x), \quad u\big|_{t=T} = f_2(x),\ x\in\Omega, \tag{2}$$

$$u\big|_{S_T} = 0, \tag{3}$$

где $Q_T = \Omega\times(0,T)$ -цилиндр в R^{n+1}, Ω-ограниченная область с гладкой границей $\partial\Omega$, $S_T = \partial\Omega\times(0,T)$ -боковая поверхность цилиндра Q_T,

$$Lu \equiv -\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}(x,t)\frac{\partial u}{\partial x_j}\right) + a_0(x,t)u\,,$$

функции $a_{ij}(x,t)$, $i,j=1,\ldots,n$, $a_0(x,t)$ измеримы, ограничены и удовлетворяют условиям

$$a_{ij}(x,t) = a_{ji}(x,t),\ \forall\xi\in R^n,\ \nu\sum_{i=1}^{n}\xi_i^2 \le \sum_{i,j=1}^{n}a_{ij}(x,t)\xi_i\xi_j \le \mu\sum_{i=1}^{n}\xi_i^2,\ \left|\frac{\partial a_{ij}}{\partial t}, a_0\right| \le \mu_1,$$

ν,μ,μ_1-постоянные, $f\in L_2(Q_T)$, $f_1\in \overset{o}{W}{}_2^1(\Omega)$, $f_2\in \overset{o}{W}{}_2^1(\Omega)$ -заданные функции.

Известно, что задача (1)-(3) является некорректной [1]. Эту задачу сформулируем как обратную задачу к следующей прямой корректной задаче для уравнения (1):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + Lu = f(x,t),\ (x,t)\in Q_T, \tag{1}$$

$$u\big|_{t=0} = f_1(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = \upsilon(x),\ x\in\Omega, \tag{4}$$

$$u\big|_{S_T} = 0. \tag{3}$$

В прямой задаче (1), (4), (3) для заданной функции $\upsilon(x)\in L_2(\Omega)$ находится функция $u(x,t)$.

Пусть функция $\upsilon(x)$ неизвестна. Предположим, что выполняется следующая дополнительная информация:

$$u(x,T) = f_2(x),\ x\in\Omega. \tag{5}$$

Обратная задача состоит из определения функции $\upsilon(x)$ из соотношений (1), (4), (3), (5) для заданных функций $f(x,t)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$.

В работе вводятся функционал

$$J(\upsilon)=\frac{1}{2}\int_{\Omega_T}[u(x,T;\upsilon)-f_2(x)]^2\,dx \tag{6}$$

и сопряженная задача

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}+L\psi=0,\ (x,t)\in Q_T,$$

$$\psi\big|_{t=T}=0,\quad \left.\frac{\partial\psi}{\partial \mathrm{t}}\right|_{t=T}=u(x,T;\upsilon)-f_2(x),\ x\in\Omega,$$

$$\psi\big|_{S_T}=0,$$

где $u=u(x,t;\upsilon)$-обобщенное решение из $W_2^1(Q)$ задачи (1), (4), (3).

Далее вычисляется градиент функционала и на основе этого выводится необходимое и достаточное условие оптимальности.

Литература

1. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск, 2009, 457 с.
2. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики, М.: «Наука», 1973, 408 стр.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ БАЛКИ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Мамедов А. Д., Юсифов Б. М., Рамазанова Л. М.
Сумгаитский государственный университет, Азербайджан
akbar.mammadov.46@mail.ru

Пусть управляемая система описывается следующими уравнениями.

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}+a^2\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4}=f(x)u(t) \tag{1}$$

с однородными начальными

$$y(x,0)=0,\ y_t'(x,0)=0, \tag{2}$$

и однородными граничными условиями

$$y(0,t)=0,\quad y(\ell,t)=0,\quad y''_{xx}(0,t)=0,\quad y''_{xx}(\ell,t)=0. \tag{3}$$

Здесь $f(x)$ заданная достаточно гладкая функция на отрезке $[0,T]$, $u(t)$- управляющая функция из $L_2(0,T)$, l-длина балки.

Постановлена следующая задача: из множества $L_2(0,T)$найти такое $u(t)$, которое за наименьшее время T переводит систему (1), (3) из заданного начального состояния (2) в заданное конечное состояние

$$y(x,T)=\varphi(x),\quad y_t'(x,T)=\psi(x) \tag{4}$$

при этом функционал определенный решениями задачи (1) –(3) на $L_2(0,T)$ оставался ограниченным числом L , т.е

$$\int_0^T\{[y(x,T)]^2+[y_t'(x,T)]^2\}dt+\int_0^T u^2(t)\le L, \tag{5}$$

где L - заданное положительное число.

Легко можно показать что, при фиксированном $u(t)\in L_2(0,T)$ решение задачи (1)-(3) представляется в виде $[1]$:

$$y(x,t)=\frac{1}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{l}{n\pi}\right)^2 f_n\int_0^t u(\tau)\sin a\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2(t-\tau)d\tau\sin\frac{n\pi}{l}x, \tag{6}$$

$$f_n=\frac{1}{\ell}\int_0^{\ell} f(x)\sin\frac{n\pi}{l}xdx$$

Следует отметить, что функция определенная формулой (6) является обобщенным решением задачи (1) –(3).

Используя формулу (6) для решения задачи (1)-(3) можно показать, что для того чтобы, выполнялось условие (4) необходимо и достаточно выполнение следующих систем уравнения:

$$\int_0^T u(\tau)\cos a\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2\tau d\tau=\frac{\alpha_n}{f_n},\quad \int_0^T u(\tau)\sin a\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2\tau d\tau=\frac{\beta_n}{f_n}, n=1,2,\dots. \tag{7}$$

Используя формулу (6) неравенство (5) можно представить в виде:

$$\int_0^T\left[\int_0^T R(t,s)u(s)ds+u(t)\right]u(t)dt\le L \tag{8}$$

Определим функции $\rho_k(t)$, как решения вспомогательной системы интегральных уравнений

$$\int_0^T R(t,s)\rho_k(s)ds+\rho_k(t)=h_k(t),\quad k=1,2,\dots \tag{9}$$

Учитывая (9) систему уравнений (7) может написать в виде:

$$\int_0^T\left[\int_0^T R(t,s)\rho_k(s)ds+\rho_k(t)\right]u(t)dt=\gamma_k,\quad k=1,2,\dots \tag{10}$$

И так, решения задачи (1)-(3), (4),(5) сведено к решению следующей задачи: найти функцию $u(t)\in L_2(0,T)$ и так же минимального время T, чтобы для любого к выполнялись условия:

$$\int_0^T\left[\int_0^T R(t,s)\rho_k(s)ds+\rho_k(t)\right]u(t)dt=\gamma_k,\quad k=1,2,\dots,\int_0^T\left[\int_0^T R(t,s)u(s)ds+u(t)\right]u(t)dt\le L. \tag{11}$$

Очевидно, что эта задача для любого k является L - проблемой моментов в пространстве $L_2(0,T)$, со скалярным произведением (10). Справедлива следующая [2]:

Теорема. Для того, чтобы в пространстве $L_2(0,T)$, со скалярным произведением, определенным по соответствующим формулам, существовала функция $u(t)$ с нормой, не превосходящей положительное число L и последовательность моментов $\{\gamma_k\}$ необходимо и достаточно, чтобы для всех наборов чисел $\xi_1,\xi_2,\dots\xi_{2m}$ выполнилось неравенство.

$$\left[\sum_{k=1}^{2m}\xi_k\gamma_k\right]^2\le L^2\int_0^T\left[\sum_{k,n=1}^{2m}\xi_k\xi_n h_k(t)\rho_n(t)\right]dt.$$

Литература

1. А.Д. Мамедов, Б. М. Юсифов, Х.Г. Алиева . Оптимальное управление колеблющимися системами описываемые уравнениями с частными производными порядка. // Научные известия СГУ, серия естественные и технические науки, Т-12, №4, 2012, с. 36-40.
2. A.J. Mamedov, B.M. Yusifov, H.H.Aliyeva. Optimal control sistem oscillations with additional Restrictions/ // AMEA, Məruzələr, cild LXXI, 2015, №1, c.14-16

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ УПРУГИМИ КОЛЕБАНИЯМИ БАЛКИ

Мамедов А. Д., Алиева Х. Г., Юсифов Б. М.
Сумгаитский государственный университет, Азербайджан
akbar.mammadov.46@mail.ru

Пусть изгибное поперечное колебание корпусов летательных объектов, рассматриваемых как балки, описывается уравнением [1]:

$$\rho(x)\frac{\partial^2 Q(x,t)}{\partial t^2}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}[E(x)I(x)\frac{\partial^2 Q(x,t)}{\partial x^2}]+\frac{\partial}{\partial x}[N(x)\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}]=f(x)u(t), \qquad (1)$$

с начальными

$$Q(x,0)=\varphi(x),\ Q'_t(x,0)=\psi(x) \qquad (2)$$

и граничными условиями

$$\begin{cases} a_{11}Q(0,t)+a_{12}Q(\ell,t)=0, \\ a_{21}Q(0,t)+a_{22}Q(\ell,t)=0, \\ b_{21}Q''_{xx}(0,t)+b_{12}Q''_{xx}(\ell,t)=0, \\ b_{21}Q''_{xx}(0,t)+b_{22}Q''_{xx}(\ell,t)=0. \end{cases} \qquad (3)$$

Здесь $E(x)I(x)$ - жесткость корпуса, $N(x)$ - продольная сжимающая сила, $\rho(x)$ - плотность массы, $F(x,t)=f(x)u(t)$ - управляющее силовое воздействие, $\varphi(x),\psi(x)$ заданные функции на $[0,\ell], u(t)$ - управляющее воздействие, $f(x)$ заданная функция, ℓ - длина корпуса объекта, $a_{i1}^2+a_{i2}^2>0$, $b_{i1}^2+b_{i2}^2>0;\ i=1,2$ заданные числа. В качестве множества допустимых управлений возьмем $U=\{u(t)\in L_2[0,T];\ \|u(t)\|\le L\}$.

Задача оптимального управления для системы (1)-(3) заключается в следующем: из множества допустимых управлений найти такое $u(t)$, которое переводит систему (1),(3) из заданного начального состояния (2) в состояние

$$Q(x,T)=0,\ Q'_t(x,T)=0, \qquad (4)$$

за наименьшее время T, т.е. за наименьшее время T успокаивает систему (1)-(3).

Через $\{X_n(x)\}$ обозначим системы ортонормированных собственных функций с весом $\rho(x)$ в $[0,\ell]$ следующей спектральной задаче:

$$\frac{d^2}{dx^2}[E(x)I(x)\frac{d^2X(x)}{dx^2}]+\frac{d}{dx}[N(x)\frac{dX(x)}{dx}]=\lambda\rho(x)X(x), \qquad (5)$$

$$\begin{cases} a_{11}X(0)+a_{12}X(\ell), \quad a_{21}X(0)+a_{22}X(\ell)=0, \\ b_{11}X(0)+b_{12}X(\ell)=0,\ b_{21}X(0)+b_{22}X(\ell)=0, \end{cases} \qquad (6)$$

а через $\{\lambda_n\}$ последовательность собственных чисел. Тогда решение задачи (1)-(3) с фиксированным управлением $u(t)\in U$ можем представить в виде [2]:

$$Q(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}[\varphi_n\cos\sqrt{\lambda_n}t+\frac{\psi_n}{\sqrt{\lambda_n}}\sin\sqrt{\lambda_n}t+\frac{1}{\sqrt{\lambda_n}}\int_0^t f_n u(\tau)\sin\sqrt{\lambda_n}(t-\tau)d\tau]X_n(x), \qquad (7)$$

где

$$\varphi_n=\frac{1}{\ell}\int_0^\ell\varphi(x)X_n(x)dx,\ \psi_n=\frac{1}{\ell}\int_0^\ell\psi(x)X_n(x)dx,\ f_n=\frac{1}{\ell}\int_0^\ell f(x)X_n(x)dx,\ n=1,2,3,\ldots$$

Следует отметить, что функция, определенная формулой (7), является обобщенным решением задачи (1)-(3).

Используя формулу (7) из условий (4), после некоторых эквивалентных преобразований получаем:

$$\begin{cases} \int_0^T u(\tau)\cos\sqrt{\lambda_n}\tau\, d\tau - \dfrac{\psi_n}{f_n} \equiv \alpha_n, \\ \int_0^T u(\tau)\sin\sqrt{\lambda_n}\tau\, d\tau = \dfrac{\varphi_n\sqrt{\lambda_n}}{f_n} \equiv \beta_n,\ n = 1,2,... \end{cases} \tag{5}$$

$$\|u(t)\|_{L_2(0,T)} \le L. \tag{6}$$

Таким образом, решение задачи оптимального управления (1)-(4) сведено к решению «L – проблемы моментов» (5), (6). Справедлива следующая

Теорема. При $T < 2\pi D$ система не управляема. При $T \ge 2\pi D$ система управляема. При $T = 2\pi D$ оптимальное управление существенно. Здесь $D = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{\lambda_n}}$.

Литература

1. А.Г.Бутковский. Методы управления системами с распределенными параметрами. М.: Наука, 1975, 568 с.
2. А.Д.Мамедов, Б.М.Юсифов, Х.Г.Алиева. Оптимальное управление колеблющейся системами описываемыми уравнениями с частными производными четвертого порядка// Научные известия СГУ, Раздел естественных и технических наук, Том 12, 2012, №4, С. 36-40.

РЕШЕНИЕ ЧАСТИЧНО-ЦЕЛОЧИСЛЕННОЙ ЗАДАЧИ О РАНЦЕ С ИНТЕРВАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Мамедов К.Ш., Мамедли Н.О.

Бакинский государственный университет, Институт системных управлений НАНА, Азербайджан

mamedov_knyaz@yahoo.com

Рассматривается задача:

$$\sum_{j=1}^{n}\left[\underline{c_j},\overline{c_j}\right]x_j + \sum_{j=n+1}^{N}\left[\underline{c_j},\overline{c_j}\right]x_j \to \max \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left[\underline{a_j},\overline{a_j}\right]x_j + \sum_{j=n+1}^{N}\left[\underline{a_j},\overline{a_j}\right]x_j \le \left[\underline{b},\overline{b}\right], \tag{2}$$

$$0 \le x_j \le d_j, \quad j = \overline{1,N}, \tag{3}$$

$$x_j - \text{целые}, \quad j = \overline{1,n}. \tag{4}$$

Здесь $\underline{c_j} > 0, \overline{c_j} > 0, \underline{a_j} > 0, \overline{a_j} > 0, d_j > 0\ (j = \overline{1,N}), \underline{b} > 0, \overline{b} > 0$ заданные целые числа.

Эта задача исследована в ряде работ [1,2 и т.д.] с целью построения решений различного характера. Поскольку коэффициенты задачи (1)-(4) являются непостоянными числами, как в известных частично-целочисленных задачах о ранце, то необходимо ввести новые понятия решений. Для задачи (1)-(4) в данной работе введены понятия субоптимистического и субпессимистического решений и предложены методы их построения.

Определение 1. N- мерный вектор $X = (x_1, ..., x_N)$, удовлетворяющий системе условий (2)-(4) для $\forall\, a_j \in [\underline{a}_j, \overline{a}_j]\ (j = \overline{1,N})$ и $\forall b \in [\underline{b}, \overline{b}]$ называется допустимым решением задачи (1)-.4).

Определение 2. Допустимое решение $X^{op} = \left(x_1^{op}, x_2^{op}, ..., x_N^{op}\right)$ задачи (1)-(4) назовём оптимистическим, если удовлетворяется неравенство $\sum_{j=1}^{N}\underline{a}_j x_j^{op} \le b,\ \left(b \in \left[\underline{b}, \overline{b}\right]\right)$ и при этом значение $f^{op} = \sum_{j=1}^{N}\overline{c}_j x_j^{op}$ будет максимальным.

Определение 3. Допустимое решение $X^p = \left(x_1^p, x_2^p, \dots, x_N^p\right)$ задачи (1)-(4) назовём пессимистическим, если удовлетворяется соотношение $\sum_{j=1}^{N} \bar{a}_j x_j^p \le b$, $(b \in [\underline{b}, \bar{b}])$ и при этом значение $f^p = \sum_{j=1}^{N} \underline{c}_j x_j^p$ будет максимальным.

Необходимо отметить, что все известные целочисленные задачи о ранце, интервальной целочисленной задачи о ранце и задачи линейного программирования с одним ограничением с интервальными данными являются частными случаями задачи (1)-(4). Поскольку, все частные случаи задачи (1)-(4) входят в NP-полных, т.е. являются трудно-решаемыми, то эта задача также входит в класс NP-полных. Следовательно, найти оптимистическое и пессимистическое решения задачи (1)-(4) будет требовать нереальное время. Поэтому, нами введены понятия субоптимистического и субпессимистического решений и разработаны методы их построения.

Определение 4. Допустимое решение $X^{so} = \left(x_1^{so}, x_2^{so}, \dots, x_N^{so}\right)$ задачи (1)-(4) назовём субоптимистическим, если удовлетворяется $\sum_{j=1}^{N} \underline{a}_j x_j^{so} \le b$, $(b \in [\underline{b}, \bar{b}])$ и при этом значение функции $f^{so} = \sum_{j=1}^{N} \bar{c}_j x_j^{so}$ будет принимать большое значение.

Определение 5. Допустимое решение $X^{sp} = \left(x_1^{sp}, x_2^{sp}, \dots, x_N^{sp}\right)$ задачи (1)-(4) назовём субпессимистическим, если удовлетворяется соотношение $\sum_{j=1}^{N} \bar{a}_j x_j^{sp} \le b$ $(b \in [\underline{b}, \bar{b}])$ и при этом значение функции $f^{sp} = \sum_{j=1}^{N} \underline{c}_j x_j^{sp}$ будет принимать большое значение.

Необходимо отметить, что определения 1-5 являются аналогами определений введённые авторами в работе [3]. Используя определения 4-5, разработан алгоритм построения субоптимистического и субпессимистического решений задачи (1)-(4). Подробные изложения будут во время доклада.

Литература

1. Девятерикова М.В., Колоколов А.А. Алгоритмы перебора L-классов для задачи о рюкзаке с интервальными данными. Преринт. Омск: Ом ГУ, 2001, 20 с.
2. Девятерикова М.В., Колоколов А.А., Колосов А.П.. Алгоритмы перебора L-классов для булевой задачи о рюкзаке с интервальными данными Материалы III Всероссий-ской конференции “Проблемы оптимизации и экономическое приложение”. Омск: Изд-во Ом ГТУ, 2006, 87 с.
3. Мамедов К.Ш., Мамедли Н.О. Методы построения субоптимистического и субпессимистического решений частично-Булевой задачи о ранце с интервальными данными. Изв. НАНА, 2016, №6, стр.6-13.

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ И НЕТИПОВЫМ КРИТЕРИЕМ КАЧЕСТВА

Мансимов К.Б., Нагиева И.Ф.

Бакинский государственный университет, Институт систем управления НАН Азербайджана, Азербайджан

kamilbmansimov@gmail.com

Пусть управляемый процесс описывается системой дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом

$$\dot{x}(t) = f\left(t, x(t), x(t-h), u(t)\right), \quad t \in [t_0, t_1], \tag{1}$$

с начальным условием

$$x(t) = a(t), \quad t \in E_{t_0} = [t_0 - h, t_0]. \tag{2}$$

Здесь $f(t, x, y, u)$ – заданная n -мерная вектор-функция непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по x, y, $h = const$ – заданное положительное запаздывание, $a(t)$ – заданная непрерывная начальная вектор-функция, $u(t)$ – r -мерный кусочно-непрерывный (с конечным числом точек разрыва первого рода) вектор управляющих воздействий со значениями из заданного непустого и ограниченного множества $U \subset R^r$, т.е.

$$u(t) \in U \subset R^r, \quad t \in [t_0, t_1]. \tag{3}$$

Такие управляющие функции назовем допустимыми.

На решениях системы (1)-(2), порожденных всевозможными допустимыми управлениями, определим функционал

$$S(u) = \int_{t_0}^{t_1}\int_{t_0}^{t_1} F(t,s,x(t),x(t-h),x(s),x(s-h))\,ds\,dt\,. \tag{4}$$

Здесь $F(t,s,a,b,c,d)$ заданная скалярная функция непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по (a,b,c,d).

Задача заключается в минимизации функционала (4) при ограничениях (1)-(3).

При помощи метода приращений в рассматриваемой задаче установлено необходимое условие оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина [1-3].

Литература

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М. Наука, 1976, 384 с.
2. Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем. М. Наука, 1975, 754 с.
3. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Принцип максимума в теории оптимальног управления. Минск. Наука и техника, 1974, 272 с.

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ СТОХАСТИЧЕСКИМИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Мансимов К.Б., Масталиев Р.О.

Институт систем управления НАН Азербайджана, Бакинский государственный университет, Азербайджан

kamilbmansimov@gmail.com, mastaliyevrashad@gmail.com

Работа посвящена исследованию задач оптимального управления, поведение которых описывается стохастическими системами Гурса-Дарбу [1,2]. Получен стохастический аналог принципа максимума Понтрягина и исследованы особые управления [3-5].

Пусть $(\Omega, F, P)-$некоторое вероятностное пространства; $D = [t_0, t_1] \times [x_0, x_1]$, $y = (t,x) \in D$; $y = (t,x) \le y' = (t', x')$, если $t \le t', x \le x'$; Поток $\sigma -$алгебр $F_y = F_{tx}$ есть семейство $\sigma -$алгебр $F_y \in F$, определенных на основном вероятностном пространстве (Ω, F, P) причем $F_y \subset F_{y'}$, если $y \le y'$. $E -$знак математического ожидания.

Рассмотрим следующую задачу оптимального управления стохастическим дифференциальным уравнением в частных производных

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2 \xi(t,x)}{\partial t \partial x} = f(t,x,\xi(t,x),\xi_t(t,x),\xi_x(t,x),u(t,x)) + \\ + g(t,x,\xi(t,x))\frac{\partial^2 W(t,x)}{\partial t \partial x}, (t,x) \in D,\end{gathered} \tag{1}$$

с краевыми условиями типа Гурса

$$\begin{gathered}\xi(t_0, x) = a(x), x \in [x_0, x_1], \\ \xi(t, x_0) = b(t), t \in [t_0, t_1], \\ a(x_0) = b(t_0),\end{gathered} \tag{2}$$

при наличии ограничения

$$u(t,x) \in U \subset R^r, (t,x) \in D,$$

с критерием качества

$$S(u) = E\{\Phi(\xi(t_1, x_1))\}. \tag{3}$$

Здесь $f(t, x, \xi, \xi_t, \xi_x, u)$ – заданная n – мерная вектор функция, непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по ξ, ξ_t, ξ_x, до второго порядка включительно; $g(t, x, \xi)$ – заданная n – мерная вектор функция, непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по ξ до второго порядка включительно; $a(x), b(t)$ – заданные на $[x_0, x_1]$ и $[t_0, t_1]$ соответственно, n – мерные вектор функции, удовлетворяющие условию Липшица; $\dfrac{\partial^2 W(t,x)}{\partial t \partial x}$ – n мерный двухпараметрический независимые «белые шумы» на плоскости; U – заданное непустое и ограниченное множество, $u(t, x)$ – r – мерный измеримый и ограниченный вектор управляющих воздействий (допустимое управление); $\Phi(\xi)$ – заданная дважды непрерывно дифференцируемая скалярная функция.

Задача управления состоит в выборе среди всех допустимых управлений, такого управления при котором функционал (3) принимает наименьшее значение.

Предполагается, что каждому допустимому управлению $u = u(t, x)$ соответствует с вероятностью 1 единственное абсолютно непрерывное решение $\xi(t, x)$ [1,6-8] задачи (1)-(2) .

В докладе используя стохастический аналог техники, предложенного в работах [4,5]и др. получено необходимые условия оптимальности первого и второго порядков.

Литературы

1. Ермольев Ю.М., Гуленко В.П., Царенко Т.И. Конечно-разностный метод в задачах оптимального управления. Киев « Наукова Думка», 1978,164с.
2. Шайхет Л.Е. Об оптимальном управлении одним классом стохастических дифференциальных уравнений в частных производных// Математические заметки, 1982,т.31,№6,с.933-936.
3. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Особые оптимальные управления. М.: Книжный дом «Либроком», 2013, 256 с.
4. Мансимов К.Б. Необходимые условия оптимальности особых процессов в задачах оптимального управления// Автореф. дисс. д-ра физ.-мат. наук, Баку,1994, 43с.
5. Мансимов К.Б., Марданов М.Дж. Качественная теория оптимального управления системами Гурса-Дарбу. Баку, Элм, 2010, 360с.
6. Плотников В. И., Сумин В. И. Проблема устойчивости нелинейных систем Гурса–Дарбу, Дифференц. уравнения,1972, том 8, № 5, с.845–856.
7. Срочко В.А. Вариационный принцип максимума и методы линеаризации в задачах оптимального управления. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 1989. – 160 с.
8. Васильев О.В. , Срочко В.А., Терлецкий В.А. Методы оптимизации. Часть2. Оптимальное управления. Новосибирск: Наука,1990,151с.

АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ СТРУКТУРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МОДЕЛИ НЕЧЕТКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Мустафаев В. А., Салманова М.Н.

Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

malaxat_70@mail.ru

При решении практических задач нечеткого управления наибольшее применение нашли простейшие частные случаи нечетких чисел и интервалов, получившие свое название по виду их функций принадлежности. Нечеткое управление основывается на теории нечетких множеств и нечеткой логики. Входящие в модель управления входные и выходные лингвистические переменные могут задаваться как нечеткое число или нечеткий интервал. В связи с этим, треугольные и трапециевидные функции принадлежности нечеткого множества могут выбраны как структурные элементы модели управления. При этом целесообразность использования трапециевидных нечетких интервалов и нечетких чисел обусловливается не только простотой выполнения операций над ними, но и их наглядной графической интерпретацией.

Треугольным нечетким числом (ТНЧ) называют такое нормальное нечеткое число, функция принадлежности которого может быть задана треугольной функцией. В этом случае ТНЧ представляют в виде кортежа из трех чисел: $A=\langle a,\alpha,\beta\rangle$, где *a*-модальное значение ТНЧ; α и β левый и правый коэффициенты нечеткости ТНЧ.

Трапециевидным нечетким интервалом (ТНИ) называется нормальный нечеткий интервал, функция принадлежности которого задается трапециевидной функцией. ТНИ представляется в виде кортежа из четырех чисел: $A=\langle a,b,\alpha,\beta\rangle$, где *a* и *b* –соответственно нижнее и верхнее модальные значения ТНИ; α и β левый и правый коэффициенты нечеткости ТНИ.

Для решения задач нечеткого моделирования необходимо определить некоторые операции над ТНИ и ТНЧ, аналогичные арифметическим операциям над обычными числами и интервалами. Для определения аналогов обычных арифметических операций над нечеткими числами и нечеткими интервалами используются принцип обобщения [1].

Пусть A и B– произвольные ТНИ, заданные параметрически в виде:

$A=\langle a_1,b_1,\alpha_1,\beta_1\rangle$ и $B=\langle a_2,b_2,\alpha_2,\beta_2\rangle$.

В докладе разработан алгоритм нахождения максимума и минимума ТНИ структурных элементов модели управления.

Начало алгоритма

1. Нахождение расширенного максимума ТНИ.

Полагают: $max_a=\mu^1_{1i}$; $max_b=\mu^1_{2i}$; $max_\alpha=\mu^1_{3i}$; $max_\beta=\mu^1_{4i}$; $a_1=max_a$; $a_2=\mu^1_{1i}$;

1.1 если выполняется условие $a_1\ge a_2$, то $max'_a=a_1$, в противном случае $max'_a=a_2$; полагают: $b_1=max_b$; $b_2=\mu^1_{2i}$;

1.2 если выполняется условие $b_1\ge b_2$, то $max'_b=b_1$, в противном случае $max'_b=b_2$; полагают: $\alpha_1=max_\alpha$; $\alpha_2=\mu^1_{3i}$; $\beta_1=max_\beta$; $\beta_2=\mu^1_{4i}$; вычисляют: $\alpha'_1=a_1-\alpha_1$; $\alpha'_2=a_2-\alpha_2$;

1.3 если выполняется условие $\alpha'_1\ge\alpha'_2$, то $max'_\alpha=\alpha'_1$, в противном случае $max'_\alpha=\alpha'_2$; вычисляют: $max_\alpha=max'_a-max'_\alpha$; $\beta'_1=b_1+\beta_1$; $\beta'_2=b_2+\beta_2$;

1.4 если выполняется условие $\beta'_1\ge\beta'_2$, то $max'_\beta=\beta'_1$, в противном случае $max'_\beta=\beta'_2$; вычисляют: $max_\beta=max'_\beta-max'_b$.

2. Нахождение расширенного минимума ТНИ.

Полагают: $min_a=\mu^2_{1i}$; $min_b=\mu^2_{2i}$; $min_\alpha=\mu^2_{3i}$; $min_\beta=\mu^2_{4i}$;

$\mu^1_{1i}=min_a$; $\mu^1_{2i}=min_b$; $\mu^1_{3i}=min_\alpha$; $\mu^1_{4i}=min_\beta$; $a_1=min_a$; $a_2=\mu^2_{1i}$;

2.1 если выполняется условие $a_1\le a_2$, то $min'_a=a_1$, в противном случае $min'_a=a_2$; полагают : $b_1=min_b$; $b_2=\mu^2_{2i}$;

2.2 если выполняется условие $b_1\le b_2$, то $min'_b=b_1$, в противном случае $min'_b=b_2$; полагают: $\alpha_1=min_\alpha$; $\alpha_2=\mu^2_{3i}$; $\beta_1=min_\beta$; $\beta_2=\mu^2_{4i}$; вычисляют: $\alpha'_1=a_1-\alpha_1$; $\alpha'_2=a_2-\alpha_2$;

2.3 если выполняется условие $\alpha'_1\le\alpha'_2$, то $min'_\alpha=\alpha'_1$, в противном случае $min'_\alpha=\alpha'_2$; вычисляют: $min_\alpha=min'_a-min'_\alpha$; $\beta'_1=b_1+\beta_1$; $\beta'_2=b_2+\beta_2$;

2.4 если выполняется условие $\beta'_1\le\beta'_2$, то $min'_\beta=\beta'_1$, в противном случае $min'_\beta=\beta'_2$; вычисляют: $min_\beta=min'_\beta-min'_b$.

Литература

1. Борисов В.В., Круглов В.В, Федулов А,С. Нечеткие модели и сети.-Телеком, Москва, 2012, 284 с.

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С НЕЧЕТКИМ РЕГУЛЯТОРОМ

Маннанов И.А.
ВО УГНТУ в г. Стерлитамаке, Россия
Sheitan245@yandex.ru

Трёхфазный сепаратор типа «Хитер-Тритер» используется для получения товарной нефти из продукции скважин, для предварительного обезвоживания, для сепарации продукции скважин. Способен заменить установку, состоящую из нескольких аппаратов. Большие затруднения в управлении данным объектом возникают из-за присутствия неоднозначности в виде в изменении поступающей жидкости. Причинами неоднозначностей могут служить: изменения физико-химического состава нефти, температуры окружающей среды, циклическая работа добывающих скважин. Отсюда следует, что данный сепаратор является сложным объектом управления и только правильно подобранные подходы к его управлению будут обеспечивать эффективность его функционирования.

Разработка и интеграция автоматизированных систем управления технологическими процессами значится основной тенденцией развития современного промышленного производства. Автоматизированная системы управления данным технологическим объектом должна обеспечить качественный автоматический контроль и регулирование параметров, непрерывное и оперативное управление технологическим процессом [1].

Качество автоматизированной системы может быть оценено такими критериями, как трудоемкость синтеза системы и требуемая для неё вычислительная мощность (процессорное время и память). Трудоемкость синтеза системы в нашем случае подразумевает затрату времени на разработку нечеткого регулятора [1].

В основе эффективной системы управления лежит наиболее приближенная к действительности её математическая модель. Такую модель, реализованную в виде управляющей программы, предлагается применить для управления трехфазным сепаратором «Хитер-Тритер». Но в данном случае синтез модели затрудняется из-за присутствия неоднозначностей, изложенных выше.

Отличным решением являются нечеткие множества, позволяющие разрабатывать модели управления сложными объектами, для которых не представляется возможным разработка точных математических моделей с использованием интегро-дифференциальных уравнений [2-3].

Для снижения трудоемкости рассмотрим методы оптимизации структуры системы управления с нечетким регулятором:

1 Переход от одного нечеткого регулятора к последовательно соединённым нечетким регуляторам;

2 Переход от одного нечеткого регулятора к параллельно соединённым нечетким регуляторам;

3 Метод исключения обратных связей.

Применение данных методов ведет к уменьшению количества правил, составляемых при синтезе нечеткого регулятора, что приводит к уменьшению времени на разработку нечеткого регулятора. Так же за счёт уменьшения количества правил снижается требование к вычислительной мощности, то есть требуется меньше процессорного времени и памяти на обработку данных [4-6].

Литературы

1. Муравьева Е.А. Интегрированные системы проектирования и управления: учеб.пособие/ Муравьева Е.А. – Уфа: Изд-во УГНТУ, 2011. – 354с.
2. Соловьев К.А., Муравьева Е.А., Султанов Р.Г., Соловьева О.И. Синтез нечеткого регулятора для управления соотношением расходов «газ – воздух» на основе режимной карты // Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». 2015. №1 - С.275-291.

3. Муравьева Е.А., Соловьев К.А., Султанов Р.Г., Соловьева О.И. Синтез нечеткого регулятора с заданной многомерной статической характеристикой // Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». 2015. №1. С.245-260. URL: http://ogbus.ru/issues/1_2015/ogbus_1_2015_p245-260_M..
4. Соловьев К.А., Хуснутдинова И.Г., Султанов Р.Г., Баширов М.Г., Муравьева Е.А., Соловьева О.И., Переверзев А.И. Измерение степени напряженно-деформированного состояния металлоконструкций на базе нечеткого регулятора второго порядка // Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». 2015. №6.С.323-342. URL: http://ogbus.ru/issues/6_2015/ogbus_6_2015_p323-342_S..
5. К. А. Соловьев, Е. А. Муравьева, Р.Г. Султанов, Т. И. Хакимов / Нечеткий регулятор с двойной базой продукционных правил // Интеграция науки и образования в вузах нефтегазового профиля - 2016: материалы междунар. науч.-метод. конф., посвящ. 60-летию ф-ла УГНТУ в г. Салавате. Салават, 2016. С. 374-377.
6. Соловьев К. А., Муравьева Е. А. Эталонная модель для системы управления технологическим процессом на базе нечеткого регулятора второго порядка // Современные проблемы науки и образования в техн. вузе: сб. материалов II междунар. науч.-практ. конф. Стерлитамак, 2015. С. 61-66.

ЛИНЕАРИЗОВАННОЕ УСЛОВИЕ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМАХ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ В УПРАВЛЕНИИ

Марданов М.Дж., Меликов Т.К., Шагаватова С.С
Институт математики и механики НАН Азербайджана, Азербайджан
shagavatova@gmail.com

В данной статье рассматривается следующая экстремальная задача

$$S\big(u(.)\big) = \Phi(x(t_1)) \to \min_{u} \tag{1}$$

$$\begin{cases} x(t+1) = f(x(t), u(t), u(t-h_1), \dots, u(t-h_k), t), t\epsilon \mathrm{I} := \{t_0, t_0+1, t_i - \alpha\}, \\ \qquad x(t_0) = x_0, \quad u(t) = \omega(t), \qquad t\epsilon\{t_0 - h_k, \dots, t_0 - 1\} =: \mathrm{I}_0, \end{cases} \tag{2}$$

$$u(t)\epsilon U(t) \subset R^r, \ \ t\epsilon \mathrm{I}. \tag{3}$$

Здесь $h < h_2 < \cdots < h_k$, $h_i\epsilon\{1,2,\dots,\}$, $i = \overline{1,k}$; $R^r - r$ мерное эвклидово пространство, x –вектор-состояние и $U-$ вектор управление, t –время (дискретное), $\omega(t)\colon \mathrm{I}_0 \to R^r$, $\Phi(x)\colon R^n \to (-\infty, +\infty)$ и $f(x, u, u_{-1}, \dots, u_{-k}, t)\colon R^n \times R^r \times R^r \times \dots \times R^r \times \mathrm{I}$ заданные функции, $U(t)\epsilon \mathrm{I}\backslash\{t_1 - 1\}$ заданные выкупные множества, $U(t_1 - 1)$ произвольное заданное множество.

Управления , удовлетворяющие условию (2), (3), назовем допустимым. Допустимое управление $u^0(t), t\epsilon\mathrm{I}$, доставляющее минимум функционалу (1) при ограничении (2), назовем оптимальным управлением.

Пусть Φ и для каждого $t\epsilon\mathrm{I}_{-1}$, функция $f(\cdot,\cdot,\dots,t)$ непрерывно-дифференцируема по совокупности аргументам. Тогда для задачи (1)-(3) по схеме из [1] получается линеаризованный дискретный принцип максимума.

Литература

1. Mardanov M.J., Melikov T.K. A method for studying the optimality of controls in describes systems. Proceedings of the institute of Mathematics and Mechanics, 2014, vol. 40, No 2, pp 3-12.

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ НАЧАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ В СМЕШАННОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Насибзаде В.Н.
Сумгаитский государственный университет, Азербайджан
nasibzade1987@gmail.com

Рассмотрим задачу определения пары функций $(u(x,t),v(x))\in W_2^1(Q)\times L_2(\Omega)$ из соотношений

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}(x,t)\frac{\partial u}{\partial x_j}\right)+a_0(x,t)u=f(x,t),\ (x,t)\in Q, \tag{1}$$

$$u(x,0)=u_0(x),\frac{\partial u(x.0)}{\partial t}=v(x),\ x\in\Omega, \tag{2}$$

$$u|_S=0, \tag{3}$$

$$u(x,T)=\varphi(x), x\in\Omega, \tag{4}$$

где $\Omega\subset R^n-$ограниченная область с гладкой границей $\Gamma, Q=\Omega\times(0,T)-$ цилиндр, $S-$боковая поверхность цилиндра $Q, T>0-$заданное число, функции $a_{ij}(x,t),\ a_0(x,t)$ удовлетворяют условиям

$$a_{ij}(x,t)\in C(\overline{Q}), a_0(x,t)\in C(\overline{Q}), \frac{\partial a_{ij}(x,t)}{\partial t}\in C(\overline{Q}), a_{ij}(x,t)=a_{ji}(x,t),(x,t)\in\overline{Q},\ \ i,j=\overline{1,n}$$

и

$$\sum_{i,j=1}^{n}a_{ij}(x,t)\xi_i\xi_j\geq\nu\sum_{i=1}^{n}\xi_i^2,\ \ \nu=const>0;\ \ f\in L_2(Q),\ u_0\in\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega),\ \varphi\in L_2(\Omega)-$$

заданные функции.

Задача (1)-(3) при заданной функции $v(x)$ называется прямой задачей в области $Q,$ а задача нахождения пару функций $(u,v)\in W_2^1(Q)\times L_2(\Omega)$ из соотношений (1)-(4) называется обратной задачей к задаче (1)-(3). Задачу (1)-(4) приведем к следующей задаче оптимального управления: найти такую функцию $v(x)$ из $L_2(\Omega)$, которая минимизирует функционал

$$J_0(v)=\frac{1}{2}\int_\Omega[u(x,T;v)-\varphi(x)]^2dx \tag{5}$$

при ограничениях (1)-(3), где $u(x,t;v)$ является решением задачи (1)-(3), соответствующее функцию $v=v(x)$. Функцию $v(x)$ назовем управлением. Заметим, что если $\min\limits_{v\in L_2(\Omega)}J_0(v)=0,$ то дополнительное условие (4) выполняется. Далее вместо задачи (1)-(3),(5) рассматривается следующая задача: найти такую функцию $v(x)$ из выпуклого замкнутого множества $V\subset L_2(\Omega)$, что она минимизирует функционал

$$J_\alpha(v)=J_0(v)+\frac{\alpha}{2}\int_\Omega(v(x)-\omega(x))^2dx, \tag{6}$$

где $\alpha>0-$заданное число, $\omega\in L_2(\Omega)-$заданная функция. Эту задачу назовем задачей (1)-(3),(6). В работе получаются следующие результаты.

Теорема 1. Пусть выполняются условия при постановке задачи (1)-(3),(6). Тогда в V существует единственное управление $v(x)$, которое доставляет функционалу $J_\alpha(v)$ минимальное значение.

Теорема 2. Пусть выполняются условия теоремы 1. Тогда функционал (6) непрерывно дифференцируем по Фреше в $L_2(\Omega)$ и его дифференциал в точке $v \in V$ при приращении $\delta v \in L_2(\Omega)$ определяется выражением

$$\langle J'_\alpha(v), \delta v \rangle = \int_\Omega [-\psi(x,0;v) + \alpha(v-\omega)]\delta v(x)dx,$$

где $\psi = \psi(x,t;v)$ является решением сопряженной задачи

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}(x,t)\frac{\partial \psi}{\partial x_j}\right) + a_0(x,t)\psi = 0, (x,t) \in Q,$$

$$\psi(x,T;v) = 0, \frac{\partial \psi(x,T;v)}{\partial t} = [u(x,T;v) - \varphi(x)], x \in \Omega,$$

$$\psi|_S = 0.$$

Теорема 3. Пусть выполняются условия теоремы 2. Тогда для оптимальности управления $v_* = v_*(x) \in V$ в задаче (1)-(3), (6) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство

$$\int_\Omega [-\psi(x,0;v_*) + \alpha(v_*(x) - \omega(x))](v(x) - v_*(x))dx \geq 0$$

для любого $v = v(x) \in V$.

Литература

1. Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1988.
2. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск, 2009.
3. Лионс Ж.Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М.: Мир, 1972.

НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ СТУПЕНЧАТОЙ ДИСКРЕТНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ

Наджафова М.Я, Мансимов К.Б.

Бакинский государственный университет, Институт систем управления НАН Азербайджана, Азербайджан

kamilbmansimov@gmail.com

В докладе рассматривается задача о минимуме функционала

$$S(u,v) = \varphi(x(t_0), x(t_1)) + G(y(t_2)), \tag{1}$$

при ограничениях

$$u(t) \in U \subset R^r, \quad t \in T_1 = \{t_0, t_0+1, \dots, t_1-1\}, \tag{2}$$

$$v(t) \in U \subset R^q, \quad t \in T_2 = \{t_1, t_1+1, \dots, t_2-1\}, \tag{3}$$

$$x(t+1) = f(t, x(t), u(t)), \ t \in T_1, \tag{4}$$

$$L_0\, x(t_0) + L_1\, x(t_1) = \ell, \tag{5}$$

$$y(t+1) = g(t, y(t), v(t)), \ t \in T_2, \tag{6}$$

$$y(t_1) = Q(x(t_1)). \tag{7}$$

Здесь $f(t,x,u)$ $(g(t,y,v))$ – заданная n (m)-мерная вектор-функция непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по x (y), $\varphi(a,b)$, $G(y)$ – заданные скалярные функции непрерывные по совокупности переменных вместе с частными производными

$\varphi_a(a,b)$, $\varphi_b(a,b)$, Q_y, L_0, L_1 – заданные $(n \times n)$ постоянные матрицы, ℓ – заданный постоянный вектор, t_0, t_1, t_2 – заданы, причем разность $t_2 - t_0$ – есть натуральное число, $u(t)$ $(v(t))$ – r (q)-мерный вектор управляющих воздействий, U, V – заданные непустые и ограниченные множества.

Пару $(u(t), v(t))$ управляющих функций с вышеприведенными свойствами назовем допустимым управлением.Допустимое управление $(u^o(t), v^o(t))$ доставляющее минимум функционалу (1) при ограничениях (2)-(7) назовем оптимальным управлением.

В докладе используя модификацию метода приращений Л.И. Розоноэра (см. напр. [1-3]) установлены различные необходимые условия оптимальности первого порядка (аналоги дискретного условия максимума, линеаризованного условия максимума, уравнения Эйлера).

Литература

1. Розоноэр Л.И. Принцип максимума Л.С. Понтрягина в теории оптимальных систем // Автоматика и телемеханика. 1959, № 10-12.
2. Габасов Р. Об одной задаче теории оптимальных процессов // Автоматика и телемеханика, 1967, № 8, с. 5-15.
3. Мансимов К.Б. Дискретные системы. Баку. Изд-во БГУ, 2013, 151 с.
4. Мансимов К.Б. Необходимые условия оптимальности в одной дискретной задаче управления с нелокальными краевыми условиями // Проблемы управления и информатики. 2012, № 5, с. 71-79.
5. Мансимов К.Б., Наджафова М.Я. Об одной краевой задаче для системы линейных неоднородных разностных уравнений // Изв. НАН Азербайджана. Сер. физ.-техн. и матем. наук. Проблемы информатики и управления. 2014, № 6, с. 34-37.

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ НАЧАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ СИНГУЛЯРНОЙ ВОЗМУЩЕННОЙ СИСТЕМЫ

Наджафов М.А.

Азербайджанский государственный педагогический университет, Азербайджан

Рассмотрим задачу оптимального управления. Пусть управляемый процесс на фиксированном отрезке времени $[\tau, T]$ описывается следующей сингулярно возмущенной системой.

$$\begin{cases} x(t) = A_1(t)x(t) + B_1(t)x(t-\tau) + C_1(t)y(t) + D_1(t)y(t-\tau) + E_1(t)(t,u) \\ \lambda y(t) = A_2(t)x(t) + B_2(t)x(t-\tau) + C_2(t)y(t) + E_2(t)(t,u) \end{cases} \tag{1}$$

$$x(t) = \varphi(t)\ ,\ \ y(t) = \psi(t) \quad \text{при} \quad 0 \le t \le \tau \tag{2}$$

Пусть выполняются условия

1) $A_1(t)$, $B_1(t)$, $C_1(t)$, $D_1(t)$, $A_2(t)$, $B_2(t)$, $C_2(t)$ непрерывные на $[\tau, T]$ матрицы-функции соответствующих размерностей, $A_2(t)$ имеет непрерывную производную, $C_2^{-1}(t)$ существует и непрерывно дифференцируема.

2) Корни $\lambda_i(t)$, $(i = \overline{1,n})$ уравнения

$$\det\|C_2(t) - \lambda E\| = 0$$

удовлетворяют условию $\operatorname{Re} \lambda_i(t) \le -2a < 0$, $a > 0$

3) Вектор-функции $\varphi(t)$, $\psi(t)$ непрерывны на $[0, \tau]$

4). $E_i(t,u)$ $(i = 1,2)$ непрерывно дифференцируемые вектор функции, в области $\{\tau \le t < T, u \in R^2\}$

Эти условия назовем «условие B»,

За класс допустимых управлений $u = (u^1, u^2, ..., u^2)$ берется множество всех измеримых на $[\tau, T]$ r-мерных функций, удовлетворяющих условию $|u^i| \le 1$ $i = 1,2,....r$ при почти всех $t \in [\tau, T]$

Введем обозначение

$$U = \{u : |u^i| \le 1 \ , \quad i = 1,2,\ldots, r\} \tag{3}$$

Требуется среди допустимых управлений (3) найти такое, соответствующее решению системы (1), (2) которое доставляет минимум функционалу

$$\mathrm{I}(u) = (C, x(T)) \tag{4}$$

В соответственно [1]– вырожденной задачей назовем задачу

$$\begin{cases} \bar{x}(t) = A_1(t)\bar{x}(t) + B_1(t)\bar{x}(t-\tau) + C_1(t)\bar{y}(t) + D_1(t)\bar{y}(t-\tau) + E_1(t,\bar{u}) \\ \bar{y}(t) = -\overline{C_2^{\,1}}(t)\left[A_2(t)\bar{x}(t) + B_2(t)\bar{x}(t-\tau) + E_2(t,\bar{u})\right] \end{cases} \tag{5}$$

$$\bar{x} = \varphi(t) \ , \quad \bar{y} = \psi(t) \quad \text{при} \quad 0 \le t \le \tau \tag{6}$$

Будем предполагать, что размерность вектора управления при вырождении не уменьшается.

Задачу определения минимума функционала

$\bar{I}(u) = (\bar{c}, \bar{x}(T))$ (7)

Вместе с решениями системы (5), (6), при тех же допустимых управлениях назовем вырожденной задачей.

Пусть $u_\lambda(t)$ - оптимальное управление в возмущенной задаче, $\bar{u}(t)$ - оптимальное управление в вырожденной задаче. Тогда имеет место.

Теорема: Пусть выполняются условия В. $(x_\lambda(t), y_\lambda(t), u_\lambda(t))$ решение сингулярно возмущенной оптимальной задачи (1)-(4), а $(\bar{x}(t), \bar{y}(t), \bar{u}(t))$ решение вырожденной оптимальной задачи (5), (6), (3), (7) . Тогда

$$\lim_{\lambda\to 0}\left\|u_\lambda(t) - \overline{u(t)}\right\|_{L_1^n[\tau,T]} = 0 \qquad \lim_{\lambda\to 0}\left\|x_\lambda(t) - \bar{x}(t)\right\|_{C(R^m)[\tau,T]} = 0 \qquad \lim_{\lambda\to 0}\left\|y_\lambda(t) - \overline{y(t)}\right\|_{L_1^n[\tau,T]} = 0$$

Где $\|V\|_{L_1^n[\tau,T]} = \int_\tau^T |V|_{R^n} dt = \int_\tau^T \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \ldots\ldots + v_n^2}\, dt$

Литература

1. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. «Наука», М., 1973.

ОБ ОДНОЙ СТУПЕНЧАТОЙ ДИСКРЕТНОЙ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Насияти М.М.

Институт систем управления НАН Азербайджана, Азербайджан

nasiyati@mail.ru

В докладе рассматривается о минимуме функционала

$$S(u_1, u_2, u_3) = \sum_{i=1}^{3} \varphi_i(z_i(t_i, X)), \tag{1}$$

при ограничениях $u_i(t,x) \in U_i$, $t = t_{i-1}, t_{i-1}+1, \ldots, t_i$, $x = x_0, x_0+1, \ldots, X$, $i = \overline{1,3}$,

$$z_i(t+1, x+1) = C_i(t,x)z_i(t,x+1) + f_i(t, x, z_i(t,x), z_i(t+1,x), u_i(t,x)),$$
$$z_1(t_0, x) = \alpha_1(x), \quad x = x_0, x_0+1, \ldots, X,$$
$$z_1(t, x_0) = \beta_1(t), \ t = t_0, t_0+1, \ldots, t_1,$$
$$z_2(t_1, x) = z_1(t_1, x), \quad x = x_0, x_0+1, \ldots, X,$$
$$z_2(t, x_0) = \beta_2(t), \quad t = t_1, t_1+1, \ldots, t_2,$$
$$z_3(t_2, x) = z_2(t_2, x), \quad x = x_0, x_0+1, \ldots, X, \ z_3(t, x_0) = \beta_3(t), \quad t = t_2, t_2+1, \ldots, t_3.$$

Здесь U_i, $i=\overline{1,3}$ – заданные непустые, ограниченные и открытые множества, $u_i(t,x)$, $i=\overline{1,3}$ – r_i, $i=\overline{1,3}$ мерные дискретные управляющие функции, $C_i(t,x)$ – заданные n-мерные матриц-функции, $f_i(t,x,a_i,b_i,u_i)$, $i=\overline{1,3}$ – заданные n-мерные вектор-функции непрерывные по (a_i,b_i,u_i) вместе с частными производными по (a_i,b_i,u_i) до второго порядка включительно при всех (t,x), $\varphi_i(z_i)$ – заданные дважды непрерывно-дифференцируемые скалярные функции.

В рассматриваемой задаче установлены необходимые условия оптимальности первого и второго порядков.

Литература

1. Насияти М.М. Условия оптимальности в ступенчатых дискретных двухпараметрических задачах управления // Автореф. дисс. на соиск. уч. степени доктора философии по математике. Баку, 2015, 26 с.

О ПРЯМЫХ МЕТОДАХ АППРОКСИМАЦИИ ОПТИМАЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ

Панкратов И. А.

Саратовский национальный исследовательский государственный университет, Россия

Исследуется задача оптимального управления движением системы, описываемой линейным векторным обыкновенным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами. Управление – скалярная функция, на которую не наложены ограничения. Требуется перевести управляемую систему из заданного начального положения в заданное конечное. При этом необходимо минимизировать функционал, характеризующий затраты энергии на управление. Время окончания управляемого процесса фиксировано. С помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина [1] задача была сведена к краевой задаче с закреплённым правым концом траектории [2].

Традиционно для решения задач оптимального управления применяются метод Ньютона, метод градиентного спуска [3] и др. В общем случае отсутствуют формулы для нахождения неизвестных начальных значений сопряжённых переменных. Следует отметить также плохую сходимость начальных приближений для значений сопряжённых переменных к тем значениям, которые доставляют нули функциям невязок из-за постоянного попадания в их локальные минимумы, где ни метод Ньютона, ни метод градиентного спуска не дают хороших результатов. В настоящей работе предлагается искать приближённое решение рассматриваемой задачи оптимального управления в виде линейной комбинации базисных функций [4]. Подставляя разложения искомых функций в фазовые и сопряжённые уравнения, получим соответствующие невязки. Для того чтобы невязки были приблизительно равны нулю на рассматриваемом интервале времени, были применены метод Галеркина и метод поточечной коллокации. Получены системы линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов разложения искомых функций по базисным. Отметим, что рассмотренный в работе метод может применяться также при наличии ограничения на управление и для решения нелинейных задач. При этом нужно будет решать системы нелинейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов.

Приведены примеры применения рассмотренного метода для случаев, когда материальная точка движется прямолинейно под действием некоторой управляющей силы и линейной (или квадратичной относительно скорости) силы сопротивления движению. В качестве базисных функций были взяты полиномы и тригонометрические функции. Отметим, что погрешность метода поточечной коллокации несколько выше, чем у метода Галёркина.

В дальнейшем рассмотренный метод будет применён к решению задачи оптимальной переориентации орбиты космического аппарата [5, 6].

Литература

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 393 с.
2. Ройтенберг Я.Н. Автоматическое управление. М.: Наука, 1971. 396 с.
3. Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971. 424 с.
4. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. М.: Мир, 1986. 318 с.
5. Панкратов И.А., Сапунков Я.Г., Челноков Ю.Н. Об одной задаче оптимальной переориентации орбиты космического аппарата // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2012. Т. 12, вып. 3. С. 87-95.
6. Панкратов И.А., Сапунков Я.Г., Челноков Ю.Н. Решение задачи оптимальной переориентации орбиты космического аппарата с использованием кватернионных уравнений ориентации орбитальной системы координат // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2013. Т. 13, вып. 1, ч. 1. С. 84-92.

УЧЁТ ВТОРОЙ ПОПРАВКИ В УРАВНЕНИЯХ ОРИЕНТАЦИИ ОРБИТАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Панкратов И. А.

Саратовский национальный исследовательский государственный университет, Россия

Исследуется задача оптимальной переориентации орбиты космического аппарата (КА) с помощью реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты КА. Величина реактивного ускорения от тяги ограничена по модулю. В этом случае орбита КА в процессе управления движением центра масс КА не меняет своей формы и своих размеров, а поворачивается в пространстве под действием управления как неизменяемая (недеформируемая) фигура. Для построения оптимальных управлений движением центра масс КА использованы принцип максимума Л.С. Понтрягина [1] и кватернионное дифференциальное уравнение ориентации орбитальной системы координат [2]. Аналитическое решение этого уравнения в случае произвольного управления не найдено. Отметим, что задача интегрирования этого уравнения есть известная задача Дарбу [3]. Решение указанной задачи в замкнутой форме найдено лишь для некоторых частных случаев (см., например, работу [4]). Известно, что оптимальное управление, находимое из условия максимума функции Гамильтона-Понтрягина по управлению в случае минимизации функционала, являющегося взвешенной интегральной суммой затрат времени и характеристической скорости, или при решении задачи быстродействия сохраняет постоянное значение на смежных участках активного движения КА. Приближённое решение уравнений ориентации орбитальной системы координат для случая, когда орбита КА является околокруговой (отметим, что орбиты спутниковых группировок ГЛОНАСС и GPS близки к круговым), а управление – постоянным, было представлено в виде ряда [5] по степеням эксцентриситета орбиты КА (он является малым параметром). Относительно первого и второго кватернионных поправочных коэффициентов указанного ряда были получены обыкновенные дифференциальные уравнения, которые удалось решить аналитически с учётом того, что умножение кватернионов ассоциативно, но в общем случае некоммутативно [3].

Отметим, что полученное разложение, содержащее эксцентриситет орбиты КА в степени не выше второй, становится непригодным при больших значениях истинной аномалии из-за присутствия в нём секулярных слагаемых. Кроме того, нужно дополнительно исследовать поведение полученных разложений в случае, когда величина ускорения от тяги мала.

Приведены примеры расчётов, в которых результаты вычислений по предлагаемым аналитическим формулам сравниваются с результатами численного интегрирования исходных дифференциальных уравнений ориентации орбитальной системы координат методом Рунге-Кутта 4-го порядка точности.

Литература

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 393 с.
2. Челноков Ю.Н. Применение кватернионов в задачах оптимального управления движением центра масс космического аппарата в ньютоновском гравитационном поле. I // Космические исследования. 2001. Т. 39, вып. 5. С. 502-517.
3. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973. 320 с.
4. Молоденков А.В. К решению задачи Дарбу // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2007. № 2. С. 3-13.
5. Найфэ А. Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984. 535 с.

КВАТЕРНИОННЫЙ ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ РАСЧЁТА ПЕРЕЛЁТОВ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Панкратов И.А.

Саратовский национальный исследовательский государственный университет, Россия

Исследуется задача оптимальной переориентации круговой орбиты космического аппарата (КА) с помощью реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты КА. Величина реактивного ускорения от тяги (управления) ограничена по модулю. Известно, что в этом случае орбита КА в процессе управления движением центра масс КА не меняет своей формы и своих размеров, а поворачивается в пространстве под действием управления как неизменяемая (недеформируемая) фигура. Для описания движения центра масс КА использовано кватернионное дифференциальное уравнение ориентации орбитальной системы координат [1]. Минимизируются затраты времени или характеристической скорости. Оптимальное управление, находимое из условия максимума функции Гамильтона-Понтрягина [2], является кусочно-постоянным.

Отметим, что в этой задаче отсутствуют формулы для нахождения неизвестных начальных значений сопряжённых переменных. Необходимо отметить также плохую сходимость начальных приближений для значений сопряжённых переменных к тем значениям, которые доставляют нули функциям невязок из-за постоянного попадания в их локальные минимумы, где итерационные методы не дают хороших результатов. В работе предложен оригинальный генетический алгоритм [3] нахождения оптимальных траекторий движения КА. При этом число точек переключения управления считается заданным, а неизвестными величинами являются длительности участков активного движения КА. Известно, что при использовании генетического алгоритма необходимо много раз вычислять минимизируемую функцию (в её качестве выступает погрешность попадания КА в требуемое конечное положение). Если для определения конечного положения КА применять какие-либо из методов численного решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений [4], то для обеспечения приемлемой скорости работы алгоритма приходится довольствоваться малым количеством особей (пробных решений) в популяции. Ускорение работы алгоритма достигнуто за счёт использования известного аналитического решения фазового кватернионного уравнения в случае, когда орбита КА круговая, а управление постоянно [5]. Отметим, что применённый в работе алгоритм необходимо применять неоднократно для разных начальных популяций. При этом будет получено несколько решений, из которых необходимо выбрать то, которое соответствует переориентации орбиты с меньшим значением функционала качества.

Приведены примеры численного решения задачи для случая, когда отличие между начальной и конечной ориентациями орбиты КА по долготе восходящего узла, наклону, угловому расстоянию перицентра от узла составляет единицы градусов в угловой мере. При этом конечная ориентация орбиты КА соответствует ориентации орбиты одного из спутников орбитальной группировки ГЛОНАСС. Построены графики изменения компонент кватерниона ориентации орбитальной системы координат, отклонения текущего положения орбиты КА от требуемого, оптимального управления. Установлены особенности и закономерности процесса оптимальной переориентации орбиты КА.

В дальнейшем предполагается модифицировать описанный в статье генетический алгоритм так, чтобы оптимальное количество участков активного движения КА определялось в ходе решения задачи.

Литература

1. Челноков Ю.Н. Применение кватернионов в задачах оптимального управления движением центра масс космического аппарата в ньютоновском гравитационном поле. I // Космические исследования. 2001. Т. 39, вып 5. С. 502-517.
2. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 393 с.
3. Панченко Т.В. Генетические алгоритмы. Астрахань: Издательский дом «Астраханский университет», 2007. 87 с.
4. Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971. 424 с.
5. Панкратов И.А., Челноков Ю.Н. Аналитическое решение дифференциальных уравнений ориентации круговой орбиты космического аппарата // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2011. Т. 11, вып. 1. С. 84-89.

К НЕОБХОДИМЫМ УСЛОВИЯМ В ОДНОЙ НЕ СТАНДАРТНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ

Расулова Ш.М.

Институт систем управления НАН Азербайджана, Азербайджанский государственный педагогический университет, Азербайджан

В докладе рассматривается одна задача оптимального управления занимающее промежуточное состояние между задачами управления с сосредоточечными и с распределенными параметрами [1, 2]. Установлены ряд необходимых условий оптимальности.

Пусть требуется минимизировать функционал

$$S(u,v)=\varphi(y(X_1),y(X_2),\ldots,y(X_k))+\int_{x_0}^{x_1}G(x,z(T_1,x),z(T_2,x),\ldots,z(T_k,x))dx\,, \qquad (1)$$

при наличии ограничений

$$u(t)\in U\subset R^r,\quad t\in T=[t_0,t_1],$$

$$v(x)\in V\subset R^q,\quad x\in X=[x_0,x_1], \qquad (2)$$

$$z_t=f(t,x,z,u),\quad (t,x)\in D=[t_0,t_1]\times[x_0,x_1], \qquad (3)$$

$$z(t_0,x)=y(x),\qquad x\in X=[x_0,x_1], \qquad (4)$$

$$\dot{y}=g(x,y,v),\quad x\in X=[x_0,x_1], \qquad (5)$$

$$y(x_0)=y_0. \qquad (6)$$

Здесь $X_i\in(x_0,x_1]$, $i=\overline{1,k}$ $(x_0<X_1<X_2<\ldots<X_k\le x_1)$, $T_i\in(t_0,t_1]$, $i=\overline{1,k}$ $(t_0<T_1<T_2<\ldots<T_k\le t_1)$ – заданные числа, $\varphi(a_1,a_2,\ldots,a_k)$, $G(x,b_1,b_2,\ldots,b_k)$ – заданная дважды непрерывно дифференцируемая по $(a_1,a_2,\ldots,a_k)$, $(b_1,b_2,\ldots,b_k)$ соответственно до второго порядка включительно, y_0 – заданный постоянный вектор, U и V – заданные непустые и ограниченные множества, $u(t)$ $(v(x))$ – r (q)-мерный кусочно-непрерывный (с конечным числом точек разрыва первого рода) вектор управляющих воздействий, t_0, t_1, x_0, x_1 $(t_0<t_1,\ x_0<x_1)$ – заданы, $f(t,x,z,u)$ $(g(x,y,v))$ – заданная n-мерная вектор-функция непрерывная по совокупности пременных вместе с частными производными по z (y) до второго порядка включительно.

В рассматриваемой задаче сначала установлен аналог принципа максимума Понтрягина, а затем изучен случай вырождения условия максимума Понтрягина (особый случай [3, 4]).

Литература

1. Москаленко А.И. Об одной задаче оптимального регулирования // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 1969, № 1, с. 68-95.
2. Москаленко А.И. Некоторые вопросы теории оптимального управления // Автореф. дисс. на соиск. уч. степени канд. физ.-мат. наук. Томск, 1971, 20 с.
3. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Особые оптимальные управления. М. Наука. 1973, 256 с.
4. Мансимов К.Б. Особые управления в системах с запаздыванием. Баку. ЭЛМ. 1999, 176 с.

ЛИНЕАРИЗОВАННОЕ НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ ОПИСЫВАЕМОЙ СИСТЕМОЙ ГУРСА-ДАРБУ

Сулейманова Ш.Ш., Мансимов К.Б.

Институт систем управления НАН Азербайджана, Азербайджанский государственный педагогический университет, Азербайджан

kamilbmansimov@gmail.com

В докладе рассматривается задача о минимуме функционала

$$S(u,v)=\varphi_1(z(t_1,X))+\varphi_2(y(t_2,X)), \tag{1}$$

при ограничениях

$$u(t,x)\in U\subset R^r,\quad (t,x)\in D_1=[t_0,t_1]\times[x_0,X],$$

$$v(t,x)\in V\subset R^q,\quad (t,x)\in D_2=[t_1,t_2]\times[x_0,X], \tag{2}$$

$$z_{tx}=f(t,x,z,z_t,z_x,u),\quad (t,x)\in D_1, \tag{3}$$

$$\begin{aligned} &z(t_0,x)=\alpha(x),\quad x\in[x_0,X],\\ &z(t,x_0)=\beta_1(t),\quad t\in[t_0,t_1], \end{aligned} \tag{4}$$

$$\alpha(x_0)=\beta_1(t_0),$$

$$y_{tx}=g(t,x,y,y_t,y_x,v),\quad (t,x)\in D_2, \tag{5}$$

$$\begin{aligned} &y(t_1,x)=G(z(t_1,x)),\quad x\in[x_0,X],\\ &y(t,x_0)=\beta_2(t),\quad t\in[t_1,t_2], \end{aligned} \tag{6}$$

$$G(z(t_1,x_0))=\beta_2(t_1).$$

Здесь U и V – заданные непустые, ограниченные и выпуклые множества, $f(t,x,z,z_t,z_x,u)$ $(g(t,x,y,y_t,y_x,v))$ – заданная n (m)-мерная вектор-функция непрерывная $D_1\times R^{3n}\times R^r$ $(D_1\times R^{3m}\times R^q)$ вместе с частными производными по (z,z_t,z_x,u) $((y,y_t,y_x,v))$, $\alpha(x)$, $\beta_i(t)$, $i=1,2$ – заданные абсолютно непрерывные вектор-функции соответствующих размерностей, t_0, t_1, t_2, x_0, X – заданы $(t_0<t_1<t_2;\ x_0<X)$, $G(z)$ – заданная m-мерная вектор-функция непрерывная в R^r вместе с частными производными по z, $u(t,x)$ $(v(t,x))$ – r (q)-мерный измеримый и ограниченный вектор управляющих воздействий.

Пару $(u^o(t),v^o(t))$ с вышеперечисленными свойствами назовем допустимым управлением.

Допустимое управление, доставляющее минимум функционалу (1) при ограничениях (2)-(6) назовем оптимальным управлением.

В докладе, используя модификацию метода приращений, предложенный в [1] и развитый в работах [2-6] и др. доказано линеаризованное необходимое условие оптимальности и при помощи методики из [7] исследован квазиособый случай [7, 8].

Литература

1. Розоноэр Л.И. Принцип максимума Л.С. Понтрягина в теории оптимальных систем I-III // Автоматика и телемеханика. 1959, № 10-12.
2. Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач. М. Наука. 1981, 400 с.
3. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Принцип максимума в теории оптимального управления. Минск. Наука и техника, 1974, 272 с.
4. Егоров А.И. Оптимальные процессы в системах с распределенными параметрами и некоторые задачи инвариантности // Изв. АН СССР. Сер. математика. 1965, т. 29, № 6, с. 1205-1260.
5. Ахиев С.С., Ахмедов К.Т. Необходимые условия оптимальности для некоторых задач теории оптимального управления // Докл. АН Азерб. ССР. 1972, № 5, с. 12-16.
6. Плотников В.И., Сумин В.И. Оптимизация объектов с распределенными параметрами, описываемые системами Гурса-Дарбу // Журн. Вычисл. мат. и мат. физики. 1972, № 1, с. 61-67.
7. Мансимов К.Б., Марданов М.Дж. Качественная теория оптимального управления системами Гурса-Дарбу. Баку. ЭЛМ. 2010, 360 с.
8. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Особые оптимальные управления. М. Наука. 1973, 256 с.

ЗАДАЧА НА МИНИМАКС В ОДНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМАМИ ГУРСА-ДАРБУ

Сулейманова В. А.

Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

vusala85@yahoo.com

В докладе рассматривается задача о минимуме функционала

$$S(u) = \max_{y \in Y} \varphi(b(t_1), y), \tag{1}$$

при ограничениях

$$u(t) \in U \subset R^r, \quad t \in [t_0, t_1], \tag{2}$$

$$z_{tx} = B(t,x) z_t + f(t,x,z,z_x), \quad (t,x) \in D = [t_0,t_1] \times [x_0,x_1], \tag{3}$$

$$\begin{gathered} z(t_0,x) = a(x), \qquad x \in [x_0,x_1], \\ z(t,x_0) = b(t), \qquad t \in [t_0,t_1], \end{gathered} \tag{4}$$

$$\begin{gathered} \dot{b} = g(t,b,u), \quad t \in [t_0,t_1], \\ b(t_0) = b_0 . \end{gathered} \tag{5}$$

Здесь $B(t,x)$ – заданная измеримая и ограниченная $(n \times n)$ – матричная функция, $f(t,x,z,z_x)$ – заданная n-мерная вектор-функция непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по (z,z_x), $a(x)$ – заданная абсолютно непрерывная n-мерная вектор-функция, U – заданное непустое и ограниченное множество, t_0, t_1, x_0, x_1 $(t_0 < t_1,\ x_0 < x_1)$ – заданы, b_0 – заданный постоянный вектор, $g(t,b,u)$ – заданная n-мерная вектор-функция непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по b, $Y \subset R^m$ – заданное непустое и ограниченное множество m-мерных векторов y, $\varphi(b,y)$ – заданная скалярная функция непрерывная по совокупности переменных вместе с $\varphi_b(b,y)$, $u(t)$ – r-мерная измеримая и ограниченная вектор-функция управляющих воздействий (допустимое управление).

Допустимое управление $u(t)$ доставляющее минимум функционалу (1) при ограничениях (2)-(5) назовем оптимальным управлением.

С помощью явной линеаризации исходной системы доказано необходимое условие оптимальности в форме принципа максимина [1-4].

Литература

1. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Принцип максимума в теории оптимального управления. Минск. Наука и техника, 1974, 272 с.
2. Альсевич В.В. Необходимые условия оптимальности для минимаксиных задач оптимизации // Дифференц. уравнения. 1976, № 8, с. 1384-1391.
3. Демьянов В.Ф., Рубинов А.М. Основы негладкого анализа и квазидифференциального исчисления. М. Наука. 1990, 432 с.
4. Мансимов К.Б., Марданов М.Дж. Качественная теория оптимального управления системами Гурса-Дарбу. Баку. ЭЛМ. 2010, 360 с.

К МЕТОДАМ ПРИБЛИЖЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ ЗНАЧЕНИЙ РАДИКАЛОВ

Талыбова А. Н.

Сумгайытский государственный технический колледж, Азербайджан

Albina.sumqait@mail.ru

Вычисление значений радикалов имеет важное значение при решении прикладных задач. Кроме того, вычисление радикалов может быть использовано в вычислительной практике при подготовке учителей математики и информатики. Нами были рассмотрены возможности применения одной из основных теорем дифференциального исчисления (теорема Лагранжа) для вычисления приближенных значений функций $[1]$. Особенно это важно для тех функций, аналитическое задание которых не содержит вычислительных операций ($\ln x, a^x, arctgx$ и т.п.). При определенных условиях теорема Лагранжа позволяет устранить этот пробел.

Если функция $f(x)$ удовлетворяет условиям теоремы Лагранжа на промежутке $[a,b]$, то она будет удовлетворять этим условиям на любом элементарном промежутке $[x_i, x_{i+1}] \subset [a,b] : [x_0, x_1] \cup [x_1, x_2] \cup \ldots \cup [x_{n-1}, x_n] = [a,b]$, где $x_0 = a, x_n = b$.

Следовательно, для $\forall x \in [x_i, x_{i+1}]$ имеет место приближенное равенство

$$f(x) \cong f(x_i) + f'(\bar{x}_i)(x_{i+1} - x_i) \qquad (1)$$

где $f'(\bar{x}_i) = \dfrac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i}, \bar{x}_i \in]x_i, x_{i+1}[$.

Вычисление по формуле (1) можно сделать достаточно простым, если соответствующим образом подобрать узлы и шаг интерполирования. Для вычисления радикалов $\sqrt[k]{x}$ вычислительная схема, полученная при помощь формулы (1) имеет вид:

$$\sqrt[k]{x} \cong \left[\sqrt[k]{x_{n-1}} + \frac{\left(\frac{1}{h}\right)^k}{n^k - (n-1)^k} (x - x_{n-1}) \right], \qquad (2)$$

где $x_{n-1} = (n-1)^k h^k$; $x \in \left[(n-1)^k h^k ; n^k h^k\right]$; h – шаг интерполирования: $n = E\left[\frac{1}{h}\sqrt[k]{x}\right] + 1$.

Путем несложных преобразований формула (2) представима в виде (3).

$$\sqrt[k]{x} \cong h\left[(n-1) + \frac{1}{n^k - (n-1)^k}\left(\frac{x}{h^k} - (n-1)^k\right)\right]. \qquad (3)$$

Рассмотрим два случая:

1. При $h = 0{,}1$ получаем формулу (3) в виде

$$\sqrt[k]{x} \cong 0{,}1\left[(n-1)+\frac{1}{n^k-(n-1)^k}\left(10^k x-(n-1)^k\right)\right]. \qquad (4)$$

где $n = E\left[10\sqrt[k]{x}\right]+1;\ x \in \left[(n-1)^k 0{,}1^k; n^k 0{,}1^k\right]$.

2. При $h = 0{,}2$ формула (3) приобретает вид (5)

$$\sqrt[k]{x} \cong 0{,}2\left[(n-1)+\frac{1}{n^k-(n-1)^k}\left(5^k x-(n-1)^k\right)\right], \qquad (5)$$

где $n = E\left[5\sqrt[k]{x}\right]+1;\ x \in \left[(n-1)^k 0{,}2^k; n^k 0{,}2^k\right]$.

Формулы вычисления $\sqrt[k]{x}$ имеют наиболее простой вид когда $k = 2$. Например, если взять $h = 0{,}1$, то получаем формулу

$$\sqrt{x} \cong \left[\sqrt{x_{n-1}}+\frac{10}{2n-1}(x-x_{n-1})\right], \qquad (6)$$

где $n = E\left[10\sqrt{x}\right]+1;\ x \in \left[\left(\frac{n-1}{10}\right)^2; \left(\frac{n}{10}\right)^2\right]$.

НОВАЯ МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ПИТЕРСОНА-ГОРЕНСТЕЙНА-ЦИРЛЕРА ДЛЯ НЕДВОИЧНЫХ КОДОВ БОУЗА-ЧОУДХУРИ-ХОКВИНГЕМА

Фейзиев Ф. Г., Мехтиева М. Р., Рамазанова Л. М.
Сумгаитский государственный университет, Бакинский государственный университет, Азербайджан
FeyziyevFG@mail.ru

Пусть m — заданное натуральные число, $q-$простое число ($q > 2$), α — примитивный элемент поля $GF(q^m)$. Рассматривается $q-$ичных код Боуза-Чоудхури-Хоквингема (БЧХ), исправляющий максимум ℓ ошибок, который является кодом длины $n = q^m - 1$ с порождающим многочленом $g(x)$. Пусть $k = n - \deg\, g(x)$ и $i = (i_0, i_1, ..., i_{k-1})$ есть k - мерный произвольный информационный вектор над полем $GF(q)$.

Пусть по каналу связи передан многочлен $c(x)$, на другом конце принят многочлен $\upsilon(x) = \upsilon_{n-1}x^{n-1} + ... + \upsilon_1 x + \upsilon_0$, а $e(x) = e_{n-1}x^{n-1} + ... + e_1 x + e_0$ есть многочлен ошибок; произошло ν ошибок, где $0 \le \nu \le \ell$, и этим ошибкам соответствуют неизвестные позиции $p_1, p_2, ..., p_\nu$. Тогда $e(x) = e_{p_1}x^{p_1} + e_{p_2}x^{p_2} + \ldots + e_{p_\nu}x^{p_\nu}$, где e_{p_β} есть величина β-й ошибки, $\beta = \overline{1,\nu}$. Число ν, показатели степеней (номера индексов) $p_1, p_2, ..., p_\nu$ и $e_{p_1}, ..., e_{p_\nu}$ величины соответственно 1-й, …, ν-й ошибки неизвестны. Для исправления ошибок необходимо найти эти неизвестные, а для нахождения их используются компоненты синдрома $S_1, ..., S_{2\ell}$, где

$$S_\beta = \upsilon(\alpha^\beta) = c(\alpha^\beta) + e(\alpha^\beta) = e(\alpha^\beta) = e_{p_1}(\alpha^{p_1})^\beta + e_{p_2}(\alpha^{p_2})^\beta + \ldots + e_{p_\nu}(\alpha^{p_\nu})^\beta,\ \beta = 1, \ldots, 2\ell \qquad (1)$$

Используя $Y_\xi = e_{p_\xi}$ (значение ошибок) и $X_\xi = \alpha^{p_\xi}$ (локаторы ошибок), $\xi = 1, \ldots, \nu$, из (1) получается система нелинейных уравнений:

$$Y_1 X_1^\beta + Y_2 X_2^\beta + \ldots + Y_\nu X_\nu^\beta = S_\beta, \qquad \beta = 1, \ldots, 2\ell. \qquad (2)$$

В методе Питерсона-Горенстейна-Цирлера (ПГЦ) для решения систем уравнений (2) используется многочлен локаторов ошибок $\Lambda(x) = \Lambda_\nu x^\nu + ... + \Lambda_1 x + 1$, корнями которого являются X_ξ^{-1},

$\xi = 1,\ldots,\nu$. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), связывающая компоненты синдрома с коэффициентами многочлена $\Lambda(x)$ имеет следующий матричный вид:

$$A \cdot col(\Lambda_\nu, \Lambda_{\nu-1}, ..., \Lambda_1) = col(-S_{\nu+1}, -S_{\nu+2}, ..., -S_{2\nu}). \qquad (3)$$

Здесь $A = (a_{\rho,\beta}), \rho = \overline{1,\nu}, \ \beta = \overline{1,\nu}$, где $a_{\rho,\beta} = S_{\rho\text{-}1+\beta}$. Если матрица A невырожденная, то эта система имеет единственное решение относительно $\Lambda_1, \Lambda_2, ..., \Lambda_\nu$.

В докладе, в отличие от метода ПГЦ, нахождение числа ошибок осуществляется непосредственно на основе следующей теоремы:

Теорем 1. Пусть $M = (a_{\rho,\beta}), \ \rho,\beta = \overline{1,\ell}$, где $a_{\rho,\beta} = S_{\rho\text{-}1+\beta}$. Пусть матрица M с помощью элементарных операций над строками приводится к следующему виду:

$$\overline{M} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \ \ldots \ d_{1k} & d_{1,k+1} \ \ldots \ d_{1\ell} \\ 0 & d_{22} \ \ldots \ d_{2k} & d_{2,k+1} \ \ldots \ d_{2\ell} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & \\ 0 & 0 \ \ldots \ d_{kk} & d_{k,k+1} \ldots \ d_{k\ell} \\ 0 & 0 \ \ldots \ 0 & d_{k+1,k+1} \ldots d_{k+1,\ell} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & \\ 0 & 0 \ \ldots \ 0 & d_{\ell,k+1} \ldots \ d_{\ell\ell} \end{pmatrix},$$

где $d_{ii} \neq 0$, $i = \overline{1,k}$, и вектор-столбец $d = col(d_{k+1,k+1}, ..., d_{\ell,k+1})$ суть нулевой вектор-столбец. Тогда при передаче информации число произошедших ошибок суть k.

Теорем 2. Пусть при передаче информации число произошедших ошибок есть ν и СЛАУ (3) имеет следующий треугольный вид $\overline{A} \cdot col(\Lambda_\nu, \Lambda_{\nu-1}, ..., \Lambda_1) = \overline{b}$, где

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \ldots & d_{1\nu} \\ 0 & d_{22} & d_{23} \ldots & d_{2\nu} \\ \ldots\ldots\ldots & & & \\ 0 & 0 & 0 \ \ldots & d_{\nu\nu} \end{pmatrix}, \quad \overline{b} = col(\vartheta_1, ..., \vartheta_\nu).$$

Тогда решение СЛАУ (3) относительно $\Lambda_1, \Lambda_2, ..., \Lambda_\nu$ можно определить следующими рекуррентными соотношениями:

$$\Lambda_1 = (d_{\nu\nu})^{-1} \cdot \vartheta_\nu, \quad \Lambda_\rho = (d_{\nu-\rho+1,\nu-\rho+1})^{-1} \left\{ \vartheta_{\nu-\rho+1} + \sum_{\sigma=1}^{\rho-1} d_{\nu-\rho+1,\nu-\rho+1+\sigma} \Lambda_{\rho-\sigma} \right\}, \ \rho = 2,3,\ldots,\nu.$$

После определения $\Lambda_1, \Lambda_2, ..., \Lambda_\nu$ находятся $x_1, x_2, ..., x_\nu$ - корни многочлена $\Lambda(x)$, а затем по формуле $X_\xi = x_\xi^{-1}, \quad \xi = 1,\ldots,\nu$, вычисляются локаторы ошибок $X_1, X_2, ..., X_\nu$.

Теорема 3. Если число ошибок ν и локаторы ошибок $X_1, ..., X_\nu$ известны, тогда неизвестные значения ошибок $Y_1, ..., Y_\nu$ могут быть найдены из нелинейный алгебраических уравнений (2) по следующим рекуррентным соотношениям:

$$Y_\nu = \left(B_\nu^{(\nu-1)} X_\nu\right)^{-1} S_\nu^{(\nu-1)}, \qquad Y_\beta = \left(B_\beta^{(\beta-1)} X_\beta\right)^{-1} \left[S_\beta^{(\beta-1)} - \sum_{\sigma=\beta+1}^{\nu} B_\sigma^{(\beta-1)} X_\sigma Y_\sigma \right],$$

$$\beta = \nu-1, \nu-2, ..., 1,$$

где $B_i^{(0)} = 1, \quad S_i^{(0)} = S_i, \ i = 1,\ldots,\nu, \quad B_i^{(\beta)} = B_i^{(\beta-1)}(X_i - X_\beta), \quad S_i^{(\beta)} = S_i^{(\beta-1)} - X_\beta S_{i-1}^{(\beta-1)},$ $i = \beta+1, ..., \nu, \quad \beta = 1, ..., \nu-1.$

После нахождения значений ошибок $Y_1, ..., Y_\nu$, по следующей формуле исправляются ошибки: $\upsilon_{p_\ell} := \upsilon_{p_\ell} - Y_\ell, \ \ell = 1,\ldots,\nu, GF(q)$.

В докладе также предлагается подробный алгоритм модификации метода РГЦ.

Литература

1.Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. М.: Мир, 1986, 576 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ДВОИЧНЫХ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МНОГОМЕРНЫХ МОДУЛЯРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Фейзиев Ф. Г., Мехтиева М. Р., Гусейнова А. Д.
Сумгаитский государственный университет, Бакинский государственный университет, Азербайджан
FeyziyevFG@mail.ru

Рассматривается следующая многомерная двухпараметрическая модулярная динамическая система ($2D$-ММДС) [1] с памятью n_0 и ограниченной связью $P=\{p(1),..., p(r_0)\}$:

$$y[n,c]=G\{u[\tau,c+p(i)]\,|\,n-n_0\le\tau\le n,\ i=\overline{1,r_0}\},\ GF(2). \tag{1}$$

Здесь $n\in Z_0$, $c\in Z$, где Z и Z_0 есть множество целых и неотрицательно целых чисел соответственно; $y[n,c]\in GF^k(2)$ и $u[n,c]\in GF^r(2)$ есть выходная и входная последовательности $2D$–ММДС; $G\{\ldots\}=(G_1\{\ldots\}, G_2\{\ldots\},\ldots,G_k\{\ldots\})^T$. Пусть $i\in\{0,..., (n_0+1)r\cdot r_0\}$,

$$\Phi(i)=\{\overline{m}=(m_{1,1},\ldots,m_{1,r_0},\ldots,m_{r,r_0})\,|\,m_{j,\sigma}\in\{0,\ldots,n_0+1\},\ j=\overline{1,r},\ \sigma=\overline{1,r_0},\ \sum_{j=1}^{r}\sum_{\sigma=1}^{r_0}m_{j,\sigma}=i\}, \tag{2}$$

$$Q(i,\overline{m})=\{\ell\,|\,\ell\in\{1,..., r\}\text{ и }\sum_{\sigma=1}^{r_0}m_{\ell,\sigma}\ne0\},\quad Q_1(i,\overline{m},j)=\{\sigma_j\,|\,\sigma_j\in\{1,\ldots,r_0\}\text{ и }m_{j,\sigma_j}\ne0\}, \tag{3}$$

$$\Gamma_1(m_{j,\sigma_j})=\{\overline{\tau}_{j,\sigma_j}=(\tau(j,\sigma_j,1),\ldots,\tau(j,\sigma_j,m_{j,\sigma_j}))\,|\,0\le\tau(j,\sigma_j,1)<\ldots<\tau(j,\sigma_j,m_{j,\sigma_j})\le n_0\}. \tag{4}$$

$$\Gamma(i,\overline{m})=\prod_{j\in Q(i,\overline{m})}\ \prod_{\sigma_j\in Q_1(i,\overline{m},j)}\Gamma_1(m_{j,\sigma_j}). \tag{5}$$

Теорема 1. Пусть имеют место соотношения (2)-(5). Тогда полная реакция $3D$- ММДС (1), может быть представлена в виде следующего двузначного аналога полинома Вольтерры:

$$y_\nu[n,c]=\sum_{i=0}^{(n_0+1)r\cdot r_0}\ \sum_{\overline{m}\in\Phi(i)}\ \sum_{\overline{\overline{\tau}}\in\Gamma(i,\overline{m})}K_{i,\nu,\overline{m}}[\overline{\overline{\tau}}]\prod_{j\in Q(i,\overline{m})}\ \prod_{\sigma_j\in Q_1(i,\overline{m},j)}\ \prod_{\xi_{j,\sigma_j}=1}^{m_{j,\sigma_j}}u_j[n-\tau(j,\sigma_j,\xi_{j,\sigma_j}),c+p(\sigma_j)], \tag{6}$$
$$GF(2),\ \nu=1,\ldots,k.$$

При $i=0$ набор $\overline{m}\in\Phi(i)$ суть набор нулевых значений и поэтому $K_{0,\nu,\overline{m}}[\overline{n}_2]=K_{0,\nu}$.

Для нахождения коэффициентов полинома (6) при известных значениях входной и выходной последовательности, $y_\nu[n,c]$ представляется в виде:

$$y_\nu[n,c]=f_\nu(u_1[n-0,c+p(1)],..., u_1[n-n_0,c+p(1)],..., u_r[n-n_0,c+p(r_0)])\,.$$

Тогда $K_{0,\nu}=f_\nu(0,...,0,...,0,...,0)$, $K_{1,\nu,((1_{j,\sigma}))}[((\tau))]=K_{0,\nu}+f_\nu(x(j,\sigma,\tau)=1),GF(2),\nu=1,\ldots,k$. Здесь $((1_{j,\sigma}))$ – элемент $\overline{m}\in\Phi(1)$, в котором $m_{j,\sigma}=1$, а остальные компоненты этого элемента суть 0; $f_\nu(u_j[n-\tau,c+p(\sigma)]=1)$ – значение функции $f_\nu(...)$, в котором $u_j[n-\tau,c+p(\sigma)]=1$, а остальные переменные из множества U принимают значения 0, где

$$U=\{u[\xi,c+p(i)]\,|\,n-n_0\le\xi\le n,\ i=\overline{1,r_0}\}.$$

Теорема 2. Пусть: 1^0. $K_{i,\nu,\overline{m}}[\overline{\overline{\tau}}]$ – произвольный коэффициент полинома (6), где $\overline{\overline{\tau}}\in\Gamma(i,\overline{m})$, $\overline{m}\in\Phi(i)$, $\nu\in\{1,\ldots,k\}$ и $i\in\{0,..., (n_0+1)r\cdot r_0\}$;

2^0. $\overline{m}\in\Phi(i)$, где $i\in\{3,\ldots,(n_0+1)r|P|\}$;

3^0. ненулевые элементы набора $\overline{m}$ есть m_{j,σ_j}, где $\sigma_j\in Q_1(i,\overline{m},j)$, $j\in Q(i,\overline{m})$;

4^0. $Q(i,\overline{m})=\{j_1,..., j_g\}$, $Q_1(i,\overline{m},j_\lambda)=\{\sigma_{\lambda,1},..., \sigma_{\lambda,\theta_\lambda}\}$, где $j_\lambda=\overline{1,r}$, $\sigma_{\lambda,\alpha}=\overline{1,|P|}$, $\alpha=\overline{1,\theta_\lambda}$, $\lambda=\overline{1,g}$;

5^0. Множества $\Gamma_1(m_{j_\lambda,\sigma_{\lambda,\alpha}})$, $\alpha=\overline{1,\theta_\lambda}$, $\lambda=\overline{1,g}$, есть следующие множества

$$\Gamma_1(m_{j_\lambda,\sigma_{\lambda,\alpha}}) = \{\bar\tau(j_\lambda,\sigma_{\lambda,\alpha}) = (\tau(j_\lambda,\sigma_{\lambda,\alpha},1),\ldots,\tau(j_\lambda,\sigma_{\lambda,\alpha},m_{j_\lambda,\sigma_{\lambda,\alpha}}))\big|0 \le \tau(j_\lambda,\sigma_{\lambda,\alpha},1) < \ldots$$
$$\ldots < \tau(j_\lambda,\sigma_{\lambda,\alpha},m_{j_\lambda,\sigma_{\lambda,\alpha}}) \le n_0\};$$

6^0 . $\ell_{\lambda,\alpha} = m_{j_\lambda,\sigma_{\lambda,\alpha}}$, $\alpha = \overline{1,\theta_\lambda}$, $\lambda = \overline{1,g}$;

7^0 . $u_{j_\lambda}[n-\tau(\lambda,\alpha,\xi), c+p(\sigma_{\lambda,\alpha})] \in X$ и $u_{j_\lambda}[n-\tau(\lambda,\alpha,\xi), c+p(\sigma_{\lambda,\alpha})] = 1$, $\xi = \overline{1,\ell_{\lambda,\alpha}}$, $\alpha = \overline{1,\theta_\lambda}$, $\lambda = \overline{1,g}$, где $\theta_\lambda \le r$, $\ell_{\lambda,\alpha} \le n_0+1$, $g \le k$, $j_\lambda \in \{1,\ldots,r\}$, $\sigma_{\lambda,\alpha} \in \{1,\ldots,|P|\}$, $\tau(\lambda,\alpha,\xi) \in \{0,\ldots,n_0\}$, а остальные переменные из множества X принимают значения 0 и при этом значение функции $f_\nu(\ldots)$ обозначено через

$$f_\nu(u_{j_\lambda}[n-\tau(\lambda,\alpha,\xi),c+p(\sigma_{\lambda,\alpha})] = 1\big|\xi = \overline{1,\ell_{\lambda,\alpha}}, \alpha = \overline{1,\theta_\lambda}, \ \lambda = \overline{1,g}).$$

Тогда

$$K_{i,\nu,\bar m}[\bar{\bar\tau}] = f_\nu(u_{j_\lambda}[n-\tau(\lambda,\alpha,\xi),c+p(\sigma_{\lambda,\alpha})] = 1\big|\xi = \overline{1,\ell_{\lambda,\alpha}}, \alpha = \overline{1,\theta_\lambda}, \ \lambda = \overline{1,g}) +$$
$$+\sum_{\eta=0}^{i-1} \ \sum_{(\mu,\bar b,\bar{\bar\beta},\bar{\bar\rho}) \in F_2(\eta,g,\bar\theta,\bar{\bar\ell})} \ \sum_{\bar{\bar\pi} \in \Omega_{\mu,\bar b,\bar{\bar\beta},\bar{\bar\rho}}(\bar{\bar\ell})} K_{\eta,\nu,((*))}[(**)], GF(2), \nu = 1,\ldots,k. \tag{9}$$

Здесь

$$((*)) = ((\beta_{\chi_1,\sigma_{\rho_{\chi_1,1}}},\ldots,\beta_{\chi_1,\sigma_{\rho_{\chi_1,b_{\chi_1}}}}),\ldots,(\beta_{\chi_\mu,\sigma_{\rho_{\chi_\mu,1}}},\ldots,\beta_{\chi_\mu,\sigma_{\rho_{\chi_\mu,b_{\chi_\mu}}}})),$$

$$((**)) = ((\tau(\chi_1,\rho_{\chi_1,1},\pi_{\chi_1,\rho_{\chi_1,1}}),\ldots,\tau(\chi_1,\rho_{\chi_1,1},\pi_{\chi_1,\rho_{\chi_1,1},\beta_{\chi_1,\rho_{\chi_1,1}}})),\ldots,(\tau(\chi_1,\rho_{\chi_1,\eta_{\chi_1}},\pi_{\chi_1,\rho_{\chi_1,b_{\chi_1}},1}),\ldots$$
$$\ldots,\tau(\chi_1,\rho_{\chi_1,b_{\chi_1}},\pi_{\chi_1,\rho_{\chi_1,\alpha},\beta_{\chi_1,\rho_{\chi_1,\eta_{\chi_1}}}})),\ldots,(\tau(\chi_\mu,\rho_{\chi_\mu,b_{\chi_\mu}},\pi_{\chi_\mu,\rho_{\chi_\mu,b_{\chi_\mu}},1}),\ldots,\tau(\chi_\mu,\rho_{\chi_\mu,b_{\chi_\mu}},\pi_{\chi_\mu,\rho_{\chi_\mu,b_{\chi_\mu}},\beta_{\chi_\mu,\rho_{\chi_\mu,b_{\chi_\mu}}}}))),$$

где $((*))$ есть элемент $\bar m \in \Phi(\eta)$, в котором $m_{\chi_\upsilon,\sigma_{\rho_{\chi_\upsilon,\alpha}}} = \beta_{\chi_\upsilon,\sigma_{\rho_{\chi_\upsilon,\alpha}}}$, $\alpha = 1,\ldots,b_{\chi_\upsilon}$, $\upsilon = 1,\ldots,\mu$, а остальные компоненты этого элемента суть 0 и

$$F_2(\eta,g,\bar\theta,\bar{\bar\ell}) = \{(\mu,\bar b,\bar{\bar\beta},\bar{\bar\rho})\big|1 \le \mu \le g, \ \bar b = (b_{\chi_1},\ldots,b_{\chi_\mu}), \ 1 \le b_{\chi_\upsilon} \le \theta_{\chi_\upsilon}, \upsilon = \overline{1,\mu},$$
$$\bar\chi = (\chi_1,\ldots,\chi_\mu) \in V_\mu(g), \quad \bar{\bar\beta} = (\bar\beta_{\chi_1},\ldots,\bar\beta_{\chi_\mu}), \ \bar\beta_{\chi_\upsilon} = (\beta_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,1}},\ldots,\beta_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,b_{\chi_\upsilon}}}), 1 \le \beta_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,\alpha}} \le \ell_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,\alpha}},$$
$$\alpha = \overline{1,\eta_{\chi_\upsilon}}, \ \bar{\bar\rho} = (\bar\rho_{\chi_1},\ldots,\bar\rho_{\chi_\mu}), \ \bar\rho_{\chi_\upsilon} = (\rho_{\chi_\upsilon,1},\ldots,\rho_{\chi_\upsilon,b_{\chi_\upsilon}}) \in N_{b_{\chi_\upsilon}}(\theta_{\chi_\upsilon}), \quad \upsilon = \overline{1,\mu}, \ \sum_{\upsilon=1}^{\mu}\sum_{\alpha=1}^{b_{\chi_\upsilon}} \beta_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,\alpha}} = \eta\},$$

$$\Omega_{\mu,\bar b,\bar{\bar\beta},\bar{\bar\rho}}(\bar{\bar\ell}) = \prod_{\upsilon=1}^{\mu}\prod_{\alpha}^{b_{\chi_\upsilon}} \Omega_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,\alpha}}(\ell_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,\alpha}}), \quad V_\mu(g) = \{\bar\chi = (\chi_1,\ldots,\chi_\mu)\big|1 \le \chi_1 < \ldots < \chi_\mu \le g\},$$

$$N_{b_{\chi_\upsilon}}(\theta_{\chi_\upsilon}) = \{\bar\rho_{\chi_\upsilon} = (\rho_{\chi_\upsilon,1},\ldots,\rho_{\chi_\upsilon,b_{\chi_\upsilon}})\big|1 \le \rho_{\chi_\upsilon,1} < \ldots < \rho_{\chi_\upsilon,b_{\chi_\upsilon}} \le \theta_{\chi_\upsilon}\},$$

$$\Omega_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,\alpha}}(\ell_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,\alpha}}) = \{\bar\pi_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,\alpha}} = (\pi_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,\alpha},1},\ldots,\pi_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,\alpha},\beta_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,\alpha}}})\big|1 \le \pi_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,\alpha},1} < \ldots$$
$$\ldots < \pi_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,\alpha},\beta_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,\alpha}}} \le \ell_{\chi_\upsilon,\rho_{\chi_\upsilon,\alpha}}\}.$$

Литература

1. Фейзиев Ф.Г., Фараджева М.Р. Модулярные последовательностные машины: Основные результаты по теории и приложению. Баку, Изд-во «Элм», 2006. - 234 с.

МЕТОД ПРОГОНКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ С ТРЕХТОЧЕЧНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

Фараджева Ш.А., Велиева Н.И., Муталлимов М.М.
Институт прикладной математики, БГУ, Азербайджан
nailavi@rambler.ru, mutallim@mail.ru

Пусть движение объекта описывается управляемой нестационарной системой линейных дифференциальных уравнений на интервалах $[0,\tau)$, $(\tau,T]$.

$$\dot{x} = Fx + Gu + v \ , \tag{1}$$

с начальными условиями

$$x(0) = x^0 \ , \tag{2}$$

и неразделенными условием в точках τ, T соответственно

$$Ax\ (\tau) = Bx(T)\,. \tag{3}$$

Построим квадратичный функционал в виде

$$J = \frac{1}{2}x'(T)S_f\,x(T) + \frac{1}{2}\int_0^T [x'(t)Rx(t) + u'(t)Cu(t)]dt \qquad . \tag{4}$$

где $S_f = S_f^{'} < 0,\ R = R' > 0,\ C = C' > 0$, данные матрицы соответствующие размерности, штрих означает операцию транспонирования. Ищется решение задачи (1)-(3), которая дает минимум функционалу (4).

Как и в работе [1] получаем уравнения Эйлера - Лагранжа в следующим виде

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Fx(t) - M\lambda(t) + v(t) \\ \dot{\lambda}(t) = -Rx(t) - F'\lambda(t) \end{cases} \tag{5}$$

где

$$\begin{cases} x(0) = x^0 \\ Ax(\tau) = Bx(T) \\ \lambda(\tau+0) = \lambda(\tau-0) - A'\gamma \\ \lambda(T) = -S_f^k x(T) - B'\gamma \end{cases} \quad , \qquad M = GC^{-1}G'\,. \tag{6}$$

Сначала рассмотрим систему (5), (6) в интервале $(\tau,T]$. Используя методику [2] разыскиваем $\lambda(t)$ в следующим виде

$$\lambda(t) = S(t)x(t) + N(t)\gamma + \omega(t) \ , \tag{7}$$

где неизвестные матрицы $S = S^{'} < 0,\ N(t),\ \ \omega(t)$ имеют соответствующую размерность. Учитывая (7) в (5) и проводя некоторое преобразование, то для неизвестных получим ниже следующие уравнения

$$\begin{cases} \dot{S}(t) = -F'S(t) - S(t)F + S(t)MS(t) - R(t) \\ \dot{N}(t) = [S(t)M - F']N(t) \\ \dot{\omega}(t) = [S(t)M - F']\omega(t) - S(t)v. \end{cases} \tag{8}$$

со следующими условиями

$$\begin{cases} S(T) = -S_f \\ N(T) = -B' \\ \omega(T) = 0 \end{cases} \qquad . \tag{9}$$

Для $S(t),\ N(t),\ \omega(t)$ в точках $\tau+0, \tau-0$ имеем следующие условия

$$\begin{cases} S(\tau+0) = S(\tau-0) \\ N(\tau+0) = N(\tau-0) - A' \\ \omega(\tau+0) = \omega(\tau-0) \end{cases} . \qquad (10)$$

Как в [2] предположим

$$-Bx(T) = N'(t)x(t) + n(t)\gamma + W(t) \quad , \qquad (11)$$

Тогда для $n(t), W(t)$ получим

$$\begin{cases} \dot{n} = N'(t)M(t)N(t), \quad n(T) = 0 \\ \dot{W}(t) = N'(t)[M\omega(t) - v(t)],\ W(T) = 0 \end{cases} . \qquad (12)$$

После некоторых операций для определения $\lambda(0), x(\tau), \gamma$ имеем следующую систему алгебраических уравнений

$$\begin{bmatrix} -E & 0 & N(0) \\ 0 & N'(\tau+0)+A & n(\tau+0) \\ 0 & A & n(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda(0) \\ x(\tau) \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S(0)x(0) - \omega(0) \\ -W(\tau+0) \\ -N'(0)x(0) - W(0) \end{bmatrix} . \qquad (13)$$

Решая эту систему, находим $\lambda(0), x(\tau), \gamma$.Далее, решая уравнение (5) с начальными условиями $\lambda(0), x(0)$, находим $\lambda(t), x(t)$, после чего определяем искомое управление $u(t)$ по формуле $u(t) = -C^{-1}G'\lambda(t)$.

Литература

1. Велиева Н.И., Муталлимов М.М., Фараджева Ш.А. Алгоритм решения задачи оптимального управления с трехточечными граничными условиями с применением к добыче нефти газлифтным способом. Proc. of IAM, V.5, N.2, 2016, pp.143-155.
2. Алиев Ф.А. Методы решения прикладных задач оптимизации динамических систем. Баку, Elm, 1989, 320 с.

ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СРЕДСТВАМИ ИНТЕРВАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ В СРЕДЕ MAPLE

Хазиев Ф.М., Гаврикова Ю.В., Ахметов А.Э.

ФГБОУ ВПО «Филиал Уфимского государственного технического университета в г.Салават», Россия

yuliya.moya.1987@mail.ru

Экстремумы находят практическое применение в решение задач экономики, полного исследования функции и построения её графиков, контроля и защиты трубопроводов, нефтегазохранилищ, насосных и компрессорных станций. Поиск решения осуществляется путём построения последовательных приближений и основан на принципах простой итерации. Естественной потребностью для таких задач, является получение внешней интервальной оценки решения по известным интервальным значениям начальных условий или параметров.

Для нахождения глобальных экстремумов функций методами интервальной математики методом Ньютона в программном пакете Maple была написана программа. Она позволяет, находить экстремумы в более узких и глубоких участках области задания функций, которые в большинстве случаев ускользают от обнаружения при применении к ним классических методов численного анализа. В данной программе реализован интервальный метод Ньютона, позволяющий вычислять интервальные оценки для функций над континуумом точек, включая точки, не представимые в виде конечных чисел. Позволяет исключить значительные области, в которых экстремумы гарантированно не лежат. Таким образом, для многих задач данный метод нахождения экстремумов может оказаться надежней и быстрее.

Работа программы рассмотрена на примере: $(1+\cos(x))e^{(-x^2)} - 2(x+\sin(x))xe^{(-x^2)}$, [-2; 7] – заданный интервал, получаем результат:

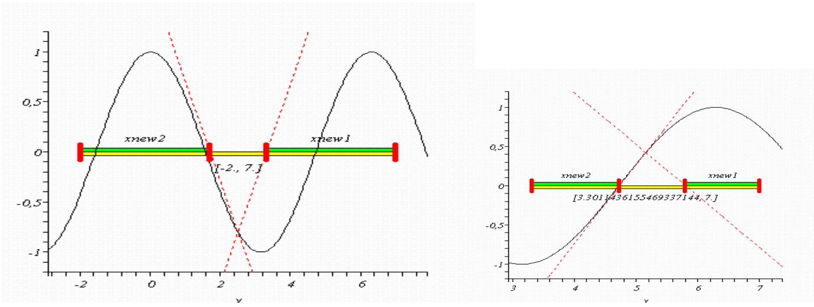


Рисунок 1 - Исключение ненужного интервала и при помощи метода Ньютона, программа отсекает участки

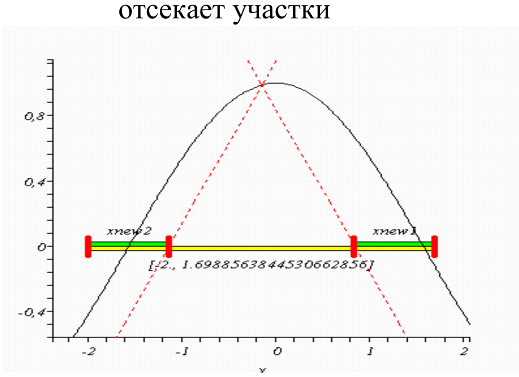


Рисунок 3 – на данном интервале нет точки экстремума

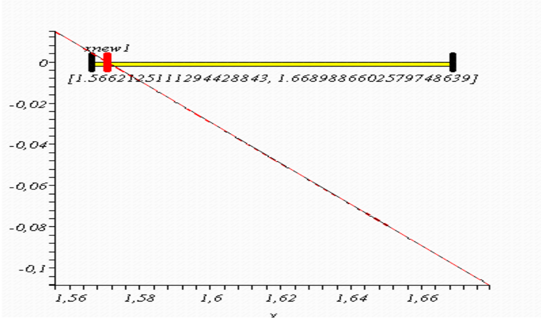


Рисунок 5 – Нахождение нуля в интервальных данных

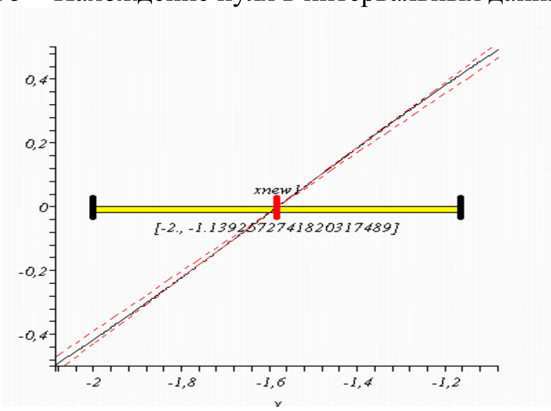


Рисунок 6 - Результаты вычисления заданной функции

Литература

1. Гаврикова Ю.В., Васильева Н.С., Макаров С.Е.Моделирование процессов оптимизации в химико-технологической среде // Труды II Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Стерлитамак: 2013. С. 210 – 213.
2. Гаврикова Ю.В. , Галиуллина К.А. , Куприянов А. О.Оптимизация технологий автоматизированных систем управления // «Информационные технологии. Проблемы и решения»: материалы всероссийской научно-практической конференции./ редкол.: Ф.У. Еникеев и др. – Уфа: Изд.- во УГНТУ, 2013. С.
3. Гаврикова Ю.В. , Галиуллина К.А. , Куприянов А. О. Оптимизация технологий автоматизированных систем управления: «Информационные технологии. Проблемы и решения»: материалы всероссийской научно-практической конференции./ редкол.: Ф.У. Еникеев и др. – Уфа: Изд.- во УГНТУ, 2013. С. 314
4. Хазиев Ф.М.,Гаврикова Ю.В. Математика, Часть 2 – Салават: Изд-во УГНТУ, 2016. - 132с.

ОБ ОДНОЙ СТУПЕНЧАТОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОПИСЫВАЕМАЯ РАЗНОСТНЫМ УРАВНЕНИЕМ ТИПА ВОЛЬТЕРРА

Чырахова М.У.
Институт систем управления НАН Азербайджана, Азербайджан

В докладе рассматривается задача о минимуме функционала

$$I(u,v)=\varphi_1(x(t_1))+\varphi_2(y(t_2)), \tag{1}$$

при ограничениях

$$u(t)\in U\subset R^r, \quad t\in T_1=\{t_0,t_0+1,\dots,t_1\},$$
$$v(t)\in V\subset R^q, \quad t\in T_2=\{t_1,t_1+1,\dots,t_2\}, \tag{2}$$

$$x(t)=\sum_{\tau=t_0}^{t} f(t,\tau,x(\tau),u(\tau)), \quad t\in T_1, \tag{3}$$

$$y(t)=\sum_{\tau=t_1}^{t} g(t,\tau,z(\tau),v(\tau))+G(x(t_1)), t\in T_2. \tag{4}$$

Здесь $(x(t),y(t))$ $(n+m)$-мерный вектор фазовых переменных, $u(t)$ $(v(t))$ – r (q)-мерный вектор управляющих воздействий, $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(y)$ – заданные, дважды непрерывно дифференцируемые скалярные функции, t_0, t_1, t_2 – заданные числа, причем разность t_2-t_0 есть натуральное число, $G(x)$ заданная дважды непрерывно дифференцируемая m-мерная вектор-функция, $f(t,\tau,x,u)$, $(g(t,\tau,y,v))$ – заданная n (m)-мерная вектор-функция непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по (z,u) $((y,v))$ до второго порядка включительно, U (V) заданное непустое, ограниченное и открытое множество.

К настоящему времени задачи оптимального управления описываемые разностными уравнениями типа Вольтерра [1-3] относительно мало изучены.

В рассматриваемой задаче сначала доказан аналог уравнения Эйлера (см. напр. [4, 5]), а затем выведено необходимое условие оптимальности второго порядка.

Литература

1. Колмановский В.Б. Об асимптотических свойствах решений нелинейных систем Вольтерра // Автоматика и телемеханика. 2000, № 4, с. 42-50.
2. Мансимов К.Б. Необходимые условия оптимальности первого и второго порядков в одной задаче оптимального управления, описываемой разностным уравнением Вольтерра // Докл. НАН Азербайджана, 20011, № 4, с. 27-32.
3. Mansimov K.B. First and second order necessary optimality conditions in control problem described by a system of Volterra difference equations // The 4-th congress of the Turnic World Mathematical Society . Baku, 1-3 July, 2011, pp. 387.
4. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Методы оптимизации. Минск. Изд-во «Четыре четверти», 2011, 472.
5. Демьянов В.Ф. Условия экстремума и вариационные исчисления. М. Высшая школа. 2005, 335 с.

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ОДНОЙ СТУПЕНЧАТОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАЗНОСТНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ ТИПА ВОЛЬТЕРРА

Чырахова М.У., Мансимов К.Б.
Бакинский государственный университет, Институт Систем Управления НАН Азербайджана, Азербайджан
kmansimov@mail.ru

Рассмотрим задачу о минимуме функционала

$$S(u,v)=\varphi_1(x(t_1))+\varphi_2(y(t_2)), \tag{1}$$

при ограничениях

$$u(t) \in U \subset R^r, \quad t \in T_1 = \{t_0, t_0+1, \dots, t_1\}, \tag{2}$$

$$v(t) \in V \subset R^q, \quad t \in T_2 = \{t_1, t_1+1, \dots, t_2\}, \tag{3}$$

$$x(t) = \sum_{\tau=t_0}^{t} f(t, \tau, x(\tau), u(\tau)), \quad t \in T_1, \tag{4}$$

$$y(t) = \sum_{\tau=t_1}^{t} g(t, \tau, z(\tau), v(\tau)) + G(x(t_1)), \quad t \in T_2. \tag{5}$$

Здесь $f(t,\tau,x,u)$, $(g(t,\tau,y,v))$ – заданная n (m)-мерная вектор-функция непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по x (y), U, V – заданные непустые, ограниченные множества, t_0, t_1, t_2 – заданы, причем разность $t_2 - t_0$ есть натуральное число, $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(y)$ – заданные, непрерывно дифференцируемые скалярные функции, $G(x)$ – заданная непрерывно-дифференцируемая m-мерная вектор-функция, $u(t)$ $(v(t))$ – r (q)-мерный вектор управляющих воздействий.

Пару $(u^o(t), v^o(t))$ с вышеприведенными свойствами назовем допустимым управлением.

Допустимое управление $(u^o(t), v^o(t))$ доставляющий минимум функционалу (1) при ограничениях (2)-(5) назовем оптимальным управлением, а соответствующий процесс $(u^o(t), v^o(t), x^o(t), y^o(t))$ – оптимальным процессом.

Задача (1)-(5) относится к классу ступенчатых (многоэтапных) задач оптимального управления [1-3].

В рассматриваемой задаче сначала доказано необходимое условие оптимальности в форме дискретного условия максимума [1, 4, 5]. Затем при различных предположениях установлен аналог линеаризованного условия максимума и выведен аналог уравнения Эйлера [4, 5].

Литература

1. Ащепков Л.Т. Оптимальное управление разрывными системами. М. Наука, 1987, 226 с.
2. Габелько К.Н. Последовательные улучшение многоэтапных процессов // Автоматика и телемеханика. 1974, № 12, с. 72-80.
3. Захаров Г.К. Оптимизация ступенчатых систем управления // Автоматика и телемеханика. 1981, № 8, с. 5-9.
4. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Методы оптимизации. Мн. Изд-во БГУ. 1981, 400 с.
5. Мансимов К.Б. Особые управления в системах с запаздыванием. Баку, ЭЛМ, 1999, 176 с

ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ ЗАДАЧИ ТЕСТИРОВАНИЯ и НАДЕЖНОСТИ РАЗЛИЧНЫХ СТРУКТУР

Шарифов Ф.А.

Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Украина

F-sharifov@yandex.ru

Различные структуры, используемые при тестировании объектно–ориентированного программного обеспечения, как правило, требуют генерации некоторых классов выходных данных, с целью проверить выполнимости а также надежности работ отдельных его блоков. Допустим, что некоторое программное обеспечение состоит из n блоков и генерированы n различные данные. Для тестирования, обычно, требуется выполнения программного средства на одном, а также проверка корректности на другом из генерированных n данных. Пусть p_{ij} - вероятность сложности выполнения, и q_{ij} - надежность правильности блока i программного обеспечения на входных данных j. Для выполнения и проверки требуется определить входные данные s и $t(s \neq t)$ относительно каждого блока i, соответственно, таким образом, чтобы максимизировать общую вероятность $P_{pq}(M_p, M_q) = \prod_{is \in M_p} p_{is} \prod_{it \in M_q} q_{it}$ рассматриваемого процесса.

Пусть $G = (U, V, E)$ полный двудольный граф с n вершинами в каждой доли, где U, V – множества вершин, E–множество ребер, $|U| = |V| = n$. Каждое ребро (i, j) из E, соединяет вершину i из U с вершиной j из V. Ребрам (i, j) из E приписаны веса $p_{ij`}, q_{ij}$. На этом графе необходимо найти двух паросочетаний M_p и M_q, таким образом, что $is \in M_p$ и $it \in M_q$, то есть паросочетания M_p и M_q не имеют общие ребра, и функция $P_{pq}(M_p, M_q)$ принимает свое максимальное значение.

Обозначим $a_{ij} = -\log p_{ij}$ и $b_{ij} = -\log q_{ij}$ для всех $i, j = 1,\dots,n$. Понятно, что $a_{ij} > 0$ и $b_{ij} > 0$. Поэтому вводя неизвестные переменные, $x_{ij} = 1$ если $ij \in M_p$ и $x_{ij} = 0$ в противном случае а также $y_{ij} = 1$ если $ij \in M_q$ и $y_{ij} = 0$ в противном случае, выше изложенную задачу можно представить как следующая задача нахождения двух непересекающихся паросочетаний на двудольном графе $G = (U, V, E)$, со суммарной минимальной стоимости; найти

$$\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij} y_{ij} \tag{1}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad \sum_{i=1}^{n} y_{ij} = 1, \quad j = 1,\dots,n, \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad \sum_{j=1}^{n} y_{ij} = 1, \quad i = 1,\dots,n, \tag{3}$$

$$x_{ij} + y_{ij} \le 1, \quad i, j = 1,\dots,n, \tag{4}$$

$$x_{ij} \ge 0, \quad y_{ij} \ge 0, \quad i, j = 1,\dots,n, \tag{5}$$

$$x_{ij} = 0 \vee 1, \quad y_{ij} = 0 \vee 1, \quad i, j = 1,\dots,n. \quad . \tag{6}$$

Задачу (1) - (5) назовем LP-релаксацией задачи (1) - (6).

Утверждение 1. При выполнении условии

$$a_{ij} = c_{ij} + u_i^1 + v_j^1, \quad b_{ij} = c_{ij} + u_i^2 + v_j^2, \quad (i, j) \in E, \tag{7}$$

для некоторых чисел $u_i^1, u_i^2, v_j^1, v_j^2$, LP-релаксации задачи (1) - (5) имеет целочисленное 0,1-оптимальное решение.

Выполнимость условий (7) можно проверить за $O(n^3)$ времени путем решения задачи назначения с одним из известных алгоритмов [4]. Если ответ положительный, то решение (1)–(6) сводится к решению задачи нахождения потока минимальной стоимости. Для решения последней можно применить один из строго полиномиальных алгоритмов предложенных в работах [1,4,5]. Однако на практике самым эффективным является специализированный симплекс метод (метод потенциалов) с использованием древовидных структур для представления данных [2]. Относительно общего случая весов a_{ij} и b_{ij} на базе следующего теоремы также можно разрабатывать алгоритм решения этой задачи с временной сложностью $O(n^3)$.

Теорема 1. Пусть существуют два непересекающихся паросочетаний M_x, M_y такие, что

$M_x \subseteq E = \{ij; x_{ij}^* > 0, ij \in E\}$ и $M_y \subseteq E = \{ij; y_{ij}^* > 0, ij \in E\}$

и если $x_{kl}^* + y_{kl}^* = 1$, то ребро (k, l) либо принадлежит M_x, либо M_y. Тогда вектора инцидентности паросочетаний M_x и M_y являются оптимальным решением задачи (1)-(6**)**.

Подобные задачи рассмотрены в [3-5] для решений, которых предложены полиномиальные алгоритмы на основе результатов, аналогичных теореме 1.

Литературы

1. Orlin J.B. A faster strongly polynomial minimum cost flow algorithm // Oper. Res.- 1993.-№41.-p.338 - 350.
2. Шарифов Ф.А. Об эффективности алгоритмов решения сетевых задач на древовидных структурах. // Кибернетика и системный анализ.- 2003.- № 3.- с. 179-184.
3. Sharifov F.A. Perfectly matchable subgraph problem on a bipartite graph // RIORO -OR, 2008, p. 42 -53.
4. Ahuja R.K., Thomas L., etc. Some resent advances in network flows // SIAM Review -1991.-v.33, №2-p.175-219.
5. Vygen J. On dual minimum cost flow algorithms // Math. Methods. Oper. Res.-2002.- №56, p.101- 126.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРХНИХ КРИТИЧЕСКИХ УСИЛИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ НЕОДНОРОДНОГО ПО ТОЛЩИНЕ МАТЕРИАЛА

Шихлинская Г. Т.

Азербайджанский государственный экономический университет, Азербайджан

gulnarateymur@gmail.com

Рассматривается задача о потере устойчивости некруговой цилиндрической оболочки из неоднородного по толщине материала, подверженной действию продольных сжимающих усилий. В случае, когда на оболочку действуют продольные сжимающие усилия интенсивности T_0, в уравнении потери устойчивости цилиндрической оболочки произвольного очертания [1] надо принять

$$P_\alpha = -T_0 \;\; ; \;\; P_\beta = S_{\alpha\beta} \equiv 0.$$

Тогда получим следующее уравнение:

$$\frac{k^4}{R}\Phi_* - \frac{1}{r^2 q_2(1-\nu^2)}\left(\frac{q_1^2}{q_2} - q_0\right)\Delta_1\Delta_1 R\Delta_1\Delta_1\Phi_* + \frac{T_0 R k^2}{q_2(1-\nu^2)}\Delta_1\Delta_1\Phi_* = 0\,. \tag{1}$$

Введем безразмерный параметр нагрузки $\tilde{T}_0 = \frac{T_0}{2\breve{E}h}$ и учтем формулы приведенные в [1] для аналогичного случая. Сопоставим T_0 степеням малого параметра h : $\tilde{T}_0 \sim h^x$, где x – пока неопределенное число. Тогда для случаев $\kappa = 1$ и $\kappa = 2$, когда $\gamma \ll 1$ получаем для

$$x = max(-2p + 4\Theta\,;\, 2 + 2p - 4\Theta)\,,$$

откуда следует

$$x = 1 \;\; ; \;\; \Theta = 0{,}25 + 0{,}5p. \tag{2}$$

Из формулы (2) видно, что порядок верхнего значения критической нагрузки и асимптотческие свойства форм потери устойчивости не изменяются по сравнению со случаем однородной оболочки. Решение уравнения (1) ищем в виде

$$\Phi_* = (\Phi_1 + \varepsilon\Phi_2 + \varepsilon^2\Phi_3 + \cdots)\, exp\,(f/\varepsilon), \qquad \tilde{T}_0 = \tilde{T}_{01}\varepsilon^4 \quad ; \quad \varepsilon = \left(\frac{h}{\sqrt{3(1-\nu^2)}}\right)^{1/4}\,, \tag{3}$$

где $\tilde{T}_{01}$ – искомое число, которое будем называть коэффициентом параметра нагрузки; $f(\varepsilon)$ – функция изменяемости; $\Phi_i(\beta)$ – коэффициенты интенсивности.

Подставляя (3) в уравнение (1) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях ε, начиная со старшей, получаем алгебраическое уравнение для $q = f'$ восьмой степени

$$Aq^8 - B\tilde{T}_{01}k^2q^4\frac{k^4}{R^2} = 0 \tag{4}$$

и линейные дифференциальные уравнения для коэффициентов интенсивности. Уравнение для первого коэффициента интенсивности Φ_1 – однородное и имеет вид:

$$\left(2qR\tilde{T}_{01}Bk^2 - 4ARq^5\right)\frac{d\Phi_1}{d\beta} + \left(3f''RB\tilde{T}_{01}k^2 - 14Aq^4f''R - 2Aq^5R'\right)\Phi_1 = 0$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$\Phi_1 = C_1 \cdot exp\left(\int_\alpha^\beta \frac{3f''RB\tilde{T}_{01}k^2 - 14Aq^4f''R - 2Aq^5R'}{2qR\tilde{T}_{01}Bk^2 - 4ARq^5}\right) d\beta\,, \qquad C_1 = const.$$

Из уравнения (4) имеем:

$$q = \left(\frac{B}{A}\right)^{1/4} \sqrt{k} \left(\frac{\tilde{T}_{01}}{2} \pm \sqrt{D}\right)^{1/4}, \qquad \text{где} \quad D = \frac{\tilde{T}_{01}^{\ 2}}{4} - \frac{A}{B^2} \frac{1}{R^2}. \tag{5}$$

Анализируя корни (5) принимаем, что оболочка может потерять устойчивость, когда хотя бы на какой-то части интервала изменения β уравнение (4) имеет чисто мнимые корни. Поэтому первое приближение верхнего значения параметра усилия $\tilde{T}_{0в}$ будем искать из условия того, что $\overline{T}_{01}$ является минимальным значением $\tilde{T}_{01}$, при котором хотя бы одной образующей у уравнения (4) имеются чисто мнимые корни. При $D = 0$, уравнение (4) имеет четыре попарно совпадающих корня, из которых две пары чисто мнимые корни:

$$q_{1,2} = i\left(\frac{B}{2A}\tilde{T}_{01}\right)^{1/4} \sqrt{k} \quad ; \quad q_{3,4} = -i\left(\frac{B}{2A}\tilde{T}_{01}\right)^{1/4} \sqrt{k} \quad ;$$

Указанная точка β_* является кратной точкой поворота и определяется равенством

$$\tilde{T}_{01} = \frac{2\sqrt{A}}{BR(\beta_*)}.$$

Отсюда видно, что величина $\overline{T}_{01}$ равна $\overline{T}_{01} = \frac{2\sqrt{A}}{B} \min\limits_{\beta \in [0,\beta_*]} \frac{1}{R(\beta)}$. Заметим, что величина $\overline{T}_{01}$ зависит от свойств материала неоднородной оболочки и от кривизны направляющей.

Литература

1. Амензаде Р. Ю., Шихлинская Г. Т. К задаче устойчивости цилиндрической оболочки из неоднородного материала. – Докл. АН АзССР, 1985, т.41, №6.
2. Товстик П. Е. Устойчивость оболочек вращения в линейном приближении. – В сб.:Расчет пространственных конструкций. М., 1970, вып. 13.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СТАДИЕЙ ОБЕСХЛОРИВАНИЯ АНОЛИТА ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ СОДЫ КАУСТИЧЕСКОЙ И ХЛОРА РТУТНЫМ МЕТОДОМ*

Шулаева Е.А., Коваленко Ю.Ф., Шулаев Н.С.

Филиал ФГБОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет» в г. Стерлитамаке, Россия

Совершенствование и модернизация химико-технологических процессов получения едкого натра, хлора и водорода требует соответствующего развития компьютерно-моделирующих систем, обеспечивающих: определение физико-химических параметров, не поддающихся непосредственным измерениям в ходе проведения химических превращений, определение и поддержание оптимальных режимов проведения технологических процессов, способствующих безаварийности функционирования [1-8].

Первая стадия процесса получения едкого натра с образованием хлоргаза и амальгамы натрия осуществляется в электролизере, затем амальгама подается в разлагатель, где получается каустическая сода и водород, циркуляция ртути осуществляется насосом. Обедненный рассол (анолит), выходящий из электролизеров, содержит растворенный хлор. Перед проведением донасыщения и доочистки необходимо провести обесхлоривание анолита.

Использование разработанного имитационно-моделирующего комплекса стадии обесхлоривания анолита будет способствовать обеспечению оптимальных режимов проведения технологических процессов, прогнозировать изменение параметров при возникновении нештатных ситуаций, что повысит уровень безаварийности функционирования.

В обучающем и контролирующих режимах работы с помощью имитационно-моделирующего комплекса можно оперативно оценить уровень подготовки персонала, а также при необходимости провести их обучение на основе включенных в него модулей виртуального воспроизведения технологического процесса.

Литература

1. E.A. Shulaeva, N. S. Shulayev, Ju. F. Kovalenko. Modeling of the process of electrolysis production of caustic, chlorine and hydrogen // International Conference on Information Technologies in Business and Industry 2016 IOP Publishing IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 803 (2017) 012148.

2. Коваленко Ю.Ф., Шулаева Е.А., Шулаев Н.С. Моделирование молекулярно-массового распределения при получении поливинилхлорида суспензионным способом //Вестник молодого ученого УГНТУ. 2016. № 1. С. 128-131.
3. Коваленко Ю.Ф., Шулаева Е.А., Шулаев Н.С. Использование компьютерных тренажеров и программ при подготовке кадров технического профиля // Образование и наука в современных условиях. Сборник материалов Внутривузовской научно-практической конференции. 2016. С. 180-182.
4. Шулаева Е.А., Коваленко Ю.Ф., Шулаев Н.С. Моделирование и расчет технологической аппаратуры производства поливинилхлорида суспензионным способом.// Фундаментальные и прикладные исследования в технических науках в условиях перехода предприятий на импортозамещение: проблемы и пути решения Сборник трудов Всероссийской научно-технической конференции с международным участием. 2015. С. 278-279.
5. Шулаева Е.А., Коваленко Ю.Ф., Шулаев Н.С. Моделирование гравитационного осаждения в процессах и аппаратах химической технологии // Фундаментальные и прикладные исследования в технических науках в условиях перехода предприятий на импортозамещение: проблемы и пути решения. Сборник трудов Всероссийской научно-технической конференции с международным участием. 2015. С. 276-277.
6. Шулаева Е.А., Коваленко Ю.Ф., Шулаев Н.С. Моделирование параметров электролизера в производстве едкого натра, хлора и водорода // Автоматизация, энерго- и ресурсосбережение в промышленном производстве. Сборник материалов I Международной научно-техн. конф. 2016. С. 435-437.
7. Шулаева Е.А., Шулаев Н.С., Коваленко Ю.Ф. Моделирование молекулярно-массового распределения и оптимизация управления процессом полимеризации винилхлорида // Современные технологии в нефтегазовом деле-2015. Сборник трудов международной научно-технической конференции. С. 434-439.
8. Свид. 2016615494 Российская Федерация. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ, Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Моделирование и расчет молекулярно -массового распределения полимерных молекул винилхлорида / Шулаева Е.А., Коваленко Ю.Ф., Шулаев Н.С.; правообладатели Шулаева Е.А., Коваленко Ю.Ф., Шулаев Н.С. – 2016612850; заявл. 29.03.2016; опубл. 20.06.2016.

О СВЯЗИ МЕЖДУ МНОЖЕСТВАМИ РЕШЕНИЙ ИСХОДНОЙ И ВЫПУКЛОЙ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ, ОПИСЫВАЕМОГО УРАВНЕНИЕМ МАНЖЕРОНА

Ягубов М.А. , Ягубов А.А.
Бакинский государственный университет, Национальная авиационная академия, Азербайджан
yaqub-mamed@mail.ru

Рассматривается задача минимума функционала

$$J(z,u)=\int_0^T\int_0^X f_0(t,x,z(t,x),u(t,x))dtdx \tag{1}$$

на решениях задачи

$$\frac{\partial^4 z}{\partial t^2\partial x^2}=f(t,x,z(t,x),u(t,x)),\ \ (t,x)\in\Pi=\{0\le t\le T,\ 0\le x\le X\} \tag{2}$$

$$z(0,x)=\varphi_0(x),\ z(T,x)=\varphi_1(x),\ z(t,0)=\psi_0(t),\ z(t,X)=\psi_1(t), \tag{3}$$
$$\varphi_0(0)=\psi_0(0),\varphi_0(X)=\psi_1(0),\varphi_1(0)=\psi_0(T),\varphi_1(X)=\psi_1(T),$$

где в качестве обычных управляющих функций $u(t,x)=(u^1(t,x),...,u^r(t,x))$ берется r-мерные вектор-функции, измеримые и ограниченные на Π, со значениями из $U\subset R^r$, а класс таких функций обозначается W_U.

Наряду с задачей минимума (1) при условиях (2), (3) рассматривается задача минимума функционала

$$J(z,\mu)=\int_0^T\int_0^X \langle f_0(t,x,z(t,x),u(t,x)),\mu_{tx}\rangle dtdx \tag{4}$$

на решениях уравнения

$$\frac{\partial^4 z}{\partial t^2 \partial x^2} = \langle f(t,x,z(t,x),u(t,x)), \mu_{tx} \rangle, \tag{5}$$

удовлетворяющего граничным условиям, (2) где в качестве обобщенных управлений берется множество слабо измеримых вероятностных мер Радона μ_{tx} сосредоточенных на U , а класс таких обобщенных управлений обозначается Ω_U , где

$$\langle \cdot, \mu_{tx} \rangle = \int_{R^r} (\cdot) d\mu_{tx} = \int_{R^r} (\cdot) d\mu_{tx}(du)$$

Задача определения минимума (1) при (2), (3) называется исходной или первоначальной задачей, а задача минимума (4) при (5), (3)- выпуклой задачей.

Множество решений задачи (2), (3), соответствующее классу W_U обозначается G_0 , а множество решений задачи (5),(3), соответствующее Ω_U через G .

Определение: Пара (z,u) из W_U называется обычным режимом, а любая пара (z,μ_{tx}) из $(G \setminus G_0) \times (\Omega_U \setminus W_U)$-скользящим режимом.

Исследуется связь между G и G_0. Для этого задачи (2),(3) и (5),(3) при помощи функции Грина

$$G(t,x;\tau,\xi) = \frac{1}{XT} \begin{cases} (X-x)(T-t)\tau\xi & при\ \tau \le t, \xi \le x \\ (X-x)t\xi(T-t) & при\ t \le \tau, \xi \le x \\ x(T-t)(X-\xi)\tau & при\ \tau \le t, x \le \xi \\ xt(X-\xi)(T-\tau) & при\ t \le \tau, x \le \xi \end{cases}$$

сводятся к эквивалентным интегральным уравнениям

$$z(t,x) = \Phi(t,x) + \int_0^T \int_0^X G(t,x;\tau,\xi) f(\tau,\xi,z(\tau,\xi),u(\tau,\xi)) d\tau d\xi$$

и

$$z(t,x) = \Phi(t,x) + \int_0^T \int_0^X G(t,x;\tau,\xi) \langle f(\tau,\xi;z(\tau,\xi),u(\tau,\xi)), \mu_{\tau\xi} \rangle d\tau d\xi$$

соответственно, а далее при некоторых условиях гладкости на заданные функции доказываются

Теорема 1: Множества G замкнуты в пространстве $C^1(\Pi)$.

Положим

$$q = K \max_{(t,x)\in\Pi} \int_0^T \int_0^X |G(t,x;\tau,\xi)| d\tau d\xi, \quad K = \max_{(t,x,u)\in \Pi\times U} |f(t,x,z,u)|$$

Теорема 2: Замыкание множества G_0 в пространстве $C^1(\Pi)$ совпадает с G , если $q<1$.

IV BÖLMƏ

RİYAZİYYAT VƏ İNFORMATİKANIN TƏDRİSİ METODİKASININ AKTUAL MƏSƏLƏLƏRİ

IV СЕКЦИЯ

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

PART 4

MATHEMATICS AND ACTUAL PROBLEMS OF TEACHING METHODS OF INFORMATICS

BƏZİ EYNİGÜCLÜ MÜNASİBƏTLƏRƏ ƏSASLANMAQLA İNTERVALLAR METODUNUN TƏTBİQ DAİRƏSİNİN GENİŞLƏNDİRİLMƏSİ

Abbasov R.Z.
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti, Azərbaycan
amal_70@mail.ru

Son zamanlar məktəb riyaziyyatının elmi səviyyəsinin artırılması məsələsi tədrisin ən vacib məsələsi kimi diqqət mərkəzinə düşmüşdür. “İntervallar metodu” bir sıra tənlik və bərabərsizlikləri əlverişli üsulla həll etmək üçün məktəb riyaziyyatında çoxdan məlum olan həll metodlarından biridir. Bu metodun tətbiqi əsasən $y = kx + b$ və $y = ax^2 + bx + c$ funksiyalarının monotonluq və kəsilməzlik xassələrinə əsaslanır. Bu xassələr digər funksiyalara da aid olduğu üçün həmin funksiyaların iştirak etdiyi tənlik və bərabərsizliklərin həllinə intervallar metodunun tətbiq oluna bilməsi təbii görünür.

Təqdim edilən məqalədə əvvəl müxtəlif funksiyaların daxil olduğu bəzi eynigüclü münasibətlər isbat edilir, sonra isə həmin münasibətlərin əsasında intervallar metodunun tətbiq sahəsinin genişləndirilməsi bir neçə misallar üzərində nümayiş etdirilir.

Əvvəl bəzi eynigüclü münasibətləri yazaq:

1) $\sqrt[2k]{x} - a\Delta 0 (a \geq 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x - a^{2k}\Delta 0 \end{cases}$,

2) $\sqrt[2k+1]{x} - a\Delta 0 \Leftrightarrow x - a^{2k+1}\Delta 0,$

3) $|x| - a\Delta 0 (a > 0) \Leftrightarrow (x-a)(x+a)\Delta 0$

4) $u^{\upsilon} - a\Delta 0 \Leftrightarrow (u-1)(\upsilon - \log_u a)\Delta 0 (a > 0, u > 0, u \neq 1),$

4$^{/}$) $u^{\upsilon} - 1\Delta 0 \Leftrightarrow (u-1)\upsilon\Delta 0$

4$^{//)}$ $u^{\upsilon} - u^{W}\Delta 0 \Leftrightarrow (u-1)(\upsilon - W)\Delta 0$

5) $\log_u \upsilon - a\Delta 0 \Leftrightarrow (u-1)(\upsilon - u^{0})\Delta 0 (u > 0, u \neq 1, \upsilon > 0)$

5$^{//}$) $\log_u \upsilon - 1\Delta 0 \Leftrightarrow (u-1)(\upsilon - u)\Delta 0$

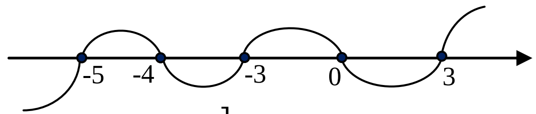
6) $\log_u \upsilon - \log_z \upsilon \Delta 0 \Leftrightarrow (u-1)(\upsilon-1)(z-1)(z-u)\Delta 0$

Nümunə üçün bu münasibətlərdən 4-cü münasibətin isbatını verək:

$$u^{\upsilon} - a\Delta 0 \Leftrightarrow u^{\upsilon}\Delta a \Leftrightarrow \begin{cases} u>1 \\ \upsilon \Delta \log_u a \end{cases} \text{ və ya } \begin{cases} 0<u<1 \\ \upsilon \nabla \log_u a \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} u-1>0 \\ \upsilon - \log_u a \Delta 0 \end{cases} \text{ və ya } \begin{cases} u-1>0 \\ \upsilon - \log_u a \nabla 0 \end{cases} \Rightarrow (u-1)(\upsilon - \log_u a)\Delta o \;.$$

Misal 1. $\dfrac{(|x|-3)(x+4)}{x\cdot(x+6)} \le 0 \Leftrightarrow \dfrac{(x-3)(x+3)(x+4)}{x\cdot(x+6)} \le 0$



Şəklə əsasən cavabı yaza bilərik: $(-\infty;-5] \cup [-4;-3] \cup (0;3)$.

Oxşar mühakimələr aparmaqla digər münasibətləri də isbat etmək olar.

Digər eynigüclü münasibətlərə aid uyğun misallar həll etdirmək şagirdlərin marağına səbəb olar və onları elmi yaradıcılığa həvəsləndirər.

Ədəbiyyat

1) Матвеев В.Н. использование метода интервалов при решение неравенств некоторых типов //Математика в школе, 1970, №6, с.36-37.

2) Макарычев Ю.Н.и др. Решение рациональных неравенств методом интервалов // Математика в школе, 1986, №3, с.21-23.

İNFORMATİKA DƏRSLƏRİNDƏ KEYS TƏLİM METODU

Aslanov İ.İ., Talıbova D.A.

Azərbaycan Tibb Universiteti, Azərbaycan

aiiservice@mail.ru

Müasir dövrdə ali məktəblərdə interaktiv tədris metodların istifadəsi geniş yayılmaqdadır. Bu metodlar həm pedaqoji həm də ki, effektiv araşdırma imkanlarına malikdir. Bunların arasında Case Study və ya müəyyən hadisə metodu daha az öyrənilmişdir. Keys metodu respublikamızda metodik yenilikdir və onun yayılması təhsildə dəyişikliklərlə birbaşa bağlıdır. Bu metodun özəlliyi ondan ibarətdir ki, real həyatdan faktlar əsasında problemli hadisə yaradılır. Keys-a qoyulmuş problemin həlli üçün bir sıra təkanverici suallar daxil olmalıdır.

Tədqiqatları apardığımız vaxtda AR Təhsil Nazirliyinin normativ sənədləri öyrənilmişdir, tədris-metodik ədəbiyyat araşdırılmışdır. Bununla əlaqədar, müxtəlif müəlliflərin izahında "kompetensiyalar yanaşma" anlayışı, bu yanaşmanın prinsiplərinə baxılmışdır, ənənəvi və innovativ təlim metodların müqayisəsi aparılmış, informatika dərslərinin keys təlim metodu ilə aparılması üçün tələblər formalaşdırılmışdır.

Faydalı keys bunlara malikdir:

1. məqsədi dəqiq, hadisə isə kifayət qədər çətin olmalı;
2. analitik düşüncəni inkişaf etdirməli;
3. diskussiyalara təkan verməli;
4. bir neçə həlli yollara gətirməli.

Metod üzrə əsas etaplar bunlardır: keys üzərində işin təşkili; iş mərhələsi; yekün mərhələ.

Müəllim bu etaplarda keys mövzusunu təyin edir, əsas və əlavə materialları təyin edir, qrupu altqruplara (3-4 nəfərlik) bölür və həmin altqruplarda müzakirələrə rəhbərlik edir, öz tövsiyələrini verir, tələbələrin işini, alınan qərarları və verilən sualları qiymətləndirir. Tələbələr isə keysda olan hadisəni və ədəbiyyat siyahısını (o cümlədən, İnternet mənbələrini) alır, mövzuya aid sualları verir, məsələnin həlli varianlarını işləyir və altqrupda müzakirələrdə iştirak edir, yazılı hesabatı (layihəni) hazırlayır.

İnformatika fənninin dərslərində keys metodunu informasiya anlayışları, təhlükəsizlik alət və üsülları, fərdi kompüterin arxitekturu, kompüter şəbəkələri (lokal və qlobal) və s. mövzuların öyrənilməsində təcrübəmiz var. Müşahidə olunub ki, effektivliyi artıran amillərdən multimedia- və video-keyslərin tədrisə daxil edilməsidir.

Keys metodun İnformatika dərslərində tətbiqi informasiya obyektlərinə marağın artmasına, informasiya-texnoloji və kommunikativ vərdişlərin formalaşmasına, informasiyanın çatdırılmasına imkan verir.

Nümünə üçün, İnformatika məşğələ dərslərində tələbələrə verilən tapşırığları göstərək:

- ***Keys " İnternetin axtarış sistemləri və məlumat mənbələri".***

Keysin məqsədi – brauzerlərlə işi və axtarış sistemlərindən istifadə bacarıqların mənimsənilməsi, axtarışı daha tez aparmaq üçün açar sözlərin düzgün seçilməsi, İnternet şəbəkəsində ünsiyyət mədəniyyətinin elementlərinin formalaşdırması.

- ***Keys "Kompüterin konfiqurasiyasının seçilməsi".***

Keysin məqsədi – istifadə sahəsi və təyinatına üyğün olaraq kompüterin konfiqurasiyasının seçilməsi: prosessor, ana plata, əməli yaddaş, sərt diskın həcmi, ekranın ölçüsü və s.

- ***Keys "MS Excel elektron cədvəllər redaktorunda diaqramların qurulması" .***

Keysin məqsədi - elektron cədvələ daxil edilən məlumatın sistemləşdirilməsi, tapşırığa görə müvafiq funksiyaların düzgün daxil edilməsi, müvafiq diaqramların seçilməsi və qurulması, səhvlərin aradan qaldırılması bacarıqların inkişaf etdirilməsi.

- ***Keys "Elektron poçt".***

Keysin məqsədi – elektron poçt haqqında biliklərin genişləndirilməsi, poçt proqramların interfeyslərin öyrənilməsi (gmail.com və mail.ru əsasında), poçt qutuların işləmə qaydalarının göstərilməsi.

Keys metodu hadisəni analiz etməyi inkişaf etdirir, alternativı qiymətləndirmək, optimal variantı seçməyi və onun planını tərtib etmək və həyata keçirmək bacarığını verir. Keys metodu qrup işi formatında fəaliyyətdir və onun strukturunu diskussiya təşkil edir.

Beləliklə, İnformatika fənnin dərslərində keys metodundan istifadə edərək biz bu məsələlərin həllinə nail olmüşüq: informasiya obyektlərinə marağın genişlənməsi; tələblərin fənnin öyrənilməsinə daha əsaslı yanaşmaları; İKT bacarıqlarının formalaşmasına, insanın daxili təsviri, məlumatın ötütülməsi və kommünikasiyaya əsaslanan informasiya obyektinin yaradılması. Başqa sözlə, İnformatika dərslərində praktiki məsələlərin həllində keys metodunun vasitəsilə tələbələrdə yeni kompetensiyalar inkişaf etdirilir.

TƏNLİKLƏRİN VƏ BƏRABƏRSİZLİKLƏRİN HƏLLİNİN ÖYRƏDİLMƏSİNƏ FUNKSİYANIN KƏSİLMƏZLİK XASSƏSİNİN TƏTBİQİ

Babayeva Ü.R., Səfərli B.Y.
Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan
s.billura@mail.ru

Funksiyanın kəsilməzliyi riyazi analizin fundamental anlayışlarından biridir. Onun vasitəsilə riyazi analizin, ümumiyyətlə riyaziyyatın bir sıra məsələləri əsaslandırılır və şərh edilir. Buna görə də funksiyanın kəsilməzliyi anlayışının X sinif "Cəbr və analizin başlanğıcı " kursunda öyrənilməsi məqsədəuyğundur.

Funksiyanın kəsilməzliyi anlayışı kimi tənlik və bərabərsizlik anlayışları da riyaziyyatın mühüm anlayışları sırasına daxildir. Təbiətdə və cəmiyyətdə baş verən bütün hadisə və proseslərin tabe olduğu qanunauyğunluqlar tənlik və bərabərsizliklər vasitəsilə riyazi dildə ifadə olunaraq öyrənilir. Riyaziyyatın ayrı-ayrı sahələrində olan bütün tətbiqi məsələlərin hamısının həlli müvafiq tənlik və ya bərabərsizliyin (yaxud onların sisteminin) həllinə gətirilir. Buna görə də orta məktəbin riyaziyyat kursunun xeyli hissəsi tənliklərin və bərabərsizliklərin öyrədilməsinə ayrılmışdır. Məktəb kursunda xətti, kvadrat, rasional, irrasional, üstlü, loqarifmik, triqonometrik və s. növ tənliklər və bərabərsizliklər öyrənilir. Qeyd edək ki, məktəb kursunda baxılan tənliklərin əksəriyyəti standart formaya malik olduğundan onların hər bir növü üçün konkret həll alqoritmi tətbiq olunur. Lakin çətinlik dərəcəsi artıq olan elə tənliklərə təsadüf olunur ki, onların həlli üçün ənənəvi alqoritmik metod tətbiq etmək ya mümkün olmur, yaxud da bu hesablama çətinliyi ilə əlaqədar olur. Odur ki, belə tənikləri həll etmək üçün digər metodlar tətbiq etmək zəruriyyəti yaranır. Tənliklər haqda bu dediklərimizi eyni ilə bərabərsizliklər haqda da söyləmək olar.

Bəzi tənlikləri və əksər bərabərsizlikləri həll etmək, yaxud da onların həllini əsaslandırmaq üçün parçada kəsilməz funksiyanın xassələrindən istifadə olunur. Kəsilməz funksiyanın xassələrinin tətbiqindən fakultativ məşğələlər zamanı, riyaziyyata xüsusi maraq göstərən, istedadlı şagirdlərlə iş apararkən geniş istifadə olunmalıdır. Əvvəlcə kəsilməz funksiyaların xassələrinin tənliklər həllinə necə tətbiq olunmasını nəzərdən keçirək. Bu məqsədlə kəsilməz və monoton funksiyanın aralıq qiyməti haqqında aşağıdakı teoremi verək.

Teorem 1. Tutaq ki, $y = f(x)$ funksiyası $[a;b]$ parçasında kəsilməz və monotondur. Fərz edək ki, funksiya parçanın uc nöqtələrində A və B qiymətlərini alır və $A < B$. Onda $[A;B]$ parçasından götürülmüş ixtiyari C üçün elə yeganə $c \in [a;b]$ nöqtəsi var ki, $f(c) = C$.

Bu teoremin isbatı bütün riyazi analiz kitablarında və şagirdlər üçün yazılmış bəzi vəsaitlərdə vardır. Teoremin isbatının üzərində dayanmaq lazım deyildir. Əsas məqsəd teoremin mahiyyətini düzgün başa düşüb, onu məsələ həllinə tətbiq etmək olmalıdır.

Teorem kifayət qədər aydın əyani həndəsi mənaya malikdir. Belə ki, $M(a; f(a))$ və $N(b; f(b))$ nöqtələrini birləşdirən kəsilməz xətt $y = C$ düz xətti ilə kəsişir, həm də əgər funksiya monoton olarsa, kəsişmə nöqtəsi yeganə olur.

Şagirdlərdə elə təəssürat yaranmamalıdır ki, bütün funksiyalar belə xassəyə malikdir. Məsələn, əgər funksiyanın kəsilməzlik şərtini təcrid etsək, kəsişmə nöqtəsi olmaya da bilər, yaxud da monotonluq şərti təcrid olunarsa, bir neçə kəsişmə nöqtəsi alına bilər.

Nəhayət, şagirdlər əyani-intuitiv şəkildə anlamalıdırlar ki, teoremdə ifadə olunan xassə sonlu və həm də sonsuz aralıqda kəsilməz və monoton olan f funksiyası üçün ödənilir.

Kəsilməz və monoton funksiyanın aralıq qiyməti haqqında teoremin $f(x) = C$ şəklində olan tənliyin kökünün varlığının və yeganəliyinin əsaslandırılmasına tətbiq edilməsi alqoritminə baxaq, burada f özünün təyin olunma oblastında kəsilməz və ciddi artan funksiyadır.

1. f funksiyasının təyin oblastını tapırıq.
2. f funksiyasının təyin oblastında kəsilməzliyini və monotonluğunu tədqiq edirik və qiymətlər oblastını tapırıq.
3. C-nin f funksiyasının qiymətlər çoxluğuna aid olub olmadığını aydınlaşdırırıq. Əgər C ədədi f funksiyasının qiymətlər çoxluğuna daxildirsə, f funksiyasının kəsilməzliyinə və monotonluğuna əsasən verilmiş tənliyin yeganə həlli olacaqdır. Əgər C ədədi f funksiyasının qiymətlər çoxluguna aid deyilsə, onda verimiş tənliyin həqiqi kökü yoxdur.

Kəsilməz funksiyanın ən mühüm və əyani xassələrindən biri, kəsilməz funksiyanın sıfıra çevrilməsi haqqında aşağıdakı teoremdir.

Teorem 2. (Koşi teoremi) Tutaq ki, $y = f(x)$ funksiyası $[a;b]$ parçasında kəsilməzdir. Əgər bu funksiya $[a;b]$ parçasının uc nöqtələrində müxtəlif işarəli qiymətlər alırsa, yəni $f(a)f(b) < 0$ olarsa, onda, heç olmazsa, bir $c \in [a;b]$ nöqtəsi var ki, bu nöqtədə funksiya sıfıra çevrilir, $f(c) = 0$

CƏMİYYƏTİN İNFORMASİYALAŞMASI VƏ TƏDRİS PROSESİNDƏ İKT - NİN TƏTBİQİ

Bəşirov M.M.
Lənkəran Dövlət Universiteti, Azərbaycan
mbashirov@mail.ru

Müasir dövrdə İnformasiya Kommunikasiya Texnologiyalarının (İKT) inkişaf etdirilməsi hər bir ölkənin intellektual və elmi potensialının vacib göstəricilərindən biridir və bu prosesin zəruriliyi indiki qloballaşma dövründə daha çox hiss olunur. Bu texnologiyaların sürətli inkişafı və yayılması bəşəriyyətin inkişafı üçün geniş imkanlar yaradır. İnkişaf etməkdə olan ölkələrdə telekommunikasiyanın inkişaf reforması iki model üzrə - cəmiyyətin informasiyalanması ilə bağlı iki ideologiyada aparılır: öz sürətinə görə fərqlənən latın-amerikan modeli və əhatəli olmasına görə Asiya modeli. Elə ölkələr vardır ki, (Hindistan) üçüncü bir model üzrə -iki modelin sintezi olaraq bir forma aparmışlar.

İKT üzrə BMT-nin xüsusi bölməsinin məlumatina əsasən Beynəlxalq elektrorabitə ittifaqı (International Telecommunication Union, ITU), 11 göstərici üzrə qiymətləndirmə apararaq dünya ölkələrinin inkişaf indeksini açıqlamışdır.(1-2). İKT nin inkişaf indeksi (ICT Development Index -İDİ) — İKT nin inkişafı nöqtəyi nəzərdən dünya ölkələrinin kombinə olunmuş göstəricidirki, bura internetə daxilolma, ölkənin hər 100 nəfərinə düşən stasionar və mobel telefon sayı, vətəndaşların İKT texnologiyadan istifadə etmə bacarıqları, kompyuterdən istifadə edən ev təsərrüfatlarının sayı, internet istifadəçilərinin sayı, onların internetdən istifadə və mədəni səviyyəsi, və s.

Bütün dünya ölkələrində İDİ indeks - İKT -dən istifadə etmə və bu sahədə bacarıqları artmışdır. 2014 cü ildə təsərrüfatların 44%, 2015 ci ildə 46% internetə çıxışa malik olmuşlar. 2020 ci il üçün bu 56% planlaşdırılır.

Azərbaycanda da bu sahədə ciddi, uğurlu addımlar atılır. Həyata keçirilən dövlət siyasətinin vəzifələrindən biri İKT-nin cəmiyyətin müxtəlif sahələrində, xüsusilə də, təhsil sistemində geniş tətbiq edilməsi məsələsidir. Azərbaycan Respublikasında informasiya cəmiyyətinin inkişafına dair 2014-2020-ci illər üçün MİLLİ STRATEGİYA Azərbaycan Respublikası Prezidentinin 2014-cü il 2 aprel tarixli Sərəncamı ilə təsdiq edilmişdir. Azərbaycan şəbəkə hazırlığı indeksi üzrə 144 ölkə arasında 56-cı yeri tutmuş və MDB ölkələri arasında liderlər qrupunda olmuşdur. Bu illər ərzində əlaqədar müvafiq hüquqi baza yaradılmışdır. Respublikada mövcud olan üç mobil operator tərəfindən müasir 3G xidmətləri göstərilmiş, 2012-ci ildən ölkəmizdə 4G texnologiyasının da tətbiqinə başlanılmışdır. Ölkədə hər 100 nəfərə 110 mobil abunəçi düşür. 2013-cü ilin nəticələrinə görə Azərbaycan əhalisinin 70%-i, o cümlədən onların 50%-i genişzolaqlı internet istifadəçisidir. Ölkə üzrə genişzolaqlı xidmətlərə qoşulmanın orta qiyməti orta aylıq əməkhaqqının 3%-ni təşkil edir və bu da BTİ-nin inkişaf etməkdə olan ölkələrdə bu nisbətin 2015-ci ilədək 5%-dən az olması hədəfinə artıq nail olunması deməkdir.

İnformasiya və telekommunikasiya infrastrukturunun artan tələbatı təmin edəcək səviyyədə müasirləşdirilməsi, keyfiyyətli xidmətlərin təqdim olunması, əhalinin, biznes qurumlarının və ümumilikdə cəmiyyətin informasiya və texnologiyalardan istifadə imkanlarının genişləndirilməsi; ali təhsilin, peşə-ixtisas müəssisələrində İKT üzrə ixtisasların, tədris planlarının, mütəxəssis hazırlığı proqramlarının mütəmadi olaraq aktuallaşdırılması və İKT sahəsinin tələblərinə uyğunlaşdırılması günün tələbləridir.

İKT -nin təhsil müəssisələrində, tədris prosesilərində tətbiqi sürətlə aparılır ki, bunun nəticəsi proses iştirakşılarından əhəmiyyətli şəkildə asılıdır. Təhsil verənlərin müasir İKT kompetensiyasına malik olması, onu peşə fəaiyyətində səmərəli tətbiq etməsi, eləcə də təhsilalanların gələcək peşə fəaliyyətinə yiyələndiyi dövrdə özünütəhsilə məsuliyyəti bir çox məsələlərin həllində mühüm faktordur.

İKT görmə vasitəsilə informasiya qəbulunun imkanlarını artırır, gözlə görünməyən, rəng və formasını dəyişən əşyaların təsvirini reallaşdırır. İKT nəinki insanın əqli imkanlarını inkişaf etdirir, həmçinin yeni inkişaf perspektivləri, yeni qlobal mədəniyyət sistemi yaradır və təhsilin keyfiyyətinin yüksəldilməsi üçün maraqlı imkanlar açır. Təhsilin aşağı pillələrindən başlayaraq təhsilalanların ixtisas və digər fənlərə olan maraqlarını artırmaq, məlumatı tez və effektiv mənimsəmələri üçün informatika və digər fənn müəllimləri hər hansı ümumi mövzunu iki və bəzi hallarda üç fənni birgə - inteqrativ dərs formasında keçmələri məqsədəuyğundur. Təhsilalanların biliklərinin dərinləşdirilməsində informatika və informasiya texnologiyaları fənninin digər fənlərlə əlaqəli tədrisi çox böyük imkanlara malikdir. Bunun üçün ayrı-ayrı fənlər üzrə proqram və dərslikləri hazırlanarkən informatika və informasiya texnologiyaları fənni nəzərə alınmalı, bu proqramlarda inteqrativ dərslər üçün saatlar ayrılmalıdır. Müəllimlər fənlərarası əlaqə probleminə lazımi qədər əhəmiyyət verməlidir. Təcrübələr göstərir ki, bir fənnlə yanaşı, digər yaxın fənləri də müəyyən səviyyədə bilən müəllimlərin təlim nailiyyətləri daha yüksək olur. Bunun əsas səbəbi isə həmin müəllimlərin öz dərslərini sanki bir neçə fənn müəllimi kimi tədris etməsidir.

İKT-nin informatika fənninin tədrisində, xüsusən informatikanın tədrisi zamanı kompüter texnologiyalarından, elektron vasitələrdən istifadə olunması, yüksək təlim keyfiyyətinin əldə olunması üçün bu texnologiyadan həm materialın öyrədilməsi, həm də nailiyyətlərin qiymətləndirilməsi mərhələsində sistematik tətbiq edilməsi tədrisin keyfiyyətinin təminatında əsaslı rol oynayır. Elektron lövhədən istifadə edilərək prosesin fəallaşdırma mərhələsində əvvəlki materiallar viktorina, müxtəlif oyunlar, frontal sorğular və s. şəkildə soruşula, problemin nədən ibarət olması, onun ətrafında tədqiqatların aparılması, hər kəsin problem ətrafındakı mülahizələri, müəllimin hər bir fikrə münasibəti, ümumiləşdirmə və izahat isə slaydlar vasitəsilə həyata keçirilə bilər.(3) Müasir kompüterlər xüsusi öyrədici proqramların hazırlanmasında, təhsilalanların bilik və bacarıqlarının yoxlanılması prosesində, onların yaradıcılığı başa düşmək üçün kompyuter modellərinin hazırlanmasında, tədris prosesinin təşkilində, tətbiqi məsələlərin həll olunmasında, dərs vəsaitlərinin hazırlanmasında, sərbəst işlərin və ev tapşırıqlarının verilməsində (məsələn, İnternetdən istifadə edib müxtəlif nəzəri məlumatların, təqdimatların hazırlanmasında və s.), interaktiv elektron dərsliklərin hazırlanmasında istifadə olunur.

Təhsil müəssisələrində, tədris prosesində İKT -nin intensiv və məqsədyönlü tətbiqi cəmiyyətin informasiyalaşması prosesinin sürətlənməsi və ölkədə, bütün sahələrdə daha yüksək nəticələrin alınması istiqamətdə güclü addimdir.

Ədəbiyyat

1. http://www.itu.int/en/ITU-D/Statistics /Pages /publications/mis2015.aspx
2. http://www.itu.int/en/ITU-D/Statistics/Documents /publications/misr2015/MISR2015-w5.pdf)
3. M.Başirov. Ali təhsil müəssisələrində fənlərin tədrisində İKT imkanlarından istifadə üzrə işin sistemi. Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi, Lənkəran Dövlət Universiteti "Ali təhsildə keyfiyyətin təminatı" mövzusunda Respublika Elmi Konfransının materialları (23-24 dekabr 2016) Lənkəran 2016

İBTİDAİ SİNİF MÜƏLLİMİ HAZIRLIĞINDA ALPLOGO MÜHİTİNİN İSTİFADƏSİ

Cəbrayılzadə S.C.

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti, Azərbaycan

sevinge.jabrayilzadeh.1973@mail.ru

Hazırda ümumtəhsil məktəblərinin I-V siniflərində Milli Kurıkulum əsasında hazırlanmış dərsliklərdən, metodik vəsaitlərdən və qiymətləndirmə vasitələrindən istifadə olunur. Ümumtəhsil məktəblərinin IV və V siniflərində informatikanın tədrısində LOGO dılinin ilkin anlayışlarının öyrədilməsinə, ALPLogo proqramlaşdırma mühıtindən istifadə olunmasına başlanmışdır.

Yüksək səviyyəli proqramlaşdırma dillərinə aid olan, 1967-ci ildə amerikalı riyaziyyatçı, kibernetik və psixoloq, Amerıka Birləşmiş Ştatlarının Massaçuset Texnologiya İnstitutunun Süni İntellekt Laboratoriyasının professoru Seymur Pepert və onun həmkarı İdit Xarel tərəfindən işlənib hazırlanmış LOGO proqramlaşdırma dili də digər proqramlaşdırma dilləri kimi uşaq və yeniyetmələrdə formal-məntiqi, yaradıcı təfəkkürün və tədqiqatçılıq qabılıyyətinin inkışafını təmin edir. LOGO mühitində xüsusi obyekt-icraçıdan - Bağadan istifadə olunur. Bağa adlandırılan robot-icraçı hərəkət edərkən canlı bağanın real həyatda qum üzərində hərəkəti zamanı buraxdığı iz kimi iz buraxır və onun bu iz qoyma xüsusiyyətindən istifadə edərək LOGO proqramlaşdırma mühitının iş sahəsində müxtəlif təsvirlər qurulur.

MövzuIII sinifdə İnformatika dərsində AlpLogo mühitində Həndəsi fiqurların qurulmasıdır. Məzmun standartı2.2.1, 2.2.4 dür. Dərsin məqsədiAlpLogo mühitində həndəsi fiqurların qurulması üçün məlumat verməkdir. Düz xəttin, üçbucağın, düzbucağın, çoxbucaqlının və 5 rəqəminin proqramını tərtib etməkdir. Təchizah olaraq – proyektor, çəkilmiş təsvirlər, işçi vərəqlər, dərsə aid prezentasiyadır. İş forması olaraq isə - kollektiv və qruplarla iş götürülür. İnteqrasiya- Riyaziyyat.2.1.1., 2.1.2. dərsin tərtib hissələri: tədqiqat sualı, tədqiqatın aparılması, informasiya müzakirəsi, dərsin gedişi, dərsin xronometraj vaxt bölgüsü, motivasiya, qruplar üzrə tapşırıqlar, nəticə, monitorinq (Qiymətləndirmə) nəzərə alınmaqla activinspire proqramında prezentasiya təqdim olunur və təlim prosesi məhz həmin prezentasiya əsasında reallaşır və şagirdlərin qrup işi də həmçinin təşkil olunur ki, bu da onların dərsdə aktiv iştirakını təmin etmək məqsədinə xidmət edir.

Prezentasiya vasitəsilə şagirdlərə bağanın ümumi görüntüsü, onun hərəkət trayektoriyası, Alp logo proqram mühitinə aid olan sadə əmrlər təqdim olunur, Həmin əmrlərin istifadə qaydaları izah edilir, şagirdlərə tanış olan sadə həndəsi fiqurların qurulması üçün istifadə olunan proqram nümunəsi hazır şəkildə təqdim olunur və onun Start düyməsini basmaqla ekranda görüntünü əldə etmək imkanı göstərilir, 5 rəqəminin proqram nümunəsi verilir, ekrana rəngli görüntü çıxarılır, sonar isə şagirdlərə qrup işi təqdim olunur ki, onlar 1, 2, 3, rəqəmlərinin proqramlarını tərtib etsinlər. Nəticələr yoxlanır, şagirdlərin biliyi qiymətləndirilir.

Bu qayda ilə dərsin təşkilinin gələcək ibtidai sinif müəlimlərinə izahının həyata keçirilməsinin əsas pedaqoji mahiyyəti ondan ibarətdir ki, tələbələr məzmun standartları, fənlərarası inteqrasiya, dərsin keçilməsi mərhələlərinin bilavasitə tətbiqinin gerçəkləşdirməklə dərsin aparılması qaydalarını və eyni zamanda informatikanın təlimi metodikasını mənimsəmiş olurlar.

Ədəbiyyat

1. F.Əliyeva, Ü. Məmmədova Müasir təlim texnologiyaları. 197 səh. Bakı 2014
2. M. Vəliyeva Müəllimlərdə kommunikativ və didaktik qabiliyyətlərin formalaşdırılmasının pedaqoji məsələləri Bakı 2014
3. Z.Tağıyeva, S.Cəbrayılzadə Müəllim hazırlığında İKT-nin tətbiqi. Konfrans materialı Bakı 2015 (V Beynəlxalq simpozium)

TƏLİMİN HƏYATLA ƏLAQƏLƏNDİRİLMƏSİNDƏ RİYAZİ ANLAYIŞLARIN TƏTBİQİNİN PSIXOLOJİ XÜSUSİYYƏTLƏRİ

Cəfərli E.V.
Gəncə Dövlət Universiteti, Azərbaycan
esmiraceferli@gmail.com

Riyaziyyat təlimi riyazi anlayışların öyrənilməsi ilə əhəmiyyət kəsb edir. Çünki hər bir riyazi anlayış məzmuna və həcmə malik olmaqla, obyektiv reallığın beynimizdə inikasıdır. Təlimin həyatla əlaqələndirilməsində riyazi anlayışlar məzmunun reallaşmasında əsas elementlər hesab olunur. Burada prosesin psixoloji aspektini nəzərdən keçirək. Psixologiyada riyazi anlayışların əhəmiyyətinin aşağıdakı cəhətləri qeyd olunur:

1. Riyazi anlayışlarda real obyekt və hadisələrin bilavasitə əks olunması. Bunu əşya və ya predmet cəhəti adlandırmaq olar.
2. Mücərrədlik cəhəti: digər riyazi anlayışların öyrənilməsində anlayışların xüsusiyyətlərinin dərk olunması. Məsələn: funksiyanın limiti anlayışının törəmə anlayışında rolu və s.
3. Praktik cəhət: riyazi anlayışların və onların xassələrinin praktikada tətbiqinin müəyyənləşdirilməsi. Məsələn: şifahi hesablamalarda vurma və bölmənin cədvəl hallarından istifadə olunması, rəqsi proseslər xarakteristikasında triqonometrik funksiyaların tətbiqi və s.

V-VI siniflərdə həndəsi anlayışların öyrənilməsi, əsasən, məsələ həllində öz tətbiqini tapır. Çünki əksər həndəsi məsələlərin həlli keçilmiş anlayışların təriflərinə və ya onlardan çıxan nəticələrə əsaslanır. Riyaziyyat təlimində anlayış ikili funksiyaya malik olur:

1. Anlayışın inkişaf etdirilməsində;
2. Bu anlayışın mənimsənilməsi səviyyəsinin kriteriyası kimi.

Tətbiq olunan çalışmaların praktik xarakter daşımasına diqqət yetirmək lazımdır. Çünki praktik çalışmalar həyatla əlaqədar olduğundan nəzəri biliyin konkret situasiyada tətbiqini, konkretləşməni təmin edir. Bu öyrənmə prosesi «canlı müşahidə (praktika) → mücərrəd təfəkkür (nəzəriyyə) → praktika (biliyin tətbiqi)» şəklində baş verir və hər üç mərhələ həyatla bilavasitə bağlı olur .

Pedaqoji psixologiyanın tədqiqatları göstərir ki, mücərrəd anlayışlardan konkret praktik situasiyaya keçid əksər hallarda şagirdlər üçün çətin olur. Mücərrədlikdən konkretliyə gedən yoldakı çətinliklər heç də konkretlikdən mücərrədliyə keçmə mərhələsindəki çətinlikdən az deyil. Çünki əksər şagirdlər konkret verilənlərdən eyni zamanda mücərrəd münasibətləri ayırmaq və obyektin əyani qavrayışından istifadə etmədən bu işi icra etməkdə çətinlik çəkirlər.

Həndəsi anlayışların praktik mənimsənilməsini təmin etmək üçün yer üzərində ölçmə işləri, sənaye və kənd təsərrüfatı müəssisələrinə ekskursiyalar və onların nəticələrinin sinif şəraitində müzakirə edilməsi olduqca faydalıdır. Riyaziyyat təlimindən fəndaxili və fənlərarası əlaqələrin reallaşdırılması - əslində riyazi anlayışların başqa anlayışlarla əlaqəsinin aşkar edilməsi və riyazi metodların tətbiqindən ibarətdir.

Riyazi anlayışların təlim prosesində formalaşdırılmasında qavrayışın, təfəkkürün, diqqətin, yaddaşın psixoloji qanunauyğunluqları hökmən nəzərə alınmalı və biliklərin qiymətləndirilməsində qeyd olunmalıdır. Bu məqsədlə riyazi biliklərin praktik məsələlərin həllində tətbiqinin psixoloji faktorlarını nəzərdən keçirirəm. Milli kurikulumda şagirdlərin idrak fəallığının və müstəqilliyinin yüksəldilməsi, tədqiqi – axtarış fəaliyyətlərinin gücləndirilməsinə xüsusi diqqət yetirirəm. Məktəb riyaziyyatı kursu üzrə qazanılmış biliklərin həyatda, praktikada tətbiqetmə bacarıqlarının formalaşdırılması, həm də politexnik təlimin mühüm vəzifəsidir. Son illər dövlət səviyyəsində gənclərin texniki peşə hazırlığına xüsusi diqqət yetirilir, texniki peşə məktəblərinin təchizinə, peşəkar kadrlarla təmin edilməsinə qayğı xeyli artırılmışdır. Deməli, orta riyazi təhsilin məzmunu şagirdlərin gələcək peşəyönümü məqsədlərinə xidmət etməlidir. Müasir mərhələdə orta riyazi biliklərin praktikyönümlü əhəmiyyəti olduqca aktualdır.

Məktəbdə tədris olunan riyaziyyat fənni politexnik xarakterli fənn olduğundan onun tədris məzmununu, qazanılmış riyazi biliklərin tətbiqlərini həyatla əlaqələndirmək lazımdır. Riyaziyyat dərsliklərində, məsələn, «Riyaziyyat - 5», «Riyaziyyat - 6» dərsliklərində həyatla, praktika ilə bağlı məsələlərin sayı kifayət etmir. Əlbəttə, dərs deyən riyaziyyat müəlliminin bu işdə rolu böyükdür. Əlavə mənbələrdən, müxtəlif obyektlərə aid verilənlərə aid məsələlərin seçilməsi, tərtib edilməsi müəllimin öhdəsinə düşür. Bu prosesdə şagirdləri də həyatı məsələlərin tərtib edilməsi işinə cəlb etmək olar. Çünki nəzəri mühakimələr praktik əsaslara söykəndikdə, məsələdə təsvir olunan situasiya şagirdə tanış olduqda, təlimin səmərəsi yüksək olur.

Psixoloqların, didakt və metodistlərin vahid rəyi belədir ki, şagirdlərdə nəzəri bilikləri praktik əməllərlə birləşdirmək bacarığı tərbiyə etmək lazımdır. Bunun reallaşdırılması riyaziyyat təliminin məsələlər həlli vasitəsilə həyatla əlaqələndirmək lazımdır. Riyazi biliklərin praktikada tətbiqi bacarıqlarını formalaşdırmaq üçün şagirdləri situasiyaları analiz və sintez etməyə, mücərrəd vəziyyətləri konkretləşdirməyə, bir situasiyadan digər situasiyaya keçməyə, əməllərin tətbiqində variasiyalı halları tətbiq etməyə alışdırmaq lazımdır.

Riyazi biliklərin praktikada tətbiqinin bir neçə üsulla şagirdləri tanış etmək olar:

1. Riyaziyyat təlimi prosesinə praktik xarakterli məsələlərin daxil edilməsi;
2. Fəndaxili və fənlərarası əlaqələrin məsələ həlli vasitəsilə reallaşdırılması.

İnformasiya texnologiyaları əsrində informasiyanın qrafik dioqram şəklində təsvir edilməsinə diqqəti artırmaq lazımdır. Bunun üçün həndəsə, rəsmxətt, coğrafiya və informatika fənləri arasındakı əlaqələrdən istifadə olunmalıdır;

Psixoloqlar və metodistlər bu qənaətə gəlmişlər ki, şagirdlərdə praktik bacarıq və vərdişlərin formalaşdırlmasında müəllimin iş sistemi mühüm rol oynayır. Belə ki, muəllimin şərhi və onun əyani, ölçmə, illüstrativ vasitələrlə növbələşməsi – konkret işin icra alqoritmini müəyyən edir. Görüləcək işlər addımlara bölünür və hər addımın sözlərlə ifadəsini şagirddən tələb etmək lazımdır.

Ədəbiyyat

1. Adıgözəlov A.S. "Orta məktəbdə riyaziyyatın tədrisi metodikası" Bakı-ADPU-2010.
2. Выготский Л.С. «Собрание сочинений», М., «Педагогика», 1989, г I.
3. Qəhrəmanova N., Hüseynov F. "Riyaziyyat" V sinif üçün dərslik. Bakı-2014.
4. İsmayılova S., Hüseynova A. "Riyaziyyat" VI sinif üçün dərslik. Bakı-2015.

LOQARİFMİK FUNKSİYALARA AİD MÖVZULARIN KEÇİRİLMƏSİ ZAMANI DƏRSİN MOTİVASIYA MƏRHƏLƏSİNİN TƏŞKİLİ

Əkbərova S.B., Abdullayeva İ.Ə.

Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan

sevda.akperova.66@mail.ru

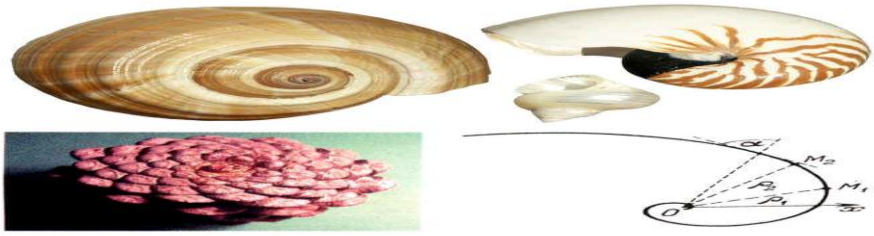
Müasir dərsi səciyyələndirən xüsusiyyətlərdən biri də onun inteqrativ şəkildə təşkil olunmasıdır. Hər bir dərs digər fənlərlə əlaqələndirilməklə yanaşı həmçinin həyatla da əlaqələndirilməlidir.

Adətən biz yuxarı sinif şagirdlərinin "Loqarifmik funksiyaları nə üçün öyrənirik?" kimi sualına tez - tez rast gəlirik. Bu zaman onlarda loqarifmik funksiyaları öyrənməyə maraq oyatmaq məqsədilə dərsin motivasiya mərhələsində aşağıdakı illustrativ materialları nümayiş etdirə bilərik.

Bəzi heyvanların buynuzu loqarifmik spiral şəklində inkişaf edir(şəkil 1).

Şəkil 1.

Dəniz heyvanlarının çanaqları bir istiqamətdə inkişaf edə bilir. Onlar çanağın içində qıvrılaraq gizlənirlər (şəkil 2). Hər bir buğum əvvəlkindən böyük olur. Bu uzunluğu loqarifmik spiral boyunca çanaqda saxlamaq olur.



Şəkil 2.

Günəbaxan bitkisində tumların düzümü loqarifmik spirala yaxın olan qövslər boyunca düzülür (şəkil 3).

Şəkil 3.

Siklonlar loqarifmik spiral əmələ gətirir (şəkil 4). İşığa tərəf uçan həşaratların uçuş trayektoriyaları loqarifmik spiralı təsvir edir (şəkil 5).

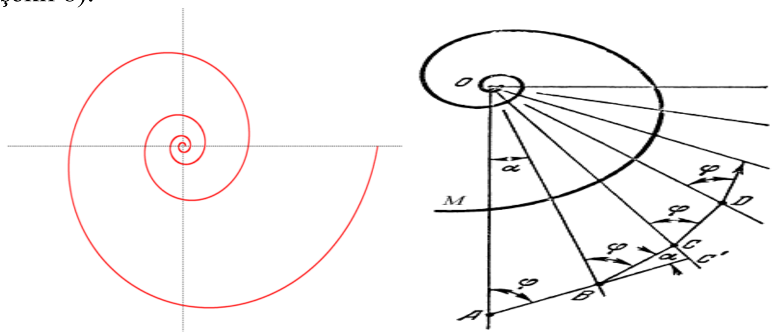
Şəkil 4. Şəkil 5.

Hətta hörümçəklər öz torunu qurarkən ipi mərkəzdən başlayaraq loqarifmik spiral boyunca hörür. (şəkil 6)İnsan orqanizmində səs qəbul edən orqan olan ilbizi təbiət özü loqarifmik spiral şəklində yaradıb (şəkil 7).

Şəkil 6. Şəkil 7.

Spirallar içərisində yalnız loqarifmik spiral böyüdükdə öz formasını dəyişmir. Görünür, bu səbəbdən canlı təbiətdə bu spiral növünə daha çox rast gəlirlər.

Bu şəkillərin hamısını birləşdirən xüsusiyyət onların formalarının və ya hərəkətlərinin loqarifmik spiral şəklində təşkil olunmasıdır. Riyaziyyatda bir çox ekzotik qrafiklərə rast gəlmək olar. Onlardan biri də loqarifmik spiraldır. Loqarifmik spiralın həm acilmış, həm də bağlanmış şəklində sonsuz burum çoxluğu var. Onu bəzən bərabərbucaqlı spiral da adlandırırlar. Gostərilən fakt loqarifmik spiralın ixtiyari nöqtəsindəki radiusla bu nöqtədən keçən toxunan arasındakı bucağın dərəcə ölçüsünün eyni olmasından irəli gəlir (şəkil 8).



Şəkil 8.

Hal - hazırda loqarifmik spiraldan texniki cihazların hazırlanmasında çox istifadə edilir, onun köməkliyi ilə siklonların hərəkət trayektoriyasını hesablamaq olur və s.

Artıq şagirdlərin şüurunda mövzuya maraq oyatdıqdan sonra dərsin növbəti mərhələsinə keçmək olar.

Ədəbiyyat

1. Azərbaycan Respublikasının ümumtəhsil məktəbləri üçün riyaziyyat fənni üzrə təhsil proqramı (kurikulumu), Bakı 2013.

TÖRƏMƏ ANLAYIŞININ BƏZİ MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİNƏ TƏTBİQİ

Əliyev F.F, Aşurova L.V.

Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan

leyla.ashurova25@gmail.com

Riyazi analizin elementləri içərsində "Törəmə" anlayışının orta məktəb şagirdlərinə öyrədilməsi xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Bu nöqteyi-nəzərdən məqalədə törəmənin tətbiqi ilə bəzi məsələlərin həlli üsullarını nümunələr əsasında verilmişdir;

I.Bərabərsizliklərin isbatında törəmənin tətbiqi.

Bərabərsizliklərin isbatında törəməni tətbiq etmək üçün müxtəlif üsullar vardır. Həmin üsullardan biri törəməni tətbiq etməklə funksiyanın artna və azalan olması xassəindən istifadə etməkdir. Bunu bir neçə misal üzərində göstərək.

Misal 1. Bərabərsizliyi isbat edin: $\ln(x+1) \geq \frac{2x}{x+2}, x \geq 0$

Həlli: $]0; +\infty[$ intervalında verilmiş funksiyanı sadələşdirək. Verilmiş bərabərsizliyə $f(x) = \ln(x+1) - \frac{2x}{x+2}$ funksiyası kimi baxıb törəmə alaq. Onda, $f'(x) = \frac{x^2}{(x+1)(x+2)^2} > 0$ alarıq. Deməli, f funksiyası verilmiş intervalda artandır. Funksiya kəsilməyən olduğu üçün belə çıxır ki, $]0; +\infty[$ aralığının x=0 nöqtəsində funksiya ən kiçik qiymət alır və f(0)=0. Odur ki, $x \geq 0$ olduqda $f(x) \geq f(0)$ və ya $f(x) \geq 0$ olur. Buradan $\ln(x+1) \geq \frac{2x}{x+2}, x \geq 0$ bərabərsizliyinin doğruluğu alınır.

Misal 2. Bərabərsizliyi isbat edin: $\sqrt{1+x} \leq 1 + \frac{x}{2}, x \geq -1$

Həlli: $f(x) = (1+x)^{\frac{1}{2}} - 1 - \frac{x}{2}$ götürək. Əgər götürdüyümüz funksiyadan törəmə alsaq. Yəni, $f'^{(x)} = \frac{1}{2}(1+x)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(\frac{1}{\sqrt{1+x}} - 1)$ olar. Buradan, $x > 0$ olduqda $f'(x) < 0$ olur. Digər tətəfdən $x > 0$ qiymətlərində f funksiyası$-1 \leq x < 0$ qiymətlərində$f'(x) > 0$ olduğu üçün f funksiyası artandır. *F(0)=0* olduğu üçün alırıq ki,$x \geq -1$ qiymətlərində$f(x) \leq f(0)$ və ya$f(x) \leq 0$ olur və bununla da $\sqrt{1+x} \leq 1 + \frac{x}{2}, x \geq -1$ bərabərsizliyi həll olunur.

1. Ədədlərin böyük və kiçikliyinin müqayisəsində törəmənin tətbiqi.

Elə ədədi bərabərsizliklər var ki, bunların isbatı üçün müəyyən funksiyanın törəməsindən istifadə etmək lazımdır. Misal nümunəsində fikrimizi izah edək.

Misal 1. Aşağıdakı ədədlərdən hansı böyükdür: a) 107^{113} yoxsa 113^{107}; b) 1974^{2001} yoxsa 2001^{1974}; c) 100^{101} yoxsa 101^{100} ; d) e^{π} yoxsa π^{e}; e) $(\sqrt{2})^{\sqrt{3}}$ yoxsa $(\sqrt{3})^{\sqrt{2}}$

Həlli. Əvvəlcə daha ümumi şəkildə verilən ədədlərin müqayisəsinə baxaq. Əgər $0 < x < y$ olarsa, hansı şərtlər ödənildikdə $x^{y} < y^{x}$ və ya $x^{y} > y^{x}$ bərabərsizliyi ödənilir? Aydındır ki, bərabərsizliyi $ylnx < xlny$ və ya $\frac{1}{x}lnx < \frac{1}{y}lny$ bərabərsizliyi ilə eynigüclüdür.

Odur ki, $f(x) = \frac{1}{x}lnx \Rightarrow f'(x) = \frac{1-lnx}{x^{2}}$ olur. Buradan $0 < x < e$ olarsa, $1 - lnx > 0$ olar və $x > e$ olarsa, $1 - lnx < 0$ olar ki, *f(x)* funksiyası $]0;\ e[$ intervalında artan, $[b;\ +\infty[$ intervalında isə azalandır. Beləliklə, $0 < x < y < e$ şərtləri ödənildikdə $\frac{1}{x}lnx < \frac{1}{y}lny$ olar. Buradan isə alınır ki, $x^{y} < y^{x}$-dir. Digər tərəfdən $0 \le x < y$ şərti ödəndikdə isə $\frac{1}{x}lnx > \frac{1}{y}lny$ və ya $x^{y} > y^{x}$ bərabərsizliyi doğrudur. Bu bərabərsizliklərdə alınır ki, a) $107^{113}>113^{107}$; b) $1974^{2001}>2001^{1974}$; c) $100^{101}>101^{100}$; d) $e^{\pi} > \pi^{e}$; e) $(\sqrt{2})^{\sqrt{3}} > (\sqrt{3})^{\sqrt{2}}$.

II. Funksiyanın periodikliyinin təyinində törəmənin tətbiqi

Məlumdur ki, periodik funksiyanın sonlu törəməsi varsa, onda onun törəmə funksiyası həmin dövrədən periodik funksiya olur. Bu xassəyə əsasən, törəməni tətbiq etməklə, verilən funksiyanın periodik olmasını təyin etmək olur. Misal nümunəsində fikrimizi izah edək.

Misal 1. $f(x) = x^{2}$ funksiyasının periodik olmadığını göstərin.

Həlli. Verilmiş funksiyanın törəməsini tapsaq, $f'(x) = 2x$ alarıq. Törəmə funksiyası bütün ədəd oxunda artan olduğu üçün periodik deyil. Deməli, verilmiş funksiya periodik deyil.

III. Ardıcıllığın ən böyük həddinin tapılmasında törəmənin tətbiqi.

Əgər $\{a_{n}\}$ ardıcıllığının ən böyük həddi varsa bu hədd $\mu = maxa_{n}$ şəklində işarə olunur. Həmin həddin indeksinə mərkəzi indeks deyilir və γ ilə işarə olunur.

Əgər ardıcıllığın μ–yə bərabər olan bir neçə həddi olarsa, onda γ onların indeksləri içərisində ən böyüyü götürülür.

Misal 1. $\left\{\frac{n^{2}}{n^{3}+200}\right\}, n \in Z$ ardıcıllığının ən böyük həddini tapın.

Həlli. Ardıcıllığın ümumi həddi $a_{n} = \frac{n^{2}}{n^{3}+200}$ olduğunu nəzərə alaraq $f(x) = \frac{x^{2}}{x^{3}+200}$ funksiyasını götürüb $[1,+\infty[$ aralığında araşdıraq: $f(x) = \frac{x(400-x^{3})}{(x^{3}+200)^{2}}$ törəməsi $0 < x < \sqrt[3]{400}$ aralığında müsbət, $\sqrt[3]{400} < x < +\infty$ aralığında isə mənfi olduğu üçün birinci aralıqda artan, ikinci aralıqda azalandır. Bunu nəzərə alsaq, bərabərsizliyindən $7 < \sqrt[3]{400} < 8$ çıxır ki, verilən ardıcıllığın ən böyük həddi, a_7 yaxud a_8 olmalıdır. $a_{7} = \frac{49}{543}$ və $a_{8} = \frac{8}{89}$ olduğu üçün ardıcıllığın ən böyük həddi $a_{7} = \frac{49}{543}$ olur.

IV. Eyniliklərin isbatında törəmənin tətbiqi.

Funksiyanın sabitlik əlamətinə görə müəyyən bir aralıqda F′(x)=0 olarsa, onda həmin aralıqda *F(x)=C* (*C*-sabitdir). Başqa şəkildə $[a,\ b]$ parçasında *f′(x)=g′(x)* olarsa, onda bu funksiyalar sabitlə fərqlənir, yəni *f(x)=g(x)+C*. Bu əlamətə əsasən bir sıra eynilikləri isbat etmək olar.

Misal 1. $x > 0$ və $x > 0$ olduqda $loq_{a}xy = loq_{a}x + loq_{y}y$ olduğunu isbat edin.

İsbatı. $f(x) = loq_{a}bx$ və $g(x) = loq_{a}x$ funksiyalarından törəmə alaq və $]0,+\infty[$ intervalında araşdıraq. $f'(x) = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{lna}$ və $g'(x) = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{lna}$ törəmələrini alarıq. Göründüyü kimi, alınan törəmələr bərabərdir. Bu bərabərlikdən sabitlər fərqlənəcək, yəni $loq_a bx = loq_a x + C$. Buradan *C*-ni tapaq. *x=1* götürsək, $loq_a b \cdot 1 = loq_a 1 + C, C = loq_a b$ olur. *C*-nin qiymətini yerinə yazsaq, alarıq:

$loq_a bx = loq_a x + loq_a b$. Burada *b*=*y* yazsaq, eyniliyin doğruluğunu isbat etmiş oluruq.

Ədəbiyyat

1. Ə.A.Quliyev. X-XI siniflərdə cəbr və analizin başlanğıcı. Bakı, 2014.
2. Əliyev R.Ə., Abdullayev C.S. Riyazi analizdən məsələ və misallar, Bakı, 2001.

MƏKTƏB RİYAZİYYAT KURSUNDA RİYAZİ MƏNTİQ İŞARƏLƏRİNİN ROLU VƏ ƏHƏMİYYƏTİ

Həsənova X.S., Əhmədova A.N.

Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan

hesenova_1975@list.ru

Riyaziyyatın əsas işarələrini izah etməzdən əvvəl riyazi dilin məzmununu və əsas xüsusiyyətlərini bilmək lazımdır. Riyazi dil süni dildir. Məlumdur ki, adi dil üç istiqamətdə

a) uzunçuluğu aradan qaldırmaq;
b) omonimiyanı (çox işarəliliyi) aradan qaldırmaq;
c) ifadə etmək imkanlarını genişləndirmək istiqamətində inkişaf edərək yetkinləşmişdir.

Buna uyğun olaraq riyazi dil riyaziyyatın dəqiq, aydın və qısaldılmış formalarda ehtiyacının təsiri ilə yaranmışdır.

Dildə uzunçuluğun aradan qaldırılması geniş simvolika, riyazi işarələr və bu işarələrdən istifadə etmək haqqında qaydalarla bağlıdır. Riyazi dilin hər bir işarəsi rəqəm, hərf, münasibətin və ya əməliyyatın işarəsi, adi dildə söz və ya söz birləşmələri ilə ifadə edilən anlayışı göstərir.

Riyazi dilin inkişafının əsas mərhələləri aşağıdakılardır:

a) Natural ədədlərin və kəsrlərin işarə edilməsi sisteminin, xüsusilə, say sisteminin və onların xüsusi işarə olunmasının yaranması. Roma sistemi ilə saymanı və mövqeli say sistemini müqayisə etmək kifayətdir: XXXVIII və 1988.
b) Cəbri çevirmələrin və tənliklərin həlli qaydalarını əyani göstərməyə imkan verən cəbri simvolikanın inkişafı.
c) Diferensial və inteqral hesabının əmələ gəlməsi ilə bağlı olan simvolikanın inkişafı.
d) Riyaziyyata nəzəri çoxluğun və məntiqi simvolikanın daxil edilməsi və inkişafı.
e) Sürətlə işləyən elektron hesablama maşınlarının əmələ gəlməsinin riyazi simvolikanın inkişafına ciddi təsiri olmuşdur.

Semiotika işarələr və işarələr sistemi haqqında, həmçinin işarələr sistemi kimi təbii və süni dil haqqında elmdir. Yunanca Semeistos işarə edilmiş deməkdir. Semiotikanın əsasını qoyan Amerika riyazi məntiqçisi Çarlz Ters (1839-1914) olmuşdur. Riyazi məntiqdə işarələrdən daha geniş istifadə edildiyindən ona işarələr məntiqi (simvolik məntiq) deyilir.

Semiotika işarələrin şəklini, formasını (hərf, söz, qrafik, təsvir, siqnal və s.) müxtəlif sistemlərdə onların birləşmələrinin qanunauyğunluqlarını öyrənir. Semiotikada işarələr üç növə ayrılır: işarə-indeks; ikonik-işarə; işarə-simvol.

İşarə-indeks onun aid olduğu obyektlə bu işarə arasındakı təbii əlaqələrə əsasən həmin obyekt haqqında təsəvvür yaradır. Məsələn: çiçək ətri duyduqda yaxınlıqda bağ olduğunu, həmin bağı görmədən belə (məsələn gecə) fikir söyləmək olar.

İkonik-işarə (yunanca eikon-təsvir etməkdir) bu işarə ilə onun təsvir etdiyi obyekt arasındakı oxşarlığa əsasən həmin obyekt haqqında təsəvvür yaradır. Məsələn, sərt döngə işarəsini göstərən adamda qarşıdakı yolun vəziyyəti haqqında təsəvvür yaranır.

İşarə-simvol obyektin şərti qəbul olunmuş işarəsidir. İşarə simvol ilə onun göstərdiyi obyekt arasında heç bir təbii əlaqə yoxdur. Bəzən elə olur ki, işarə ilk dəfə ikonik işarə kimi meydana gəlir, sonra isə işarə simvol kimi formalaşır. Məsələn: α (alfa) hərfi finikaya əlifbasında "alef" – öküz adlanır (bu hərf öküz başını təsvir edir).

O vaxt bu ikonik işarə idi, sonra isə α yunan əlifbasına daxil olan hərf kimi işarə -simvol olmuşdur.

Riyazi simvolikanın inkişafında da ikonik işarənin işarə-simvola çevrilməsi halları olmuşdur. Məsələn: roma rəqəmi V açılmış əl barmaqlarını (beş barmaq) göstərir, müasir 5 rəqəmi isə simvoldur.

Riyaziyyatda işarə indeksə rast gəlinmir. Ona görə ki, riyazi mətn obyektlərin özündən deyil, onların adlarından təşkil olunur.

Riyaziyyatda işlənən $\parallel$ (paralelik), $\perp$ (perpendikulyarlıq),= (bərabərlik), $\triangleleft$ (üçbucaq) və s. ikonik işarələrdir, hesab əməl işarələri (+, - və s.), rəqəmlər (2,3,4 və s.) , konqruyentlik işarəsi $(\cong)$, oxşarlıq işarəsi (~), və s. simvollardır. Bir rəqəmli ikonik işarədir (bir barmaq).

Riyazi işarələr öyrənilən anlayışların adları ilə əlaqədar olduğundan, anlayışların adları ilə uyğun obyektlər üçün tətbiq olunan işarələr arasında sıx əlaqə vardır. Məsələn, funksiya f, F, φ ilə işarə edilir ki, bu latınca “funktio” – “funksiya” sözünün ilk hərfləridir. X çoxluğunun Y çoxluğuna bütün inikasları çoxluğu $Map(X, Y)$ kimi işarə edilir. İngiliscə Mapping inikas deməkdir.

Riyaziyyatda müxtəliftəbiətli obyektlərə baxıldığından müxtəlif əlifbaların hərflərindən istifadə etmək lazım gəlir

Məktəb riyaziyyat kursunda adi cümlələrlə yanaşı, bir sıra işarələrdən də istifadə edilir. Bu işarələrin müəyyən qrupu əsas (ilk) işarələr kimi qəbul olunur ki, bunlar məktəb riyaziyyat dilinin əlifbasını təşkil edir. Işarələr isə bu əlifbanın hərfləri adlanır.

Ədəbiyyat

1. Əliyev İ.F. Riyazi məntiqin tədrisi metodikası, Bakı, Maarif,1998, 155 səh.
2. Əliyev İ.F. Məktəb riyaziyyat kursunun semiotikası, Bakı, ADPU, 1994, 36 səh.

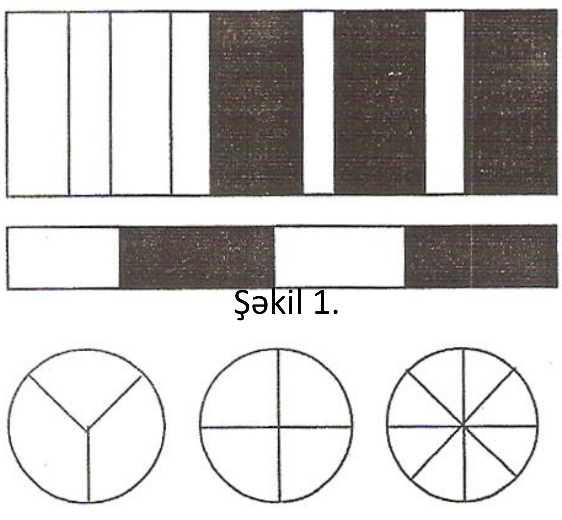
İBTİDAİ SİNİFLƏRDƏ RİYAZİYYATIN TƏLİMİ PROSESİNDƏ KƏSR ANLAYIŞININ FORMALAŞDIRILMASI İMKANLARI

Heydərova M.N., Babayeva Ü.R.

Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan

meftun.heyderova.82@mail.ru

İbtidai siniflərin riyaziyyat təlimi prosesində tamın hissələrə bölünməsi (kəsr anlayışı) mühüm yer tutur. Bu anlayış istər müəllimin tədrisi baxımından, istərsə də şagirdlərin dərk etməsi baxımından xeyli çətinliyə səbəb olur. Ancaq məsələnin düzgün metodik şərhi, təlimin əyani qurulması, kəsr anlayışının yaranması zəruriliyinin düzgün izahı bu çətinliyi nəinki aradan qaldırır, həm də bu mühüm anlayış ibtidai siniflərdə öyrədilən digər anlayışların mahiyyətinin açılmasına kömək edir.



Şəkil 1.

Şagirdlər əşyaların bərabər hissələrə bölünməsinə aid çalışmaların köməyi ilə tam hissələri görməyi öyrənir, tam və hissənin münasibətlərini aşkara çıxarırlar. Bu işdə müəllim tərəfindən əvvəlcədən hazırlanmış əyani vəsaitlər müstəsna rol oynayır. Həmin vəsaitlər bərabər hissələrə bölünmüş düzbucaqlılar, kvadratlar, dairələr, zolaqlar, desimetr, santimetr və millimetrlərə bölünmüş metrlik lent və ya xətkeş, dəftər damaları və digərləri ola bilər (Şəkil 1).

İlk vaxtlar elə situasiya yaradılır ki, əşyanı 2 bərabər hissəyə bölmək zərurəti meyana gəlsin. Məsələn: yeməyi 2 uşaq arasında, bir almanı 2 nəfər arasında və s. bərabər bölmək. Belə nümunələrin tətbiq edilməsi kəsr anlayışının həyati tələbatdan yarandığını yəqin etmək üçün bir vasitə rolu oynayır. Müəllim əşyanı iki bərabər hissəyə (yəni yarıya) necə bölmək lazım olduğunu göstərmək məqsədilə bir dəftər vərəqini ortasından diqqətlə qatlayır və kəsir, sonra alınmış hissələri bir-birinin üstünə, yaxud yan-yana qoymaqla müqayisə edir. Uşaqlar hissələrə baxır və onların bərabər olduğuna inanırlar. Müəllim bərabər hissələrdən istənilən birinə, adətən, yarım deyildiyini qeyd edir. Elə buradaca həmin ölçüdə kağız vərəqini iki bərabər olmayan hissələrə bölmək və onların yarım olmadığına şagirdləri inandırmaq lazımdır. Bundan sonra şagirdlər görürlər ki, əşyalar həm bərabər, həm də bərabər olmayan hissələrə bölünə bilər. İki hissədən birinə ancaq o vaxt yarım deyirlər ki, bu hissələr bərabər olsun. Tədricən uşaqlar inanırlar ki, bərabər hissələrin alınması üçün əşyaları çox diqqətlə qatlamaq, bükmək və kəsmək nə qədər vacibdir. Bundan sonra şagirdlərə yarıya bölmək üçün təqdim olunan əşyaların dairəsini genişləndirmək olar. Yarıya bölmə işi və yarım anlayışının tam başa düşülməsini təmin etdikdən sonra əşyanı dörd bərabər hissəyə, yəni yarını bir daha yarıya bölmək üsulları öyrədilir. Bu məqsədlə əvvəlki əyani vəsaitdən, yəni qatlanmış vərəqi bir də qatlamaqdan istifadə edib dörd bərabər hissə alır və bunları müqayisə edirlər. Tam ilə hissə arasında münasibətə də burada baxılır. «Tam hissədən böyükdür», «Hissə tamdan kiçikdir» nəticəsinə də bu əyani vəsait əsasında gəlmək mümkündür.

Daha sonra şagirdlərlə aşağıdakı kimi iş aparmaq olar: eyniölçülü 2 əşya götürür və onların eyni ölçüdə olmasına üst-üstə qoymaqla inanırlar. Onlar bu əşyaların birini 2 bərabər hissəyə, o birini isə 4 bərabər hissəyə bölürlər. Onlar hissələri bir yerə birləşdirib tam əşyanı alır və sayırlar: 2 hissədən bir hissəni, 2 hissədən 2 hissəni, uyğun olaraq 4 bərabər hissədən 1 (2, 3, 4) hissəni göstərirlər. Bir hissə ilə tamın ölçüsünü müqayisə edirlər. Analoji qayda ilə sonra tamın müxtəlif hissələri arasındakı qarşılıqlı əlaqəni göstərirlər. Bu və buna oxşar digər çalışmaların köməyi ilə uşaqlar belə bir nəticəyə gəlirlər: əşya nə qədər çox bərabər hissəyə bölünərsə, həmin hissələr kiçik olur, tərsinə, əşya nə qədər az bərabər hissəyə bölünərsə, həmin hissələr bir o qədər böyük olur.

Əşyaları kəsmə əməliyyatının miqdarı ilə alınmış hissələrin miqdarı arasında əlaqənin müəyyənləşdirilməsi mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Məsələn: «Kvadratı neçə dəfə qatlamaq lazımdır ki, 2 bərabər hissə alınsın? Bəs 4 bərabər hissə alınması üçün? və s.» Bilikləri ümumiləşdirmək üçün bu və ya digər əşyanın (alma, dairə, kvadrat və s.) bərabər hissələrə bölünməsi sxemindən istifadə etmək olar. Uşaqlarla birlikdə bölünmə sxemini nəzərdən keçirən müəllim soruşur: «Əvvəlcə almanı neçə bərabər hissəyə böldük? Neçə hissə alındı? Yarım alma çoxdur, yoxsa bütöv alma? İki dənə yarım alma çoxdur, yoxsa bütöv alma? Hansı böyükdür: 4 hissədən biri, yoxsa yarım?» Belə çalışmaları şagirdlər, adətən, oyun kimi qavrayır və suallara həvəslə cavab verirlər.

Əşyalar müxtəlif ölçüdə olduqda onların hissələrinin də müxtəlif olmasına dair tapşırıqlara baxılması çox faydalıdır. Şagirdlərə ölçüləri kəskin fərqlənən 2 əşya, məsələn, böyük və kiçik dairə, yaxud kvadrat verilir. Bunları bildiyimiz qayda ilə bərabər hissələrə bölmək tələb olunur. Sonra belə sual qoyulur: «Bu yarımdır, bu da yarımdır. Bəs nə üçün onlar müxtəlifdirlər?» uşaqlar müqayisə əsasında izah edirlər ki, böyük dairənin yarısı böyük, kiçik dairənin yarısı kiçikdir. Böyük dairənin yarısı kiçik dairənin yarısından böyükdür və əksinə.

Ümumiyyətlə, ibtidai sinif müəllimi uşaqların danışıqlarında aşağıdakı söz və ifadələri işlətməyə alışdırmalıdır: bərabər hissələrə bölmək, tam, yarım, iki hissədən biri, dörd hissədən biri, sonralar isə ikidə bir, dörddə bir və s.

Ədəbiyyat

1. Həmidov S.S. Məktəbin ibtidai siniflərində riyaziyyatın tədrisi metodikası, Bakı: ADPU, 2012.
2. Adıgözəlov A.S., Həsənova X.S. Riyaziyyatın ibtidai kursunun tədrisi metodikası, Bakı, 2011.

MƏNTİQİ TƏFƏKKÜRÜN İNKİŞAFINDA İKT-NİN ROLU

Hümbətəliyev R.Z., Bayramova F.B.
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti, Bakı Biznes və Kooperasiya Kooleci, Azərbaycan
rovshangumbataliev@rambler.ru, feridamb1970@gmai.com

İnformatikanın əsas anlayışlarından biri olan informasiyaya təbiətdə, cəmiyyətdə, insanların qarşılıqlı münasibətlərində hər an rast gəlinir. İnformasiya öyrənilən obyektlər və hadisələr haqqında olan bilik və məlumatları göstərir. Həmin biliklər müəyyən faktlar və onlar arasındakı asılılıqlar şəklində ifadə olunur. Ümumi yanaşmada informasiya insanın onu əhatə edən ətraf aləmdən aldığı biliklər və məlumatlardır.

İnformasiya prosesləri informasiyalar üzərində yerinə yetirilən müxtəlif proseslərin məcmusu kimi başa düşülür. İnformasiya proseslərinə müxtəlif təlim prosesində, idarəetmədə qərar qəbuletmədə texniki layihələrin işlənməsi və s. zamanı alınan informasiyalar da aiddir.

Müasir dövrdə kompüter texnikasının inkşafı nəticəsində informasiya proseslərinin avtomatlaşdırılması səviyyəsi daha da sürətlənmiş və hazırda informatikanın əsas probleminə çevrilmişdir.

Məlum olduğu kimi, toplanan informasiyanın emal edilməsi üçün o, emal vasitələri ilə işlənilməli və nəticə lazimi ünvana ötürülməlidir. Yaxın məsafəli ötürmələrdə kabellərdən, uzaq məsafəli ötürmələrdə isə müxtəlif növ rabitə kanallarından (telefon, teleqraf, peyk rabitəsi və s.) istifadə olunur.

İnformasiya axtarışı və emalı prosesi informatikanın əsas problemi hesab olunur. İnformasiyanın emalı əslində qarşıya qoyulan məsələnin həlli deməkdir. Avtomatlaşdırılmış üsulla (kompüterlə) emal olunan informasiya istifadəçilərə, adətən, kompüterin xaricetmə qurğuları ilə (monitor, printer, qrafikçəkən qurğu və s.) mətn, cədvəl, qrafik və s. şəklində çatdırılır.

Qeyd olunanları yekunlaşdıraraq belə qənaətə gəlmək olar ki, tələbə öz fəaliyyəti və təhsili prosesində ətraf aləmdən informasiya almadan keçinə bilməz və bu əsasda onu əhatə edənlərlə informasiya mübadiləsində olur, həmin proseslərə şüurlu, hərtərəfli və məntiqi yanaşır.

1. informasiya, onun növləri, xassələri, formaları, yaranma mənbələri haqqında bildiklərini nümayiş etdirir;
2. informasiya proseslərinin mahiyyətini şərh edir;
3. informasiyanın təsviri üsullarını sadalayır;
4. həyatda, cəmiyyətdə, elm və texnikanın müxtəlif sahələri üzrə insanların fəaliyyətində informasiyaların alınması, ötürülməsi, saxlanılması və emal edilməsini izah edir;
5. müxtəlif növ informasiyalarla işləməyi bildiyini və onlardan istifadə bacarığını nümayiş etdirir;
6. informasiya daşıyıcıları ilə necə işləməyi gostərir və icra edir;
7. müxtəlif növ informasiyaların həcmini müəyyənləşdirir, ölçür və onları əlamətlərinə görə sistemləşdirir.

İNFORMASİYA-KOMMUNİKASİYA TEXNOLOGİYALARININ TƏHSİLİN KEYFİYYƏTİNƏ TƏSİRİ

Hümbətəliyev R.Z., Həmidov C.T.
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti, Zəngilan rayon 32 saylı məktəb, Azərbaycan
rovshangumbataliev@rambler.ru

Bu gün dünya iqtisadiyyatı biliklərə söykənən inkişaf xətti götürdüyündən ölkələrin təhsil sistemlərindən də məhz bu tələblərə cavab verən sistemin qurulmasını tələb edir. Odur ki, yalnız ölkədaxili sosial-iqtisadi tələblərə cavab verən mexanizmlərin deyil, bütövlükdə, qlobal dünyanın rəqabətinə cavab verən mexanizmlərin hazırlanması tələb olunur. Bütün inkişaf etmiş ölkələrdə təhsilin informasiyalaşdırılması istiqamətində sistemli şəkildə bir neçə mərhələdə islahatlar aparılır. İnkişaf etməkdə olan ölkələrdə bu cür islahatlar davam etdirilir.

2003-cü ildə qəbul edilmiş "Azərbaycanda informasiya-kommunikasiya texnologiyalarının inkişafı üzrə Milli Strategiya (2003-2012-ci illər)" Azərbaycan üçün məhz təhsil sahəsi İKT-nin tətbiq istiqamətləri içərisində ən yüksək prioritetə malik istiqamət hesab edilmişdir. Artıq Azərbaycanda təhsilin modernləşdirilməsi, təhsildə informasiya texnologiyalarının tətbiqi istiqamətində mühüm addımlar atılıb.

İndi İKT yalnız təhsil prosesini təmin edən üsul deyil. İKT məktəblinin müstəqil qavrama qabiliyyətini təmin etmək üçün yeni imkanlar açır. Bununla əlaqədar olaraq müəllimin rolu da dəyişir: o, təhsil prosesinin konsultantı, koordinatoru olur. Onun məqsədi məktəblilərdə qərar qəbuletmə bacarığını dəstəkləmək və inkişaf etdirmək, öyrənilən mövzuların məqsədini anlamaq və mühakimə etməkdir. Bu yetərincə çətin pedaqoji tapşırıqlardır, onların mənasını qiymətləndirməmək olmaz. Burada İKT katalizator rolunu oynayır, onlar uşaqları yeni biliklərə sövq etməyə kömək edir. Əgər şagirdə bu və ya digər mövzunun məzmunu aydındırsa, onun sualı yarana bilər: məhz nə və nə üçün öyrənmək lazımdır. Biliyə həvəsin kökündə həyati maraq dayanır: hansı biliklər mənə daha çox lazımdır, hansı metodların köməyi ilə mən bu bilikləri əldə edə bilərəm. Beləliklə, İKT biliyə can atmaqla digər həyati vacib məsələlərin qərarı arasında bənd rolunu oynayır. Şagird təhsilin onun həyatında hansı rolu oynadığını başa düşən kimi, o, təhsili davam etdirməyə böyük həvəs hiss edəcək.

Dünyanın əksər ölkələrinin təhsil sistemində informasiya texnologiyalarının tətbiqi xeyli yeniliklərə yol açsa da, yenə də məktəblərin informatlaşdırılmasında həlli çətin problemlərlə qarşılaşırıq. Qeyd etmək lazımdır ki, ölkəmizdə təhsil sisteminin İKT əsasında təkmilləşdirilməsi Azərbaycan Respublikasının Prezidenti cənab İlham Əliyevin həmişə diqqət mərkəzində olmuşdur. "Azərbaycan Respublikasında ümumtəhsil məktəblərinin informasiya və kommunikasiya texnologiyaları ilə təminatı Proqramı" (2005-2007-ci illər), "2008-2012-ci illərdə Azərbaycan Respublikasında təhsil sisteminin informasiyalaşdırılması üzrə Dövlət Proqramı" milli təhsilimizin informasiyalaşdırılması yolunda əsas mərhələləri təşkil edir.

UNESCO tövsiyələrində məktəbin informatlaşdırılmasında üç yanaşmanı irəli sürür. "İKT-nin təhsilə tətbiqi" adlanan birinci yanaşma müəllimlərdən təlim prosesində şagirdlərin İKT vərdişlərinin effektivliyinin artırılmasını tələb edir. "Biliklərin mənimsənilməsi" adlı ikinci yanaşma müəllimlərin qarşısında şagirdlərə təlim subyektlərinin dərindən mənimsənilməsi, real aləmdə rast gəlinən məsələlərin həllində əldə olunan bu biliklərin tətbiqi kimi tələbləri qoyur. Üçüncü yanaşma isə "İnformasiya istehsalı"na görə müəllimlər gələcək vətəndaşlar və işçilər tərəfindən cəmiyyətin ahəngdar inkişafı və çiçəklənməsi üçün zəruri olan yeni biliklərin istehsalına yardım etməlidirlər. İndi isə məktəblərdə informasiya-kommunikasiya texnologiyalarından istifadənin bəzi məqamlarına toxunmaq istərdik. Müəllimlərin seçdikləri fundamental biliklər, təkcə pedaqogika və psixologiya sahəsindən deyil, həm də yeni texnologiyalardan müvəffəqiyyətlə istifadə etdikdə təhsil prosesini xeyli sadələşdirir, onu dinamik və çevik edir. "Müəllim-şagird-dərslik" tədris modelinə kompüterin də əlavə edilməsi tədris prosesini individual proqram üzrə təşkil etməyə, uşağın dərsə marağını və istəyini stimullaşdırmağa imkan verir. Kompüterlə aparılan dərslər uşaqlar üçün çox cəlbedici və yaddaqalan olur. Multimedia vasitələri, avtomatlaşdırılmış öyrədici sistemlər, kompüter tədris proqramları, animasiya qrafikası, rəngarəng illüstrasiyalar şagirdlərin idrak aktivliyinə müsbət təsir göstərir və olimpiadalarda, müxtəlif intellektual yarışmalarda göstərdikləri nəticələrin keyfiyyətini xeyli artırır.

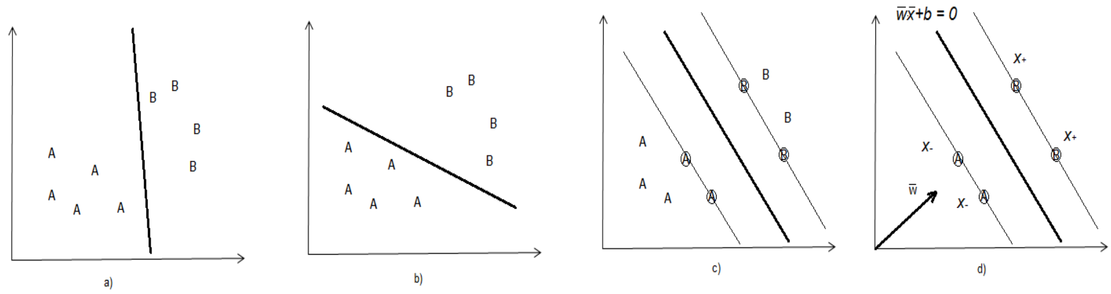
Tədris prosesində interaktiv lövhə və virtual laborator proqramlarından istifadə edilməsi dərsin əsas prinsiplərindən birini, onun əyaniliyini təmin edir. Elektron lövhənin sensorlu, yəni hissiyyatlı səthinə xüsusi qələmlə və ya barmaqla yavaşca toxunmaqla onun üzərində kompüterdə mümkün olan bütün əməliyyatları interaktiv rejimdə aparmaq olar. Elektron lövhə, kompüterə qoşulan mikroskop, skaner, rəqəmli fotoaparat, videokamera və s. qurğulardan alınan təsvirləri böyüdülmüş formada ekranda əks etdirir. Şagirdlər istənilən kimyəvi reaksiyanın, fiziki, bioloji, coğrafi proseslərin izahını virtual laboratoriya proqramı vasitəsi ilə izləyə bilərlər. Bu isə şagirdlərin nəzəri-metodoloji biliklərini, praktiki bacarıq və təcrübələrini inteqrasiya etməklə tədrisi xeyli canlandırır, şagirdlərin də yaradıcı yanaşma, düşünmə, təşəbbüskarlıq, tədris materialını dərindən dərk etmə qabiliyyətini daha da artırır. İnteraktiv lövhənin bir üstün cəhəti də odur ki, onun üzərində aparılan bütün əməliyyatları video formatında yaddaşında saxlamaq və dəfələrlə istifadə etmək imkanı yaradır. Belə imkanlar müxtəlif səbəbdən dərsləri buraxan şagirdlər və ya təlimdən geri qalan uşaqlar üçün xüsusi əhəmiyyətə malikdir. Belə ki, şagird iştirak edə bilmədiyi, dərs prosesində tam aydın olmadıqda və ya təlimdən geri qalanlar həmin materialı tam qavrayana kimi təkrar-təkrar kompüterdə izləyə bilərlər.

AZƏRBAYCAN DİLİNDƏ ÇAP ƏLYAZMA SİMVOLLARININ TANINMASINA DAYAQ VEKTORLAR ÜSULUNUN TƏTBİQİ

İsmayılov E.Ə.
Azərbaycan Dövlət Gömrük Komitəsinin Akademiyası, Azərbaycan
elviz.ismayilov@gmail.com

Süni intelektin geniş yayılmış istiqamətlərindən biri klasifikasiya məsələsidir. Respublikamızda tədqiqatçılar Azərbaycan dilində çap əlyazma və çap əlyazma mətnlərinin tanınması üçün müxtəlif üsullardan (süni neyron şəbəkələri, qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi, sadə, DVÜ və s.) istifadə etmişdir. Bütün bu üsulların tətbiqi zamanı fərqli əlamət sinflərindən istifadə edilmiş, yeni yaradılan hər bir sistemin digərindən üstünlüyü təcrübələr vasitəsilə əsaslandırılmışdır. Lakin buna baxmayaraq, Azərbaycan dilində çap əlyazma simvollarının tanınması məsələsini tam olaraq həll olunmuş hesab etmək olmaz. Müxtəlif üsulların və ya yeni əlamətlər siniflərinin tətbiq olunması ilə tanıma sistemlərinin dəqiqliyini artırmaq cəhdi böyük əhəmiyyətə malikdir. Bu məqsədlə Azərbaycan dilində çap əlyazma simvollarının tanınması üçün struktur əlamətlər və bootstrap nüvəli DVÜ əsasında tərtib olunmuş sistem təsvir olunmuş, nəticələrin əsaslandırılması məqsədilə çoxlu sayda eksperimentlər aparılmışdır. Ancaq çap əlyazma mətnlərinin tanıma prosesi dünyanın bütün yerlərində hələ də araşdırılır. Daha çox bu sahə üzrə Asiya ölkələri (Yaponiya, Çin, Hindistan və s.) məşğul olur. Bunun isə əsas səbəbi həmin ərazidə çoxlu sayda dillərin və yaxud bir ölkədə çoxlu sayda əlifbanın olmasıdır.

DVÜ – obyektlərin müəllimlə klasifikasiyası üçün oxşar alqoritmlər çoxluğudur. DVÜ xətti klasifikasiya sinfinə aiddir. DVÜ-nün əsas xüsusiyyəti emprik xətaların sonsuz azalmasıdır (şəkil 1). DVÜ-nün əsas prinsipi şərti hər bir nümunəni müsbət (+1) və mənfi (-1) kimi işarələnmiş iki sinfi bir-birindən



Şəkil 1. İki sinfi fərqli xətlərlə ayırma mümkünlüyü.

maksimum məsafədə ayıran hipermüstəvinin tapılmasıdır [1,2].

DVÜ fəzadan asılı hesablama mürəkkəbliyini azaltmaq məqsədilə tətbiq olunsa da, qlobal optimallaşdırma zamanı parametrləri dəqiq öyrətmək imkanına malik deyil. Bəzən öyrədici nümunələr vasitəsilə öyrədilən dayaq vektorları öyrətmədə iştirak etməyən digər nümunələri klasifıkasiya etmək üçün yararlı olmur. Beləliklə, biz DVÜ-nün qlobal optimal klasifıkasiya üçün yaxşı nəticə göstərəcəyinə zəmanət verə bilmirik.

Bu halda müxtəlif klasifikatorlar kompleksindən istifadə olunması daha uğurlu nəticə verə bilər. Hansen və digərləri bunu aşağıdakı şəkildə əsaslandırmışlar [2]: tutaq ki, n sayda klasifikatordan ibarət kompleks $\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ və x test bazası verilib. Əgər klassifikatorlar identikdirsə, eyni verilən üçün onların tətbiqi yanlış olacaq, çünki onlar individual klasifıkator kimi nəticə göstərəcəkdir. Lakin əgər klasifıkatorlar müxtəlifdirsə onda onların xətaları korrelyasiya olunacaq və nəticənin dəqiqliyi artacaq.

Məqalədə Azərbaycan dilində çap əlyazma simvollarının tanınması üçün çoxsaylı təcrübələrin nəticəsinə əsasən informativ əlamətlər olaraq aşağıdakıları təyin olunmuşdur [4].

Bu əlamətlər simvol nümunələrinin 63x42 ölçüsündə normallaşdırıldıqdan sonra əldə edilir, ümumi sayı 41-ə bərabərdir:

- Simvolun qapalı oblastlarının sayı;
- Simvolun yerləşdiyi düzbucaqlıda müxtəlif istiqamətlərdə çəkilmiş düz xətlərin simvolla kəsişmə nöqtələrinin sayı;
- 9 bərabər hissəyə bölünmüş düzbucaqlı hissələrində simvolun piksellərinin yaratdığı fiqurun əyrilik radiusu;
- 9 bərabər hissəyə bölünmüş düzbucaqlıda olan tünd piksellərin sayı;
- Hər bir simvolun x və y oxları üzrə proyeksiyasının uzunluğu.

Eksperiment zamanı test bazasındakı simvolların 80 %-i öyrətmə üçün, 20 %-i isə öyrənmənin qiymətləndirilməsi üçün istifadə olunmuşur. Ən yaxşı nəticə DVÜ Bootstrap üsulu ilə tanıma zamanı əldə olunmuşdur. Bu zaman müəyyən hərflərin tanınmasında problemlərin meydana çıxmasına baxmayaraq, öyrətmə prosesi uğurla başa çatmış və son olaraq tanıma 93.8% olmuşdur.

İlkin əlamətlər üzərində aparılmış çoxsaylı təcrübələrin nəticəsi göstərir ki, DVÜ kompleksi yalnız çap əlyazma simvollarının tanınmasında deyil, həm də digər tanıma sistemlərinin qurulmasında uğurla istifadə edilə bilər.

Ədəbiyyat

1. Aydazadə K.R., Həsənov C.Z., Azərbaycan əlyazma hərflərinin dəstək vektorlar üsulü vasitəsilə tanınmasının təhlili, Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının xəbərləri, səh. 86-95, 2015
2. H. Brun, S.-W. Lee and Verri A. (Eds.). Applications of Support Vector Machines for Pattern Recognition: A Survey. SVM 2002, LNCS 2388, pp. 213-236. 2002.
3. Hyun-Chul Kim, Shaoning Pang, Hong-Mo Je, Daijin Kim, and Sung-Yang Bang. Support Vector Machine Ensemble with Bagging
4. Aliyeva N., Ismayilov E., “Hand printed recognition system using a fuzzy neural network”, Proceed. Inter. Sympozium INISTA, Kayseri, June, 2010.

TOKSİKİ MADDƏLƏRLƏ ZƏHƏRLƏNMƏLƏRDƏ MONİTORİNQİN TƏŞKİLİ

Mirzəzadə İ.H.
AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu, Azərbaycan
irada811@gmail.com

Dəm qazı, o cümlədən digər toksiki maddələrlə zəhərlənmənin vaxtında və düzgün diaqnostikası müalicə taktikasının seçilməsi üçün təməl təşkil edir. Bu zəhərlənmə prosesinin xüsusiyyəti diaqnostikadan dərhal sonra antidot terapiyanın aparılmasıdır. Lakin müalicənin aparılması ilə bərabər onun nə cür nəticələnəcəyini mütləq nəzərə almaq lazımdır. Bu zaman monitorinqin aparılmasına, yəni vaxtaşırı xəstənin müayinəsinə ehtiyac yaranır. Baxılan məsələ üçün monitorinqin məqsədi və funksiyası müalicədən sonra xəstənin vəziyyətinə müəyyən müddət nəzarət və uyğun müalicə taktikasını seçərək davam etdirməkdir, çünki zəhərlənmədən sonra baş verə biləcək fəsadlar sinir sistemi, ürək-damar sistemi ilə əlaqədardır. Monitorinqin aparılması üçün mühüm taktikadan biri zaman və zaman intervallarının müəyyənləşdirilməsdir. Zaman sıralarının analizi zamanı üç komponent ayırırlar: göstəricinin sistematik dəyişiklikləri; dövri dəyişən komponent; təsadüfi amillərin göstəriciyə təsiri nəticəsində yaranan təsadüfi komponent. Dəm qazı ilə zəhərlənmənin monitorinqinin aparılması üçün zaman sırası metodundan istifadə etmək aşağıdakı məqsədlər üçündür: hər hansı bir göstəricinin və ya göstəricilər qrupunun zaman boyunca dəyişməsinin aşkar edilməsi; göstəricilərin dəyişmə səbəbinin müəyyən edilməsi; göstəricilərin proqnozlaşdırıması. Göstəricinin dəyişməsinin dürüstlüyünün yoxlanması üçün biosntatistikanın qeyri-parametrik metodları olan Manna-Uitni, Vilkokson, Fridman, Klakson-Uollisin meyarlarından işdə istifadə edilir.

1. Manna-Uitni U-meyarı harada n_1 - birinci seçmənin sayı, n_2 - ikinci seçmənin sayıdır. İki ranq cəmindən ən böyüyü (T_x) müəyyən olunur.

$$U = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_x \cdot (n_x + 1)}{2} - T_x.$$

2. Vilkoksonun T-meyarı müalicədən əvvəl və sonra alınmış əlaqəli göstəricilər arasında fərqlərin qiymətləndirilməsi üçün istifadə olunur.
3. Fridman meyarı

$$S = \frac{12n}{k(k+1)} \sum_{j=1}^{k} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} r_{ij} - \frac{k+1}{2} \right).$$

Əgər $S < S_\alpha(n,k)$ onda 0-cı hipotez qəbul edilir (S_α cədvəl qiyməti).

4. Kruskal-Uollisi *H*-meyarı $x_1^{n_1} = \{x_{11}, \ldots, x_{1n_1}\}, \ldots, x_k^{n_k} = \{x_{k1}, \ldots, x_{kn_k}\}$. Ümumiləşdirilmiş seçmə $x = x_1^{n_1} \cup x_2^{n_2} \cup \ldots \cup x_k^{n_k}$ kimi olacaqdır. Bütün

$$N = \sum_{i=1}^{k} n_i \qquad H = \frac{12}{N(N+1)} \cdot \sum_i \frac{T_j^2}{n_j} - 3(N+1)$$

Harada N – seçmənin ümumi sayıdır, T_j – hər qrupda ranqların cəmi, n_j – j-cı qrupda müşahidə olunanaların sayı.

Əgər $H \geqslant H_\alpha$ olarsa, 0-cı hipotez rədd edilir (H_α cədvəl qiymətidir).

Aparılmış çoxsaylı eksperimentlər sübut etmişdir ki, monitorinq göstəricilərin zaman sıralarında dəyişmə dinamikasının müəyyən edilməsinə, onların içərisində yoxlanılması daha vacib olanların seçilməsində, müalicəyə pis tabe olanları aşkar etməkdə və, ən vacibi, izafi analizlərin aparılmamasına imkan vermişdir.

Ədəbiyyat

1. G.G.Abdullayeva, N.H.Qurbanova, İ.H.Mirzəzadə, R.H.Nağıyev. İnformasiya texnologiyaları: Toksikologiyada diaqnostika və monitorinq. ISBN: 978-9952-434-77-4. Bakı 2016. Səh. 90-95.

QEYRİ-STANDART MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİNDƏ QRAFİK TƏSVİRLƏRDƏN İSTİFADƏ EDİLMƏSİ

Mustafayeva F.F.
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin Şamaxı filialı, Azərbaycan
firide_mustafayeva.57@ mail.ru

Ulu öndərimiz Heydər Əliyevin “Təhsil millətin gələcəyidir” müddəası ilə özülü qoyulmuş milli təhsil siyasəti ölkəmizdə uğurla davam etdirilir.

Riyaziyyatdan metodik aədəbiyyatda məsələlər həll edilməsi üsuıluna görə standart qeyri standart məsələlərə bölünür. Standart məsələlərin həllində hazır düsturlardan, mürəkkəb olmayan mühakimələrdən istifadə edildiyi halda, qeyri-standart məsələlərin həllində, onların təhlil edilməsində və situasiyaların modelləşdirilməsində axtarıcılıq və yaradıcı mühakimə tələb olunur. İbtidai siniflərin riyaziyyat kursunda məhz belə məsələlərin həllində şagirdlər ciddi çətinliklə qarşılaşırlar. Lakin belə məsələlərdəki situasiyalara qrafik təsvirlərin tədbiq edilməsi həll prosesini əyaniləşdirir və şagirdlər üçün çətinlik yaratmır.

Qeyri - standart məsələlər təlimin müxtəlif mərhələlərində riyaziyyat dərsi prosesində, ev tapşırığı kimi müstəqil işlərdə və sinifdənxaric işlərdə şagirdlərə təklif edilir. Lakin onların nəticəsi heç də həmişə yüksək olmur.

Standart olmayan riyazi məsələlər həllini kiçik məktəblilərə iki mərhələdə öyrətmək lazımdır. Birinci mərhələdə belə məsələlər həllinə ümumi yanaşmaların çıxarılması və dərk edilməsi üçün ümumi hazırlıq işi aparılmalıdır. Bu zaman şagirdlər riyazi məsələnin həlli prosesinin mənimsəməsi vacibdir (məsələni oxumaq, nələrin məlum olduğunu, nəyi isə axtarmaq lazım gəldiyini ayırmaq və s.). Məsələnin hər bir həlli mərhələsində iş üsulları ilə tanış edilməlidir (əyani interpretasiyanın növləri, həllin axtarılması, məsələ həllinin yoxlanılması və s.) İkinci mərhələdə şagirdlər konkret məsələlər həllinin müstəqil axtarılması prosesində əldə edilmiş ümumi priyomları tətbiq edirlər.

Birinci mərhələdə işin necə aparılmasını təsvir edək. İşin aparılması metodikasını təsvirində ümumi əlamətə malik olan məsələlər ayrılır. Bu məsələlərin ilk mərhələsi müəllimin rəhbərliyi altında həll edilir. Bu həll digər məsələlərin həllinə kömək edəcək priyomun və ya həll üsulunun çıxarılmasına xidmət edir. Sonrakı məsələlərdə şagirdlər ifadə olunmuş priyomun tədbiq edilməsi ilə məşğul olur və bu üsulun və ya priyomun hansı hallarda tədbiq edilməsinin əlverişli olduğunu müəyyən etməyə çalışırlar.

Məsələ: Pəncərə üçün pərdənin eni $1m\ \ 20sm$ –dir. Birinci və sonuncu halqalar pərdənin kənarına düşməklə bir – birindən eyni məsafədə 6 halqa tikmək lazımdır. Halqalar arasında necə santimetr məsafə saxlamaq lazımdır?

Şagirdlər bu məsələyə aid sxematik şəkil cəkməyə başlayırlar. Onlar parçanın başlanğıcında birinci halqanın yerini qeyd edib istənilən uzunluqda parça ayırmaqla ikinci halqanın yerini qeyd edirlər, sonra birinci ayrılan parça uzunluqda parça ayırıb üçüncü halqanın yerini qeyd edirlər və, nəhayət, 6 halqa yeri qeyd edilənə qədər belə hərəkət edirlər. Şagirdlər alınan sxematik çertyojda 6 halqanın pərdəni böldüyü bərabər hissələri sayırlar.

Məsələnin sualına cavab vermək üçün pərdənin enini 5 bərabər hissəyə bölmək qalır: $120:5=24(sm)$ Həmin ideya bu seriyanın aşağıdakı məsələlərini müstəqil olaraq həll etdikdə şagirdlər tərəfindən istifadə olunur.

Qrafik təsvirlərin sayəsində məsələdəki riyazi əlaqələr və asılılıqlar şagirdlər üçün əyani mahiyyət kəsb edir, onlardan istifadə prosesində isə şagirdlərin məntiqi və riyazi təfəkkürü dərinləşir, möhkəmlənir və inkişaf edir.

Ədəbiyyat

1. Abbasov A.N., Əlizadə H.Ə. Pedaqogika: Pedaqoji ali məktəb tələbələri üçün dərs vəsaiti. Bakı: Renanas, 2000, 202 s.
2. Adıgözəlov A.S., Əhmədov İ.Q. İbtidai siniflərdə riyaziyyat təliminin xüsusi metodikası: dərs vəsaiti. Bakı: Mütərcim, 2001, 204 s.
3. Paşayeva Ü., Qurbanova L. Müasir riyaziyyat dərsliklərinin inkişafetdirici funksiyası // Kurikulum. 2011, №1 (13), s. 57-64
4. www.kurikulum.az

İBTİDAİ SİNİFLƏRDƏ ŞAGİRDLƏRİN FƏZA TƏSƏVVÜRLƏRİNİN İNKİŞAF ETDİRİLMƏSİNDƏ MODELLƏŞDİRMƏ

Novruzova X.T.
Bakı Slavyan Universiteti, Azərbaycan
novruzovaxumar@gmail.com

Uşaqlarda obrazlı təfəkkürü inkişaf etdirmək üçün onun qarşısına müxtəlif fikri məsələlər qoymaq, bunları sözlərlə izah etmək və onların həllinə nail olmaq lazımdır. Belə ki, müxtəlif elementli çoxluqlarla işləmək nəticəsində uşaqlarda aşağı siniflərdən obrazlı təfəkkürü inkişaf etdirmək olar. Uşaqlar cisimlərin mühüm əlamətlərini qeyri-mühüm əlamətlərindən ayıra bilmirlər. Məsələn, bütün dördbucaqlıların dörd tərəfi var. Bu xassə onları digər müstəvi fiqurlarından ayırır. Deməli, dördbucaqlıların ən mühüm xassəsi onların dörd tərəfinin olmasıdır.

Məktəb həndəsə kursunu qurarkən aşağıdakı idraki mərhələlər nəzərə alınmalıdır:

Obraz – təsəvvür – təsəvvürlər sistemi – anlayışa qədərki mərhələ.

Real aləmdəki obyektin münasibət və xassələrini özündə birləşdirən təsəvvürə fəza təsəvvürü deyilir. Bu, fəzanın görünən və ya təsvir olunan xassəsidir. Alimlər fəza təsəvvürünün iki növünü fərqləndirirlər: yaddaş obrazı və təxəyyül obrazı. Yaddaşın fəza təsəvvürü - əşyanı qavranıldığı kimi əks etdirir.

Modellərlə işləməyin bir üstünlüyü də ondadır ki, onların üzərində şagirdlərin mühüm elementləri mühüm olmayan elementlərdən ayırmaq bacarığı, mücərrədləşdirmək qabiliyyəti, inkişaf etdirilir və onlar bu modelləri təsvir etmək işinə hazırlaşırlar.

Model elə bir təfəkkür alətidir ki, onu tədqiqatçı özü ilə obyekt arasında qoyur və onun vasitəsilə
həmin obyektin onun üçün maraqlı olan xassələrini öyrənir. Modelləşdirmənin məhz bu xüsusiyyəti abstraktlaşdırma, analogiya, hipotez və digər təfəkkür metodlarının müxtəlif formalarını təyin edir. Modelləşdirməni zəruri edən səbəblər çox müxtəlifdir – həmin obyektlərin əlçatmaz olması, bu obyektlərin çox vaxt vəsait tələb etməsi və s.

Fəlsəfi nöqteyi-nəzərdən modelləşdirmə - ətraf aləmin dərk edilməsi üçün effektiv bir üsuldir. Bu üsul aşağıdakıların vacibliyini tələb edir:

- tədqiqat obyekti;
- qarşısına konkret məqsəd qoyulmuş tədqiqatçının varlığı;
- obyekt haqqında informasiya əldə etmək və qarşıya qoyulmuş məsələni həll etmək üçün modelin varlığı.

Tutaq ki, hər hansı «X» obyektini yaratmaq lazımdır. Bunun üçün biz maddi şəkildə və ya təfəkkürümüzdə «X» obyektinin modeli olan «Y» obyektini yaradırıq. «Y» obyektinin yaradılması mərhələsində bizə «X» obyekti haqqında müəyyən məlumatları bilmək lazım gəlir. Yaradılmış modelin imkanları ilə originalın müəyyən və əsas xüsusiyyətləri əks edilməlidir. Orijinal və modelin fərqli və oxşar cəhətlərinin olması ayrıca tədqiqat tələb edən bir işdir. Çunki bu, subyektiv şəkildə konkret məsələnin qoyuluşundan asılıdır. Lakin əgər model tamamilə orijinalın eynidirsə, artıq, o model olmaqdan çıxır. Yəni bu halda biz onu model hesab etmirik.

Riyazi modelləşdirmə mürəkkəb problemlərin həlli metodu olub, üç əsas yolla yaradılır:

1) real prosesin birbaşa tədqiqi nəticəsində - belə modellər fenomenaloji modellər adlanır;
2) deduksiya yolu ilə - bu halda alınmış model hər hansı ümumi modelin xüsusi halı kimi yaranır və asimptotik model adlanır.
3) İnduksiya yolu ilə - bu halda yaradılan model elementar modellərin ümumiləşməsi olur və ansambl modeli adlanır.

İbtidai sinif şagirdlərini informasiya aləminə daxil etmək üçün seçilən mövzular, istifadə edilən modellər şagirdlərin maraq dairəsinə uyğun olmalı, onlarda yaradıcı fəaliyyətin yüksəldilməsinə xidmət etməlidir.

Dərsi optimallamallaşdırma, intensivləşdirmə, fənlər və mövzulararası əlaqə yaratma, məntiqi, yaradıcı təfəkkürü inkişaf etdirmək və formalaşdırmaq, verilən biliyin məzmununu ötürmək məqsədi ilə müxtəlif təlim metodlarından – debatlardan, diskussiyalardan, qruplarla və cütlərlə işlərdən, əqli hücumdan, Vyen diaqramı, dəyirmi masa və s. kimi bir sıra metodlardan, didaktik oyunlardan və digər yaradıcı işlərdən istifadə olunur. Bütün bunlar təlim texnologiyalarından istifadə prosesinə daxildir və bu, dərsin təşkilində, dərsin gedişində, qiymətləndirmədə öz həllini tapan metoddur.

Ümumiyyətlə, şagirdlərin idrak fəaliyyətinin, məntiqi təfəkkürünün inkişaf etdirilməsində həndəsə məsələləri mühüm rol oynayır, çünki məsələ həlli prosesində çoxlu təfəkkür əməliyyatları tətbiq olunur. Verilmiş problemin təhlili, verilənlərlə axtarılanların müqayisəsi, fiqurların xassələrinin aşkar edilməsi, riyazi modelin hazırlanması, həllin yerinə yetirilməsi. Bütün bunlar şagirdlərdən yaradıcılıq fəallığı tələb edir. Bu fəallığı yaratmaq və şagirdlərdə həndəsə fənninə maraq oyatmaq isə müəllimin əsas vəzifəsidir.

PARABOLİK FUNKSİYALARIN QRAFİKLƏRİNİN ÖYRƏDİLMƏSİ TƏCRÜBƏSİNDƏN

Pələngov Ə.Q., Həmidova L.Q.
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin, Azərbaycan
leylahamid84@mail.ru

Son zamanlar ümumtəhsil müəsisələrində interaktiv (fəal) təlimə daha çox üstünlük verilir. Bu təlim metodu təhsilin keyfiyyətinin artırılmasına hərtərəfli imkanlar yaradır. Interaktiv təlim metodları müəllimlərə təkcə bilik ötürən kimi deyil, eyni zamanda biliklərin əldə edilməsinə istiqamət verənlər kimi yanaşılmasına zəmin yaradır. Müəllimlərin əsas fəaliyyəti şagirdlərin tədqiqatçı kimi formalaşmasına, onların özlərini realizə etmələrinə yönəlir. Fəal təlim metodlarının tədris prosesinə tətbiq edilməsi şagirdlərdə daim dəyişən şəraitə uyğunlaşmaq, sərbəst düşüncə və təfəkkür tərzinə yiyələnmək, bilikləri müstəqil mənimsəmək, problemin həlli üçün əməkdaşlığa hazır olmaq və bir sıra bu kimi əhəmiyyətli bacarıqların formalaşdırılmasına imkan yaradır.

Tədris prosesinin daha maraqlı və səmərəli keçirilməsi üçün bir sıra metodlar tətbiq olunur. Bu metodlar əsasən şagirdin marağını cəlb edərək mövzunun daha dərindən mənimsənilməsinə xidmət edir. Riyaziyyatın təlimi prosesində informativ biliklərin yaradıcı tətbiqinin əhəmiyyəti böyükdür. Təcrübədən məlumdur ki, riyaziyyat dərsində parabolik funksiyaların öyrədilməsi zamanı şagirdlər tez həvəsdən düşürlər. Çünki qrafiklərin çətinliklə qurulması, bəzən də səliqəsiz alınması onları tez yorur və dərsə marağı azaldır. Belə dərslərin keçirilməsində müəllim şagirdlərin daha çox hansı məsələlərə maraq göstərməyindən dərhal istifadə etməlidir. Belə metodlardan biri İKT-nin tətbiqi, yaradıcı tapşırıqların verilməsi şagirdləri bu işə həvəsləndirir. Burada müəllimin həm informatik bilikli olması, həm də pedaqoji ustalığı tələb olunur. Məsələn: milli kurikulum tələbi ilə kvadratik funksiyanın qrafikinin qurulmasını öyrədərkən dərsin fəaliyyət mərhələsində şagirdləri 5 qrupa bölmək və hər bir qrupa aşağıdakı tapşırıqları vermək olar. Bundan qabaq isə elektron lövhədə şəkli, nəzəri materialı və müvafiq tapşırıqları nümayiş etdirmək olar. Sonda Graph 4.2 proqramından istifadə edəcəyimizi və parabolanın qrafikinə əsasən kvadrat tənliyin tapılmasına tətbiqini verəcəyimizi elan edirik.

Qeyd edilənləri Graph 4.2. proqramında realizə etmək lazımdır. Bundan sonra proqramın interfeysi və xüsusiyyətləri göstərilir, müxtəlif parabolalardan maraqlı fiqurlar alınır. Bununla da şagirdlərdə dərsə maraq oyadılır.

Ədəbiyyat

1. Stephan H., Peter K. Information Technology Tomorrows Advantage Today. McGraw-HillCompanies, 1996.
2. Шелепаева А.Х. Поурочные разработки по инпорматике: 8 класс. – М.:ВАКО, 2012.
3. С.В.Симонович Общая информатика : [универс.курс] СПб.:Питер,2007

TƏHSİLDƏ İNFORMASİYA TEXNOLOGİYALARI

Qasımova G.İ., Mahmudazdə T.B.
Sumqayıt Dövlət Universiteti, Bakı Mühəndislik Universiteti, Azərbaycan
gqasimova@beu.edu.az

Hər sahədə olduğu kimi, təhsildə də informasiya və kommunikasiya texnologiyalarının (İKT) rolu artır. Respublikamızda bütün sahələrdə mütəxəssislərin informasiya və kommunikasiya texnologiyaları ilə işləmək və onlardan düzgün istifadə etmək bacarığına çox böyük önəm verilir. Qeyd edim ki, ümumilikdə təhsil sisteminin İKT əsasında təkmilləşdirilməsi informasiya cəmiyyətinin əsas xüsusiyyətlərindən biridir. Artıq təhsil sisteminin informasiyalaşdırılması ilə əlaqədar əsas hədəflər müəyyənləşdirilmiş, nəzərdə tutulan bir sıra tədbirlər artıq həyata keçirilmişdir. Əlamətdar hadisələrdən biri kimi deyə bilərik ki, Azərbaycan Respublikasının Təhsil Nazirliyi 2010-cu ili ölkəmizdə "Təhsildə İKT ili" elan etmişdi. Bu kompaniya çərçivəsində konfranslar, seminarlar, müxtəlif stimullaşdırıcı və həvəsləndirici aksiyalar, müsabiqələr həyata keçirilmişdir. Məktəblərin İKT avadanlığı, o cümlədən kompyuter, interaktiv lövhələr ilə təchizatı isə hal-hazırda da uğurla davam etdirilir.

Dünya təcrübəsi nəticəsində müəyyən olunmuşdur ki, İKT-dən istifadə etməklə qurulan müasir təhsil modeli məktəbin pedaqoji heyəti qarşısında da yeni tələblər və vəzifələr qoyur. Müəllimlər təkcə öz sahələrinə aid olan biliklərlə kifayətlənməməlidirlər. Onların həm də informasiya sahəsində yenidən təlim alması olduqca aktuallaşır. Artıq yeni nəslin müəllimlərindən uşaqların fərdi xüsusiyyətlərini nəzərə alan, şagirdlərin harmonik inkişafını uşaqların fərdi xüsusiyyətlərini nəzərə alan, şagirdlərin harmonik inkişafını mümkün edən texnologiyaları seçib tədrisdə tətbiq etmək tələb olunur.

İKT vasitələri öz geniş imkanları ilə təhsil prosesini xeyli sadələşdirir, onu dinamik və çevik edir. "Müəllim-şagird-dərslik" tədris modelinə kompyuterin əlavə edilməsi tədris proqramını fərdi proqram üzrə təşkil etməyə, uşağın dərsə marağını və istəyini stimullaşdırmağa imkan verir. Kompyuterlə aparılan dərslər uşaqlar üçün çox cəlbedici və yaddaqalan olur. Multimedia vasitələri, kompyuter tədris proqramları, avtomatlaşdırılmış öyrədici sistemlər, animasiya qrafikası, rəngarəng illustrasiyalar uşaqların idrak aktivliyinə müsbət təsir göstərir və yekun etibarilə şagirdlərin müxtəlif intellektual yarışmalarda göstərdikləri nəticələrin keyfiyyəti xeyli artır.

Tədris prosesində interaktiv lövhədən istifadə edilməsi dərsin əsas prinsiplərindən birini və onun əyaniliyini təmin edir. Elektron lövhənin sensorlu, yəni hissiyatlı səthinə xüsusi qələmlə və ya barmaqla yavaşca toxunmaqla onun üzərində kompüterdə mümkün olan bütün əməliyyatları interaktiv rejimdə aparmaq olar. "Ağıllı" lövhə, həmçinin kompüterə qoşulan mikroskop, skaner, rəqəmli fotoaparat, videokamera və s. qurğulardan alınan təsvirləri də proyektor vasitəsilə qəbul edə bilir ki, bu da məktəblərdə virtual laboratoriyaların təşkilində mühüm əhəmiyyətə malikdir. Şagirdlər istənilən kimyəvi reaksiyanın, fiziki, bioloji, coğrafi proseslərin izahını və video görüntülərini, müxtəlif cihazların, qurğuların, texniki vasitələrin işləmə prinsiplərini ekranda izləyə bilərlər. Bu isə şagirdlərin nəzəri metodoloji biliklərini, praktik bacarıq və təcrübələrini inteqrasiya etməklə tədrisi xeyli canlandırır, şagirdlərdə yaradıcı yanaşma, düşünmə, təşəbbüskarlıq, tədris materialını dərindən dərk etmə qabiliyyətini daha da artırır.

Artıq bir neçə ildir ki, Azərbaycanda da kompüter texnologiyasından istifadə olunur. Azərbaycanın Avropaya inteqrasiysından sonra bu sahədə işlər daha da gücləndirildi. Yaşadığımız dövrdə kompüter texnologiyasının təhsildə rolu çox genişdir. Beləliklə, dünyada, o cümlədən Azərbaycanda istər universitetlərdə, istərsə də məktəblərdə və digər təhsil ocaqlarında artıq bir çox dərslər kompüterlə idarə olunur.

Təhsil sahəsində İKT-dən düzgün istifadə etmək və bu bacarıqların təkmilləşdirilməsi yollarının araşdırılması olduqca vacib və əhəmiyyətli məsələdir. İKT biliyinə mükəmməl yiyələnməyin ən optimal yolu məhz orta məktəbdən keçir. Məktəb illərində bu texnologiyalara yiyələnmək informasiya cəmiyyəti quruculuğunda onların fəal iştirakını təmin etmiş olur.

İndi İKT yalnız təhsil prosesini təmin edən üsul deyil. İKT məktəblinin müstəqil qavrama qabiliyyətini təmin etmək üçün yeni imkanlar açır. Bununla əlaqədar olara, müəllimin də rolu dəyişir. O, təhsil prosesinin koordinatoru olur. Onun məqsədi məktəblilərdə qərar qəbuletmə bacarığını dəstəkləmək və inkişaf etdirmək, öyrənilən mövzuların məqsədini anlamaq və mühakimə etməkdir. İKT burada katalizator rolunu oynayır, onlar uşaqları yeni biliklərə sövq etməyə kömək edir.

Hazırda informasiya cəmiyyətinə istiqamətlənmiş yolu bəşəriyyətin gələcəyinə gedən yol kimi dəyərləndirmək olar. Bu gün respublikamızda təhsilin bütün pillələrində İKT-nin tətbiqi və ondan istifadə edilməsi, eyni zamanda İKT-nin özünün tədris olunması, şagirdlərdə müstəqil şəkildə informasiya toplamaq, analiz etmək və ötürmək qabiliyyətinin formalaşdırılması müasir dövrün tələbidir.

Ədəbiyyat

1. Azərbaycan Respublikasının Ümumtəhsil məktəbləri üçün Riyaziyyat fənni Təhsil proqramı (Kurikulumu), Bakı-2010.
2. Zülfiyyə Veysova. Fəal - interaktiv təlim. Müəllimlər üçün vəsait. UNİCEF, Bakı-2007.

HƏNDƏSİ MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİ ZAMANI RAST GƏLİNƏN ÇƏTİNLİKLƏR VƏ ONLARIN ARADAN QALDIRILMASI YOLLARI

Rzayev M.T., Əliyeva A. Ə.
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti, Azərbaycan
musa.rzayev.73@mail.ru

Orta məktəbin riyaziyyat təlimində həndəsə materiallarının öyrədilməsində müxtəlif təlim metodlarından istifadə edilir. Hər hansı təlim metodunun tətbiqi müəllimdən xüsusi bilik və bacarıq tələb edir. Məlum məsələdir ki, şagirdlər həndəsi biliklərin əldə edilməsində müəyyən çətinliklərlə rastlaşırlar. Bu gün biliklərin şagirdlər tərəfindən müstəqil əldə etməsini tələb edir. Həndəsi fiqurların qurulmasında, teoremlərin isbatında, nəzəri materialların paraktikaya tətbiqində qarşıya çıxan çətinlikləri dəf etmək üçün şagirdlərdə müstəqil düşünmə qabiliyyətini inkişaf etdirmək biz müəllimlərin qarşısında tələb kimi qoyulur. Qarşıya çıxan çətinlikləri dəf etmək üçün praktik çalışmalara xüsusi üstünlük vermək lazımdır. Həndəsi materialların dərindən dərk edilməsində məsələ həlli mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Aydın məsələdir ki, həndəsə elementlərinin öyrədilməsində əsasən üç növ məsələlərin həlli öyrədilir. Belə ki, hesablamaya, isbata və qurmaya aid məsələlər. Hesablamaya aid məsələlər, əsasən, aşağı siniflərdə tətbiq edilir. Məsələn: həndəsi fiqurların sahəsinin, perimetrinin, bucaqlarının dərəcə ölçüsünün müəyyən edilməsində hesab məsələlərinə üstünlük verilir. Belə olduqda şagirdlər öyrəndikləri nəzəri biliklərə əsaslanaraq məsələləri asanlıqla həll edirlər. Digər tərəfdən həndəsi məsələlərin həllində düsturlardan istifadə edilir ki, bu da tətbiqə yol açır. Həndəsi məzmunlu hesab məsələləri mürəkkəbliliyinə görə müxtəlif olur, bunlar standart və yaradıcı məsələlər arasında şərtlənir. Bunlar elə məsələlərdir ki, onlar vasitəsilə şagirdlərin təlimdəki müvəffəqiyyətinin səviyyəsini qiymətləndirmək olur. Təlim prosesində bu məsələlərin sadədən mürəkkəbə doğru addımının gözlənilməsi də vacibdir.

Həm "yaradıcı məsələdə", həm də "tədqiqat məsələsinində" elə üsul və qaydalar ola bilər ki, onu şagirdlər əlavə mənbədən öyrənməlidir, bunu müəllim əvvəlcədən istiqamətləndirməlidir.

Hazırda çoxlu sayda müxtəlif dərsliklər və məsələ kitabları, test nümunələri mövcuddur ki, onların hər birində həndəsi anlayışlarına, qaydaların müxtəlif simvolikasına, izahına rast gəlirik. Bunun üçün şagirdlərə əvvəlcə qəbul edilmiş "əsas nəzəri materialın məzmunu", sonra "terminlər və simvollar" öyrədilməlidir.

İsbata aid məsələlərin həllində şagirdlər bir sıra çətinliklərlə rastlaşırlar. Bunun ilkin səbəbi odur ki, uşaqlar həndəsə materiallarını öyrənərkən, yəni teoremləri, tərifləri və qaydaları öyrənməklə kifayətlənirlər. Öyrəndikləri teoremlərin isbatını öyrənməkdə çətinlik çəkirlər. Bu da isbata aid məsələlərin həllində özünü göstərir. Bu çətinlikləri aradan qaldırmaq üçün müəllim sistemli iş aparmalıdır. Öyrənilən hər bir teoremə aid "asandan-çətinə" prinsipi gözlənilməklə kifayət qədər həm tədqiqat xarakterli, həm tətbiq xarakterli məsələlər müstəqil yerinə yetirilməlidir. Şagird tam özünə inana qədər bu işi davam etdirmək lazımdır.

Üçüncü qrup məsələlər isə qurma məsələlərdir. Qurma məsələlərinin həllinə VII sinifdən başlayaraq öyrədilir. Qurma məsələlərini dərindən başa düşən şagirdlər gələcək həndəsə elementlərini öyrənməkdə çətinlik çəkmirlər. Bu tip məsələlərin həllində də müəllimin üzərinə böyük yük düşür. Burada, əsasən, analiz və sintez metodlarından istifadə edilir ki, bunun da hər bir detalına toxunulmalıdır. Bu növ məsələlər, şagirdlərdə riyazi fəaliyyətin formalaşdırılması və riyazi fəaliyyətlərinin əsasında duran sintetik fəaliyyətlərin əsasını təşkil edir.

Bunlarla yanaşı, digər tip məsələlərin həlli də şagirdlərə öyrədilir. Belə ki, tədqiqat xarakterli, özünənəzarət məsələləri və s. Bu məsələləri həll etməklə şagirdlər, ancaq şərtə əsasən nəticə çıxarmağı yox, bu nəticəyə gəlməyin səbəblərini izah edirlər. Bu məsələlər bir qrup şagird üçün çətinlik yarada bilər. Çətinliklərə baxmayaraq, şagirdlərin hərtərəfli fəliyyətini bərpa edir. Həndəsi məsələlərin həllində fəndaxili və fənlərarası əlaqələrin rolu da böyükdür. Həll olunan məsələləri həyatla əlaqələndirdikdə öyrənilən elmə uşaqlarda xüsusi maraq yaranır. Əgər elmə maraq yaratmaq mümkün olarsa, istədiyimizə nail ola bilərik.

Qeyd edildiyi kimi, orta ümumtəhsil məktəblərində məsələ həlli vasitəsilə nəzəri biliklərin öyrədilməsi ən yaxşı metodlardan hesab edilir. Məsələ həlli prosesində şagirdlərin hərtərəfli inkişafına şərait yaradılır. Məsələ həlli prosesində müasir təlim metodlarından istifadə daha məqsədəuyğun olur.

Ədəbiyyat

1. Adıgözəlov A.S., Əliyeva T.M. Orta məktəbdə riyaziyyatın tədrisi metodikası. Ümumi metodika. I və II h. Bakı, 1993.

2. Abbasov R.Z., Üçbucağa aid məslələrin səmərəli həlli. B., 1998.

3. Əsgərov K., Axundov S. Elementar həndəsə. Bakı, 1974.

4. Гусев А.А., Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по элементарной математике. Геометрия. Москва, 1992, 352 с.

RİYAZİ MƏSƏLƏLƏRİN MÜRƏKKƏBLİK VƏ ÇƏTİNLİK XARAKTERİSTİKASI

Rzayev M.T., Həsənova X.S.
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti, Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan
musa.rzayev.73@mail.ru

Məktəb riyaziyyat təhsili təcrübəsində bu və ya digər riyazi məsələnin mürəkkəbliyinin və ya çətinliyinin qiymətləndirilməsi müəllimlər (həmçinin metodistlər və dərs vəsaitləri müəllifləri) tərəfindən aparılır. Onlar tərəfindən bu qiymətləndirmə özlərinin şəxsi bilikləri və təcrübələri ya da məsələnin obyektiv qiymətləndirilməsinə əsaslanır.

Tədqiqatların gedişində icra edilən tənqidi analiz əsasında aşağıdakı müddəaları çıxarmaq olar:

1) Məsələnin mürəkkəbliyini və ya çətinliyini fərqləndirmək lazımdır.
2) Məsələnin mürəkkəbliyi məsələnin strukturundan asılı olub, onun obyektivlik xarakteristikasıdır.
3) Məsələnin çətinliyi, məsələni həll edənin fəaliyyətinin xüsusiyyətlərini əks etdirən subyektiv faktorlar külliyatıdır.
4) Bu iki parametrə əsasən (həmçinin riyazi vasitələrlə) məsələnin qiymətləndirilməsi kriteriyasının müəyyən edilməsi alqoritmik həll üsuluna əsaslanan ənənəvi xarakterli riyazi tədris məsələlərinə tətbiq oluna bilər.
5) Bu problemin psixoloqlar, didaktiklər və riyaziyyatçılar qrupu ilə birlikdə mütəxəssislərin kompleks tədqiqatına ehtiyacı var.

Xüsusi tədqiqat aparmadan bu problemlə bağlı bəzi mülahizələr irəli sürmək olar. Ən ümumi mənada mürəkkəblik məsələnin obyektivlik xarakteristikası, çətinlik isə onun subyektiv xarakteristikası olub, bu xarakteristika məsələni həll edən subyektdən və onun məsələni həll etməyə razılıq verməsindən asılıdır.

İlk növbədə məsələnin özünün mürəkkəbliyi məsələnin həllinin mürəkkəbliyindən, həmçinin məsələnin özünün çətinliyinin onun həll prosesinin çətinliyindən fərqləndirmək lazımdır.

Məsələnin mürəkkəbliyi dedikdə, biz, əslində, məsələ sisteminin mürəkkəbliyini nəzərdə tuturuq. Başqa sözlə, elementləri arasında əlaqələrin və xarakterik xassələrinin sayı, həmçinin onların altçoxluqları arasında əlaqələrin sayı nəzərdə tutulur. Məhz bu əlaqələr əsasında *P*-məsələ sistemi özünü sistem kimi təqdim edir. Məsələnin həllinin mürəkkəbliyi isə, əslində, P_x-sistemindən *P*-sisteminə keçidin xarakteri kimi başa düşülür, yəni problemlilik halından stasionarlıq halına keçid başa düşülür.

Məsələnin çətinliyi dedikdə, ilk növbədə, P_x-sistemi ilə *P*-sistemi arasında kontakt yaratmağa imkan yaradan şərtlər başa düşülür.

Məsələnin həlli prosesinin çətinliyi dedikdə, əslində, subyektlə P_x-sistemi arasında qarşılıqlı əlaqənin xarakteri, P_x-sistemindən *P*-sisteminə keçidin həll prosesində üzə çıxan (təzahür edən) şərtlər daxilində həyata keçirilməsinin mümkünlüyü nəzərdə tutulur.

Aşkardır ki, məsələnin çətinliyi həm də məsələnin mürəkkəbliyindən və məsələnin həlli prosesinin mürəkkəbliyindən də asılıdır. Mürəkkəblik və çətinlik subyektin P_x-sistemi ilə qarşılıqlı əlaqələrinin müxtəlif mərhələlərində təzahür edir. Məsələn, çətinlik məsələnin mənasının başa düşülməsində onun şərtinin analiz edilməsi prosesində və s. qarşıya çıxır. Mürəkkəblik isə ortaq tapılmış həllin praktik fəaliyyətdə həyata keçirilməsində, ya da artıq həllin konkret nəticəsinin doğruluğunun yoxlanmasında qarşıya çıxa bilər.

Məktəb riyazi təhsil təcrübəsində şagirdlərə təklif olunan tədris riyazi məsələlərinin qabaqcadan qiymətləndirilməsi məqsədəuyğundur. Metodiki baxımdan düzgün qoyulmuş tədris məsələlərində çətinlik dərəcəsini, həmçinin metodiki olaraq düzgün təşkil olunmuş həll prosesində həlli tənzimləmək mümkündür. Bu halda şagirdlər müstəqil olaraq bu işi icra edə bilərlər. Qeyd edək ki, məsələnin özünün çətinliyi, həmçinin həll prosesinin çətinliyi, məsələnin mürəkkəbliyi və məsələ həlli prosesinin mürəkkəbliyi ilə müqayisədə şagirdlər üçün nisbətən asandır və həm də şagirdlərin riyazi təfəkkürünün inkişafı daha çox təsviri baxımdan səmərəlidir.

Məsələnin mürəkkəbliyi onun formal xarakteristikası olub məsələnin həlli axtarışı prosesinin strukturu ilə təyin olunur. Mürəkkəblik üçün hətta ədədi xarakteristika tapmaq qaydası verilmişdir. Daha doğrusu, mürəkkəbliyin hesablanması üçün düstur da var. Bu düsturun dəyişənləri, yuxarıda qeyd olunduğu kimi, həll prosesinin elementləri arasındakı aşkar və qeyri-aşkar əlaqələrdir.

Məsələnin çətinliyi xarakteristikasına gəldikdə isə, çətinlik subyektiv xarakteristikadır, yəni məsələni həll edəndən asılıdır. Bu, o deməkdir ki, çətinlik dərəcəsi nisbi anlayışdır və bu, məsələnin kim tərəfindən həll edilməsindən (subyektdən) asılıdır. Çətinlik məsələnin problemliliyindən asılıdır. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, problemlilik məsələnin xarici (informasiya) strukturunun atributudur. Çətinlik şagirdin yaddaşının həcmi və cəldliyindən (çevikliyindən), onun keçmiş təcrübəsindən, sağlamlıq vəziyyəti və digər faktorlardan asılıdır. Ona görə də bir şagird üçün çətin olan məsələ digər şagird üçün asan ola bilər. Məsələn: "Kordinat düz xətti" mövzusuna aid olan çox sadə bir məsələyə baxaq: "Bütün Roma imperatorlarının xronoloji qayda ilə saymalı".

Bu məsələnin alt məsələsi yoxdur və ona görə də o, minimal çətinlik səviyyəsinə aid edilə bilər. Halbuki bu məsələ kifayət dərəcədə çətindir, hətta praktik olaraq həll olunmayandır. Çünki şagird üçün yeganə mənbə tarix dərsliyidir. Lakin bu məsələ ev tapşırığı kimi asan məsələlərə çevrilir. Çünki bu halda ensiklopediyadan da istifadə etmək imkanı yaranır və məsələnin çətinlik dərəcəsi aradan qalxır. Sinif şəraitində isə internetə müraciət etmək imkanı olduqda bu məsələ o dərəcə primitivləşir ki, hətta onu həll etmək mənasını itirir. Bu halda məsələnin mürəkkəblik dərəcəsi sıfıra bərabərdir. Ümumiyyətlə, tədris məsələlərinə təlim nəticələrinin planlaşdırılması baxımından yanaşdıqda obyektivlik xarakteristikası artma qaydasında çətinlik, səviyyə, mürəkkəblik ardıcıllığı qaydasına uyğundur.

Beləliklə, məsələnin özünün çətinliyi və həll prosesinin çətinliyi məsələnin subyektiv xarakteristikaları olub, çoxlu faktorlardan (subyektdə olan faktiki bilik ehtiyatından, bu biliklərin dərinliyi və ümumiliyindən, onun intellektual və praktik bacarıqlarından, məsələ həlli üzrə təcrübəsindən, məsələ həllinə maraq səviyyəsindən və s.) asılıdır.

Ədəbiyyat

1. Adıgözəlov A.S. Orta məktəbdə riyaziyyatın tədrisi metodikası. Bakı, 2006.
2. Quliyev Ə.A. Riyaziyyat təlimində ümumiləşmə. Bakı, 2011.
3. Tahirov B.Ö., Namazov F.M. və başqaları. Riyaziyyatın tədrisi üsulları. Bakı, 2007.
4. Azərbaycan Respublikasında ümumi təhsilin Konsepsiyası (Milli Kurikulum). // Kurikulum, 2008, №1.
5. Гусев А.А. Каким должен быть школьной геометрии. «МШ» (ж), М:, 2002, №3.
6. Грейзер Г.Д. Каким быть школьному курсу геометрии. «МШ» (ж), М:,1991, №1.

RİYAZİYYATDAN MƏSƏLƏ HƏLLİ PROSESİNDƏ COĞRAFİYA XƏRİTƏLƏRİNİN RİYAZİ ƏSASLARININ ÖYRƏNİLMƏSİ

Səfərli İ.S., Əhmədova K.Ş.

Sumqayıt Dövlət Universiteti, Z.Əliyeva adına texniki təmayüllü lisey, Azərbaycan

i.safarli@mail.ru, lisey2008@gmail.com

Riyaziyyat təliminin coğrafiya ilə əlaqələndirilməsi və elmi biliklərin inteqrasiyası prosesində məsələ həllinin mühüm əhəmiyyəti vardır. Ümumtəhsil tam orta məktəblərində riyaziyyatın təliminin inteqrasiyasının ən mühüm vasitələrindən biri məqsədyönlü şəkildə seçilmiş məsələlərin həll edilməsidir. Bu məqsədlə seçilən məsələlər bir sıra didaktik funksiyalara malik olmalı, bu funksiyalar müəllim tərəfindən proqram materialları ilə uzlaşdırılmalıdır. Beləliklə, seçilən tədris məsələləri aşağıdakı məqsədlərə xidmət edə bilər:

1. Müəyyən nəzəri biliyin öyrədilməsinə xidmət edən məsələlərin həlli;
2. Müəyyən anlayışın və ya xassənin öyrənilməsinə xidmət edən məsələlərin həlli;
3. Öyrəniləcək obyektin əsas və köməkçi xassələrinin aşkar edilməsinə xidmət edən məsələlərin həlli;
4. Riyaziyyatdan nəzəri biliklərin verilməsinə xidmət edən məsələlərin həlli;
5. Öyrənilmiş nəzəri biliklərin (xassə və qaydaların) təcrübəyə tətbiqinə aid məsələlərin həlli;
6. Şagirdlərdə ölçmə, qurma və hesablama vərdişlərinin inkişafına xidmət edən məsələlərin həlli;
7. İqtisadi, coğrafi, tarixi və s. Biliklərin verilməsinə xidmət edən məsələlərin həlli;
8. Şagirdlərin ümumi riyazi inkişafına xidmət edən və standart olmayan düşündürücü məsələlərin həlli.

Coğrafiya kursunda öyrənilən bir çox anlayışların şüurlu və hərtərəfli öyrənilməsində, tətbiq edilməsində riyaziyyatdan məsələ həllinin əhəmiyyəti əvəzsizdir. Adətən, belə məsələlərin həllində riyazi qanunauyğunluqlardan və hesablamalardan istifadə olunur. Belələrinə plan və xəritələrin təsvirində istifadə edilən miqyas, xəritə üzərində məsafənin, ərazinin sahəsinin, azimut bucağının, məntəqənin coğrafi koordinatının, saat qurşaqlarının, günəş şüalarının düşmə bucağının, atmosferdə temperaturun, təzyiqin, nisbi və mütləq rütubətin, hidrosferin, cayın meyilliyinin, çayın su sərfinin, əhali sıxlığının tapılması və digər məsələlər daxildir. Həmin məsələlərdəki anlayışlar arasında verilən riyazi münasibətlər coğrafiya kursunda şagirdlər tərəfindən müəyyən edilə bilmir. Bunun nəticəsində anlayışlar arasındakı münasibətlər səthi və qeyri-elmi şəkildə formalaşır. Riyaziyyat dərslərində həmin münasibətləri əks etdirən coğrafi məsələlərin həll edilməsi belə vəziyyətin aradan qaldırılmasına kömək edir. Riyaziyyat dərslərində coğrafi məzmunlu məsələlər həlli, riyaziyyat və coğrafiya müəllimlərinin əlaqəli işləməsi hər iki fənn üçün faydalıdır.

Miqyasa məktəb riyaziyyat kursunun təlimində digər fənlərdən daha artıq müraciət olunur. Miqyas həndəsədə fiqurların müstəvi üzərində çəkilməsində, ədədlərin ədəd oxu üzərində təsvirində; cəbrdə funksiyaların qrafiklərinin qurulmasında, məsələlərin qrafik üsulla həllində, verilmiş çertyoja əsasən torpaq əraziləri sahəsinin ölçülməsində və s. tətbiq edilir.

İşdə miqyasa aid məsələlərin həll üsulları, xəritə üzərindəki təsvirinə görə ərazinin həqiqi sahəsinin tapılması, miqyasdan asılı olaraq uzunluq və sahənin xəritə üzərindəki təsviri və həqiqi qiymətləri arasında bəzi münasibətlər, azimut bucağına aid məsələlərin həlli üsulları, gəminin (təyyarənin) hərəkət istiqamətinin təyin edilməsi, dərəcə toru və coğrafi koordinatlar, yerin öz oxu ətrafında fırlanması, yerin günəş ətrafında fırlanması və onun coğrafi nəticələri, atmosfer, hidrosfer, litosfer, əhali coğrafiyasına aid məsələlərə aid nümunələrin həlli üsullarına baxılır.Riyaziyyat dərslərində coğrafi məsələlərin həll edilməsi:

- anlayışlar arasındakı münasibətlərin nəzəri əsasları şagirdlər üçün aydınlaşır, mücərrəd riyazi anlayışları nümayiş etdirmək üçün şərait yaranır;
- coğrafiya kursunda əldə edilən riyazi məlumatlar, informasiyalar dəqiqləşir, şagirdlərin bilik və bacarıqları formal və əsaslandırılmış olur;
- təlimin belə təşkili hər iki fənnin öyrənilməsinə şagirdlərin idrak marağını artırır, riyaziyyatın materialist xarakterinin aşkar edilməsinə kömək edir, onlarda materialist dünyagörüşünü formalaşdırır;
- riyaziyyat dərslərində coğrafi məzmunlu məsələlərin həlli şagirdlərin intellektual səviyyəsinin inkişafına, təlimin keyfiyyəti və səmərəsinin yüksəlməsinə nail olmağa geniş imkanlar verir.

Ədəbiyyat

1. Səfərli İ.S. Məktəbdə riyaziyyatın coğrafiya ilə əlaqəli öyrənilməsi imkanları. //Azərbaycan Texniki Universiteti, Elmi əsərlər, fundamental elmlər seriyası, №3, cild III(11), Bakı, 2004, səh.121-123.

FUNKSİYANIN LİMİTİ VƏ KƏSİLMƏZLİYİ ANLAYIŞLARININ ÖYRƏDİLMƏSİ VƏ TƏTBİQİ

Səfərli İ.S.
Sumqayıt Dövlət Universiteti, Azərbaycan
i.safarli@mail.ru

Funksiyanın limiti və kəsilməzliyi mühüm anlayışlar sırasına daxildir. Onlar funksiyanın nöqtədə törəməsi, törəmənin həndəsi mənası və fiziki mahiyyətinin aşkar edilməsi, bərabərsizliklərin və bəzi tənliklərin həllinin əsaslandırılması, harmonik rəqslər, inteqral anlayışının daxil edilməsi və s. kimi məsələlərin və faktiki olaraq kursun sonrakı əksər hissəsinin şərhində istifadə olunur. Ona görə də bu anlayışların mənimsənilməsindəki çatışmazlıqlar materialın sonrakı öyrənilməsini çətinləşdirir. Şagirdlər bir qayda olaraq, limitlərin elementar hesablama qaydasını mənimsəyirlər, lakin nöqtədə funksiyanın limitini düzgün hesablaya bildikləri halda, uyğun funksiyanın qrafikini bu nöqtənin ətrafında sxematik təsvir etməkdə çətinlik çəkirlər. Funksiyanın hazır qrafikinə əsasən şagirdlər aşağıdakı kimi suallara mükəmməl cavab verə bilmirlər:

- $x \to a$ olduqda verilmiş funksiyanın limiti varmı?
- $x = a$ nöqtəsində funksiya kəsilməzdirmi?

Riyaziyyat tədrisi gedişinin müşahidələri, aparılan eksperimentlər təsdiq etməyə imkan verir ki, şagirdlərin biliklərindəki çatışmazlıqların səbəbləri yalnız bu anlayışların özlərinin mürəkkəbliyində deyil, həm də ümumtəhsil orta məktəblərində bu çətin məsələlərin şərhi təcrübəsinin kifayət qədər olmamasıdır. Bir sıra müəllimlər tədrisin elmiliyinin azaldılmasında günahlandırılmaqdan qorxaraq bu materialın ali məktəb kursunda qəbul olunmuş şərhini yamsılamağa başlayırlar: sol və sağ limit anlayışları daxil edirlər. Tərifə görə, $x \to a$ olduqda b ədədinin $f(x)$-in limiti olmasının isbatına aid çalışmalara çox diqqət yetirirlər, limit və kəsilməzlik anlayışlarının əyani mahiyyəti çox vaxt kölgədə qalır. Bu və bunun kimi digər misallar güman etməyə imkan verir ki, ayrı-ayrı müəllimlər anlayışların formalaşdırılması məsələsini anlayışın tərifinin mənimsənilməsi məsələsi ilə qarışdırırlar.

Qeyd olunan çatışmazlıqların aradan qaldırılması yollarından biri öyrənilən materialın əyani mahiyyət tərəflərini açmağa imkan verən yanaşmaların axtarılmasından ibarətdir. Çox vaxt müəllimlər limit haqqındakı məsələlərin şərhini sürətlə başa vurub törəmənin öyrənilməsinə keçirlər. Bu zaman onlar belə hesab edirlər ki, limit anlayışı köməkçidir, həm də törəmənin əyani mahiyyəti hamıya məlumdur və ona görə də həm şagirdlər, həm də müəllim üçün asandır. Bununla bərabər, limit anlayışının və onunla əlaqədar olan kəsilməzlik anlayışının əyani mahiyyəti heç də az "parlaq" deyildir. Bunları nəzərə alaraq, funksiyanın limiti və kəsilməzliyi anlayışlarının təlimində aşağıdakı mülahizələrin əsas götürülməsi faydalıdır:

- funksiyanın limiti və kəsilməzliyi anlayışları əvvəlcə əyani-intuitiv təsəvvürlər əsasında formalaşmalıdır, yəni mahiyyətin əyanilikdən və şagirdlərin əvvəlki təcrübəsindən istifadə etməklə aydınlaşdırılması limitin formal-məntiqi tərifinin daxil edilməsini qabaqlamalıdır. Anlayışın mənimsənilmə səviyyəsinin qiymətləndirilməsi də buna uyğun olaraq nöqtədə funksiyanın limitinin və ya nöqtədə funksiyanın kəsiməzliyinin tərifini söyləməsi bacarığı ilə deyil, "tanıma" səviyyəsində, yəni şagirdlər konkret hallarda nöqtədə funksiyanın limiti varmı, funksiya bu nöqtədə kəsilməzdirmi və i.a. kimi suallara cavab verməlidirlər;
- nöqtədə funksiyanın limiti və funksiyanın kəsilməzliyi anlayışları öyrənmənin əvvəlindən qarşılıqlı əlaqədə daxil edilməli və onlar arasındakı münasibətlər açılmalıdır;
- nöqtədə funksiyanın kəsilməzliyinin tərifi kəsilməz funksiyanın xarakteristik xassəsi əsasında formalaşdırılır: x_0 nöqtəsində funksiya kəsilməz olduqda arqumentin bu nöqtədəki qiyməti az dəyişdikdə funksiyanın qiyməti də az dəyişir, başqa sözlə, $x \approx x_0$ olarsa, $f(x) \approx f(x_0)$ olur.

Limit və kəsilməzlik anlayışlarının hazırlıq işi üçün aşağıdakı növ çalışmaların yerinə yetirilməsi faydalıdır:

1) $f(x) = a$; 2) $f(x) > a$; $f(x) < a$; 3) $f(x) > f(x_0)$; $f(x) \leq f(x_0)$; 4) $|f(x) - a| < \varepsilon$; 5) $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ olduqda funksiyanın qrafikinə əsasən x-in qiymətləri çoxluğunu göstərin. Belə çalışmaları konkret qrafiklər üzərində a, ε, x_0-in konkret qiymətlərində nəzərdən keçirmək lazımdır. Tapşırıqlar mürəkkəbliyin artması sırası ilə verilməlidir. Onlardan ən mühümü sonuncu tapşırıqdır. Onun başqa şəkildə ifadələrini də şagirdlərə təklif etmək lazımdır.

Bu çalışmaları araşdırdıqda aşağıdakı üç təklifin ekvivalentliyini şagirdlərin diqqətinə çatdırmaq lazımdır:

"$|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$", "$f(x)$-in qiymətləri $f(x_0)$-ın ε radiuslu ətrafında yerləşir", "$f(x) \approx f(x_0)$ bərabərliyi ε dəqiqliklə ödənilir".

Hər şeydən əvvəl qeyd edək ki, məktəb riyaziyyat kursunda kəsilməzlik anlayışı təyin oblastı ya aralıq, ya da aralıqların birləşməsindən ibarət olan funksiyalar üçün nəzərdən keçirilir. Buna görə funksiyanın kəsiməzliyinin sadə əyani mahiyyəti vardır: əgər funksiyanın qrafiki $x = x_0$ olduqda qırılmırsa, başqa sözlə qələmi kağızdan ayırmadan qrafiki bu nöqtədən keçirmək mümkündürsə, onda funksiya x_0 nöqtəsində kəsilməzdir.

AN ALGORITHM FOR A SPECIAL CASE OF THE SEQUENTIAL PARTIALLY COVERING PROBLEM

Nuriyeva F.
Dokuz Eylul University, Turkey
fidan.nuriyeva@deu.edu.tr

A Sequential Partially Coved Problem (SPCP) is a sub problem of the Band Collocation Problem (BCP) [1]. The aim of the BCP is to minimize hardware costs by organizing network traffic using wavelength division multiplexing (WDM) system [1].

Sequential Partially Covered Problem was firstly introduced at the (TAAC 2015) [2] and generalization of the problem is given in [3].

In this paper, an algorithm for a special case of the problem is proposed. A problem can be defined as follows: Let $A[m]$ be a sequence with m elements such that $A(i) \in \{0,1\}$, $i = 1, 2, \ldots, m$. Let S_l be a cover with 2^l cells where $l = 0,1,\ldots,k$, $k = \lfloor \log_2 m \rfloor$. Let $d(S_l)$ and $p(S_l)$ be the size and value of S_l and $d(S_l) = 2^l$ and $p(S_l) = p_l$ with $l = 0,1,\ldots,k$ respectively. The aim is to cover all elements of $A[m]$ equal to "1" with a minimum cost.

A proposed method for the problem is as follows:

Step1. Find the number of sequential "1"s and write it in a binary system.

Step 2. According to this representation, determine the covers as follows: Select the covers which have equivalent dimenison to the number of the digit including "1"s in representation.

Step 3. After finding a cover of sequential "1"s, find the whole cover of the sequence of $A[m]$.

For example, if there is a group consisting of 5 sequential "1" s in the $A[m]$, that group will be covered with $S_2 + S_0$, because, $5_{10} = (101)_2 = 1\times 2^2 + 0\times 2^2 + 1\times 2^0 = 4 + 0 + 1 = 2^2 + 2^0 = S_2 + S_0$

Similarly,

$$7_{10} = (111)_2 = 1\times 2^2 + 1\times 2^2 + 1\times 2^0 = 4 + 2 + 1 = 2^2 + 2^1 + 2^0 = S_2 + S_1 + S_0$$

$$6_{10} = (110)_2 = 1\times 2^2 + 1\times 2^2 + 0\times 2^0 = 4 + 2 + 0 = 2^2 + 2^1 + 0 = S_2 + S_1$$

Solution of an example: Let,

$A =< 0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,0,1,1,1,1,0,1,1,1,1,1,0,0,1,1,1,1,1,1,0,1,1,1,1,1,1,1,0,1,1,1,1,1,1,1,1,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1 >$

Covers will be as follows: $S_0 + S_1 + (S_1 + S_0) + S_2 + (S_2 + S_0) + (S_2 + S_1) + (S_2 + S_1 + S_0) + S_3 + (S_3 + S_0)$

So the solution of the problem will be as

$$A =< 0,\overline{1},0,\overline{1,1},0,\overline{1,1},\overline{1},0,0,\overline{1,1,1,1},0,\overline{1,1,1,1},\overline{1},0,0,\overline{1,1,1,1},\overline{1,1},0,\overline{1,1,1,1},\overline{1,1},\overline{1},0,\overline{1,1,1,1,1,1,1,1},0,\overline{1,1,1,1,1,1,1,1},\overline{1} >$$

Theroem: If the following conditions are satisfied in the Sequential Partially Covered Problem, then the algorithm mentioned above will find the optimal solution in $O(m)$ steps.

$$2c_i > c_{i+1},\ i = 0, 1, 2, \ldots, (k\text{-}1), \tag{1}$$

$$c_{i+1} > \sum_{j=0}^{i} c_j,\ i = 0, 1, 2, \ldots, (k\text{-}1), \tag{2}$$

$$S_l = \bigcup_{j\in\{1,\ldots,(l-1)\}} S_j,\ \forall l \in \{1,2,\ldots,k\} \tag{3}$$

Proof: Considering the conditions (1) - (3), we can write the followings:

A) Different covers for each group of "1"s can be chosen according to equation (3). Covers that are selected in Step 2 of the proposed algorithm will require minimum cost according to the equation (1).
B) According to the inequality of (2), any cover selection that is different than the cover which is found in the 3rd step of the algorithm will be more costly.

The complexity of the algorithm will be $O(m)$, since only sequential "1" s and its covers are determined.

NOTE: We can generate the numbers that satisfy conditions (1) - (3) by choosing different values of α, if the values of c_i (i = 1, 2, ..., k) are determined with the following expression.

$$c_{i+1} = \sum_{j=0}^{i} c_j + \left(2c_i - \sum_{j=0}^{i} c_j\right)\Big/\alpha = \left(\sum_{j=0}^{i} c_j\right)\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) + \frac{2c_i}{\alpha} = \left(\sum_{j=0}^{i} c_j\right)\left(\frac{\alpha - 1}{\alpha}\right) + \frac{2c_i}{\alpha},\ i = 1,2,\ldots,k. \tag{4}$$

Here, $\alpha > 0$, is a real number : $\alpha \in R^+$.

1. We can find several c_i $\left(i=1,2,\ldots,k\right)$ which satisfies conditions (1)-(3), by choosing different α and c_0.
2. We can get more better set of the vaues of c_i $\left(i=1,2,\ldots,k\right)$ which satisfies conditions (1)-(3), by choosing different values of α, c_0 and c_1.

References

1. Nuriyev U., Kurt M., Kutucu H., and Gursoy A., "The band collocation problem and its combinatorial model," in Abstract Book of the International Conference "Mathematical and Computational Modelling in Science and Technology" ICMCMST'2015, pp. 140–142, 2015.
2. Nuriyeva F., On a Solution of a Sequential Partially Covred Problem In: Proceedings of the 5th International Scientific Conference of Students and Young Scientists Theoretical and Applied Aspects of Cybernetics, (TAAC 2015), Kiev, Ukrain, pp.32–36, 2015.
3. Nuriyeva F., "On a Generalized Sequential Partially Covering Problem", *Applied and Computational Mathematics*, Vol. 15, No: 2, pp. 239-242, 2016.

ФОРМИРОВАНИЕ САМООЦЕНКИ УЧАЩИХСЯ В УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Абзалимов Р.Р.

Уфимский государственный нефтяной технический университет, Россия

s.glbv@yandex.com

Проблема *самооценки* является одной из центральных проблем педагогики и психологии личности.

В изучении *самооценки* учащегося в учебной деятельности, перспективным представляются идеи *субъектного подхода*, который приобретает статус методологического принципа и качественно более высокого уровня исследования.

При этом, субъектность определяется как интегральное качество личности, отражающее свойство выступать субъектом деятельности и, одновременно быть качественным показателем саморазвития личности.

Более того, субъектность учащегося может служить одним из ключевых индикаторов качества образования, как целостная характеристика личности, раскрывающаяся в продуктивности деятельности, в ценностно-смысловой самоорганизации поведения.

В общефилософском плане, субъект - есть деятель, способный к выбору типа деятельности, конкретной роли для себя среди других *субъектов*, к выработке собственных целей и средств для их достижения.

Специфика *образовательной деятельности* выражается двусторонним характером деятельности двух субъектов деятельности, связанных *образовательными отношениями*. Субъект в *образовательной деятельности* определяется как личность, включенная в *образовательные отношения*, направленные на реализацию личностных потребностей в развитии и саморазвитии.

Субъектность - это осознание личностью себя как субъекта, способного к активным действиям, к принятию решения, к самооценке. В словаре русского языка *самооценк*а определяется как оценка самого себя, своих достоинств и недостатков.

В психологическом словаре *самооценк*а определяется как ценность, значимость, которой индивид наделяет себя в целом, учитывая свои личностные качества, деятельность и её результаты, а также собственное поведение.

Таким образом, *самооценк*а – оценка личностью своих возможностей, качеств и места среди других людей. Относясь к ядру личности, она – важный регулятор поведения. От нее зависят взаимоотношения человека с окружающими, его критичность, требовательность к себе, отношение к успехам и неудачам. Тем самым она влияет на эффективность деятельности и дальнейшее развитие личности. Основу *самооценк*и составляет система личностных смыслов индивида, принятая им система ценностей.

*Самооценк*а формируется и на базе оценки результатов собственной деятельности, и на основе соотношения реального и идеального представления личности о себе.

Представленные точки зрения относительно раскрытия содержания понятия *самооценки* не противоречат друг другу, скорее они дополняют друг друга.

Таким образом, под *самооценк*ой понимается интегральное качество личности, которое базируется на системе знаний о себе и своих возможностях, проявляется в потребности и способности оценивать процесс и результат *учебной деятельности*, как ведущего вида деятельности.

Формирование *самооценк*и как личностного качества учащегося начинается с формирования умения оценивать свои учебные знания, умения и навыки. Именно эту деятельность по отношению к результатам своих действий учащиеся наблюдают в работе учителя, именно ориентируясь на эти оценки, учащиеся сами начинают оценивать результаты *учебной деятельности*.

Литература

1. Абзалимов Р.Р. Управление качеством образования на основе концептуальных положений эвалюации. Монография. - М.: Палеотип, 2016. – 148 С.
2. Абзалимов Р.Р. Методология оценки результативности образования в рамках концепции управления качеством образования // Инновации и инвестиции, 2014, №6, С.240-245.
3. Абзалимов Р.Р. Проблемы управления качеством в образовательных учреждениях // Инновации и инвестиции, 2014, №9, С.243-247.
4. Абзалимов Р.Р. Проблемы педагогического оценивания в структуре образовательной деятельности //Инновации и инвестиции, 2016, №6, С.216-220.
5. .Абзалимов Р.Р. Сетевая модель дистанционного обучения в системе повышения квалификации педагогических кадров //Инновации и инвестиции, 2016, №8, С.188-191.
6. Липкина А.И. Самооценка школьника. – М.: Знание, 1976. – 64с
7. Ксензова Г. Ю. Оценочная деятельность учителя. Учебно-методическое пособие. 2-е изд. М., 2001. 154 с.

ЭЛЕКТРОННАЯ ИНФОРМАЦИОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ СРЕДА ВУЗА НА ОСНОВЕ LMS MOODLE

Белобородова Т.Г., Григорьева Т.В.

Башкирский государственный университет,

Уфимский государственный нефтяной технический университет, Россия

beltany2008@yandex.ru

В настоящее время Российское общество находится на этапе формирования новой системы образования, ориентированной на вхождение в мировое информационно-образовательное пространство. Этот этап сопряжен со значительными изменениями в педагогической теории и практике учебно-воспитательного процесса на всех уровнях образования.

Долгосрочная целевая программа «Развитие образования в Республике Башкортостан» на 2013-2017 годы отмечает, что стратегическими задачами современной системы образования являются совершенствование и развитие информационно-технологической базы образовательных организаций, повышение информационных компетенций работников образования и внедрение современных методов обучения на базе ИКТ. Реализация этих задач отражена и федеральных государственных образовательных стандартах нового поколения, которые предполагают повышение интерактивности и индивидуализации обучения, что достигается путем применения в современном образовательном процессе электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.

На современном этапе развития информатизации образования предполагается создание в вузах электронной информационно-образовательной среды (ЭИОС), основными функциями которой в образовательном процессе являются: обеспечение доступа к учебным планам, рабочим программам дисциплин, практик, к изданиям электронных библиотечных систем и электронным образовательным ресурсам, указанным в рабочих программах, электронным учебным курсам; обеспечение фиксации хода образовательного процесса, результатов промежуточной аттестации и результатов освоения основной образовательной программы; создание условий для проведения всех видов занятий, процедур оценки результатов обучения, реализация которых предусмотрена с применением электронного обучения и ДОТ; организация взаимодействия между участниками образовательного процесса, в том числе синхронное и(или) асинхронное взаимодействие посредством информационно-телекоммуникационной сети.

Важное место в ЭИОС занимают такие компоненты как, система управления обучением (LMS) и электронный учебный курс, размещаемый в ней.

Система управления обучением представляет собой программное обеспечение, обеспечивающее едиными технологическими средствами ведение учебного процесса, его информационную поддержку и документирование в среде Интернет. [2]

Одной из наиболее популярных в российских вузах систем управления обучения является модульная объектно-ориентированная динамическая учебная среда Moodle (англ. Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment). Система реализует философию «педагогики социального конструкционизма» и успешно используется для организации смешенного обучения, а также поддержки традиционного заочного и очного обучения.

В Стерлитамакском филиале Башкирского государственного университета с целью повышения качества и доступности образовательных услуг, а так же соответствия подготовки бакалавров современным требованиям ведется активная работа по внедрению в учебный процесс дистанционных образовательных технологий в форме дистанционной поддержки как на заочной, так и на дневной форме обучения. Информационно-образовательная среда вуза организуется на платформе LMS Moodle, через размещение в ней электронных учебных курсов, содержащих учебные материалы для самостоятельного изучения и контрольно-измерительные материалы для оценки эффективности самостоятельной работы студентов с курсом, а так же средства синхронного и асинхронного взаимодействия с преподавателем. Важной особенностью Moodle является то, что система позволяет создавать и хранить портфолио каждого обучающегося: все сданные им работы, оценки и комментарии преподавателя к работам, сообщения в форуме. Функциональные возможности LMS Moodle позволяют осуществлять контроль и оценивание самостоятельной работы студентов на всех ее этапах, начиная с изучения теоретического материала и заканчивая итоговым тестированием, которое может служить допуском к последующему зачету или экзамену. [1]

Создание ЭИОС на базе Moodle способствует совершенствованию образовательных технологий вуза путем внедрения современных информационно-коммуникационных технологий в учебный процесс, что обеспечивает реализацию требований ФГОС нового поколения, направлено на повышение конкурентоспособности вуза на рынке образовательных услуг.

Литература

1. Белобородова Т.Г. Организация самостоятельной работы студентов с использованием электронных учебных курсов / Информационные технологии в науке и образовании: матер. междунар. научно-практич. конференции // А.Э. Попов. – М: Изд-во НОУ ИКТ, 2014. – С. 118-121.
2. Гильмутдинов, А.Х. Электронное образование на платформе Moodle [Текст] / А.Х. Гильмутдинов, Р. А. Ибрагимов, И.В. Цивильский. – Казань, КГУ, 2008. – 169 с.

МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ В СРЕДЕ ПРОГРАММИРОВАНИЯ MATLAB

Гасымова С.Н.
Азербайджанского государственного педагогического университета, Шемахинский филиал, Азербайджан
Qasimovasabina59@gmail.com

Курс численных методов является важной частью математической подготовки студентов педагогических специальностей и направлений, тем самым делая данную тему актуальной. Численное интегрирование (историческое название: *(численная) квадратура*) — вычисление значения определенного интеграла (как правило, приближённое). Под численным интегрированием понимают набор численных методов для нахождения значения определённого интеграла. Его значение в настоящее время определяется не только увеличивающимися возможностями применения методов вычислительной математики в вузовском учебном процессе, но и проникновением численных алгоритмов приближенного решения задач в среднее образование. Виду того, что разумное применение и квалифицированное преподавание методов приближенного численного анализа затруднительны без основательной подготовки, будущему учителю математики, физики или информатики следует глубоко вникать в суть изучаемых методов приближений и оценок погрешностей, знать их обоснование и соответствующий математический инструментарий.

В настоящее время при решение задач связанных с использованием численных методов используют среду программирования **TPascal** и табличный процессор **Excel**, математический пакет **MathCad**, среду **MatLab**. В среде **MatLab** имеется достаточно большое количество пакетов (**Toolboxes**), приспособленных для решения самых разнообразных задач, например: решение алгебраических и дифференциальных уравнений, поиск экстремумов, решение задач интерполяции и аппроксимации, вычисление определенных интегралов и т.д. Рассмотрим более подробно численное интегрирование в средах программирования **TPascal** и **MatLab**. Методы численного интегрирования, основаны на замене подинтегральной функции интерполяционным многочленом, что позволяет приближенно заменить определенный интеграл соответствующей интерполяционной суммой. В зависимости от способа ее вычисления получаются разные методы численного интегрирования: **метод прямоугольников**, **метод трапеций**, **метод Симпсона**.

В среде **MatLab** метод прямоугольников при практическом применение делится на 2 вида:

- левых прямоугольников $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{h}(f(a)+ f(x_1)+K+f(x_{n-1}))$;
- правых прямоугольников $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{h}(f(x_1)+ f(x_2)K+f(b))$ **;**

Рассматривая метод трапеций можно заметить явные преимущества использования среды **MatLab** при проведение численных расчетов. Нет необходимости написания большой программы, т.к. существует встроенная функция **trapz(x, y)-** вычисляющая значение интеграла по формуле трапеций, где x - значение аргумента функции, y - значение функции. **cumtrapz(x, y)-** вычисляет значение интеграла по формуле трапеций, причем выдает промежуточные результаты. При вычисление интеграла используют формулу трапеций:

$$\int_a^b f(x)dx \approx h\,(\frac{f(a)+f(b)}{2}+ f(x_1)+ f(x_2)+ K+f(x_{n-1}))$$

Формула Симпсона нижеследующая:

$$\int_a^b f(x) \approx \frac{b-a}{6n}(f(a)+f(b)+4(f(x_1)+f(x_3)+\cdots+f(x_{2n-1}))+2(f(x_2)+f(x_4)+\cdots+f(x_{2n-2})))$$

Функция вычисления интеграла по формуле Симпсона в среде **MatLab** имеет вид:
quad('f', a, b, eps), где f- функция интегрирования, a, b- пределы интегрирования, eps- относительная погрешность (по умолчанию 10^{-3}). Вычисления по данной формуле, используя среду **MatLab**, намного упрощаются, т.к. в данной функции уже заложено вычисление шага интегрирования методом двойного пересчета.

Таким образом, из приведенного сравнительного анализа можно сделать вывод, что использование различного типа алгоритмов дает большие возможности и наименьшие временные затраты. Операторы программирования среды **MatLab** позволяют легко реализовать алгоритмы, связанные с численными методами, а использование графики среды **MatLab**, позволяют наглядно отобразить геометрическую интерпретацию используемого метода, что существенно закрепляет теоретический материал выполняемой работы.

ИЗУЧЕНИЕ ГЕОИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ НА ЗАНЯТИЯХ ПО ИНФОРМАТИКЕ

Гужвенко Е.И.
Рязанское высшее воздушно - десантное командное училище, Россия
elena_guj@list.ru

Не секрет, что в современных условиях только личность, владеющая знаниями и умениями использования средств информационных технологий в профессиональной деятельности, становится востребованной обществом. Это особо актуально для военнослужащих, чья деятельность связана с выполнением задач, зачастую наиболее продуктивно решаемых с использованием средств информационных технологий. В связи с этим при обучении военнослужащих информатике ставятся задачи развить их способности решать профессиональные задачи, возникающие в повседневной служебной деятельности, с использованием компьютера.

Для осуществления специальной ориентации знаний военнослужащих в Рязанском высшем воздушно-десантном командном училище разработан практикум по информатике, включающий в себя задания прикладной направленности, охватывающие весь курс практических и лабораторных занятий по учебной дисциплине, краткие теоретические сведения к конкретному занятию, ссылки на ранее приведённую информацию, примеры выполнения заданий, перечень специальных заданий военной направленности (к каждому занятию около 30 % дополнительных заданий повышенной сложности) [2].

Курсанты изучают прикладное программное обеспечение в профессиональной деятельности: переводчики – системы автоматизированного перевода, сервисы on-line перевода, интеллектуальные информационные технологии, информационные технологии поддержки принятия решений, информационные технологии экспертных систем в армии, автоматизированные системы управления войсками и другие вопросы. Как пример рассмотрим изучение геоинформационных систем: сначала даются основы работы в геоинформационных системах, их основные возможности, затем курсанты решают тактические задачи с использованием карт местности – создание тактических знаков и нанесение их на карту, получение справочной информации об объекте электронной карты, работа со слоями и отдельными объектами, выполнение расчётов по карте. Курсанты, используя электронную карту, создают опорный пункт подразделения, располагая необходимые объекты. Выполнение этих операций вплотную связано с профессиональной деятельностью курсантов, умение работать с картами в бумажном виде (топография) и в электронном (информатика) позволяют повысить уровень знаний сразу по нескольким специальным дисциплинам.

Для выполнения расчётов с использованием ГИС «Интеграция», используя карту, курсанты должны выполнить следующие задания: вычислить площадь определённого населенного пункта, предварительно найдя его на карте; определить плотность населения в этом населённом пункте, если известно, сколько там проживает человек; рассчитать длину дороги между населённым пунктом и местом соединения грунтовой дороги, проходящей через этот населённый пункт, с асфальтовой дорогой; длину дороги от одного населённого пункта до другого; кратчайшее расстояние от одного населённого пункта до другого (по прямой); используя знание топографических знаков, найти на карте вышку, определить расстояние от неё до паромной переправы; расстояние между паромными переправами; расстояние от паромной переправы до ГЭС; площадь закрытого водоёма;время передвижения группы военнослужащих по дороге от одного населённого пункта до другого, если задаётся время суток и способ передвижения (пешком, на автомобиле, скрытно, в походной колонне и пр.), среднюю скорость передвижения необходимо определить самостоятельно, используя знания специальных дисциплин; время передвижения группы военнослужащих по кратчайшему пути от одного населённого пункта до другого, если задаётся время суток и способ передвижения (пешком, на автомобиле, скрытно, в походной колонне и пр.), среднюю скорость передвижения необходимо определить самостоятельно, используя знания специальных дисциплин; определить как быстрее группе перемещаться (в конкретном случае) по дороге или по прямой.

Используя вычисленные данные, военнослужащим необходимо определить координаты группы военнослужащих, если они будут перемещаться по дороге от одного населённого пункта в другой с известной скоростью, также вычислить, с какой скоростью должны двигаться военнослужащие, чтобы дойти за определённое время до конкретного объекта на карте.

При выполнении заданий курсанты должны уметь находить объект по координатам, по названию, оценивать скорость передвижения военнослужащих в определённых условиях, задаваемых преподавателем.

При подготовке к занятию по использованию геоинформационных технологий в деятельности военнослужащего курсанты готовят не только материал по информатике, но и отвечают на контрольные вопросы, связанные с профессиональной областью деятельности, ответы на которые необходимы на занятии. Таким образом, курсанты понимают необходимость изучения информатики и повторяют сведения, изученные ранее на специальных кафедрах.

Проблема формирования способности будущих офицеров использовать знания, полученные при изучении информатики в профессиональной деятельности, является актуальной в условиях модернизации российской системы военного образования.

Использование разработанного практикума по дисциплине «Информатика и информационные технологии в профессиональной деятельности» показало важность применения практикоориентированных задний военной направленности при обучении курсантов, так как выявлено значительное повышение мотивации к изучению информатики, возросла успеваемость курсантов не только на информатике, но и на специальных дисциплинах, где обучаемые применяли полученные знания, процесс формирования знаний по информатике у будущих офицеров показал также их высокую готовность к профессиональной деятельности.

Литература

1 . Гужвенко, Е. И. Информатика и информационные технологии в профессиональной деятельности [Текст]: практикум / Е. И. Гужвенко. – Рязань: РВВДКУ, 2015. – 287 с.

АКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ НА УРОКАХ ИНФОРМАТИКИ

Гумбаталиев Р.З., Газиева С.А.
Азербайджанский государственный педагогический университет, Азербайджан
rovshangumbataliev@rambler.ru, hiziyeva83@mail.ru

В настоящее время наиболее распространенными являются следующие активные методы обучения:

1) практический эксперимент;
2) метод проектов – форма организации учебного процесса, ориентированная на творческую самореализацию учащегося, развитие его интеллектуальных и физических возможностей, волевых качеств и творческих способностей;
3) групповые обсуждения – групповые дискуссии по конкретному вопросу в относительно небольших группах (от 6 до 15 человек);
4) мозговой штурм – специализированный метод групповой работы, направленный на генерацию новых идей, стимулирующих творческое мышление каждого человека;
5) деловые игры – метод организации активной работы учащихся, направленный на выработку определенных рецептов эффективной учебной и профессиональной деятельности;
6) ролевые игры – метод, используемый для усвоения новых знаний и отработки определенных навыков в сфере коммуникаций, ролевая игра предполагает участие не менее двух «игроков», каждому из которых предлагается провести целевое общение друг с другом в соответствии с заданной ролью;
7) баскет-метод – метод обучения на основе имитации ситуаций, например, обучаемому предлагается выступить в роли экскурсовода по музею компьютерной техники, в материалах для подготовки он получает всю необходимую информацию об экспонатах, представленных в зале;
8) тренинги – обучение, при котором в ходе проживания или моделирования специально заданных ситуаций обучающиеся имеют возможность развить и закрепить необходимые знания и навыки, изменить свое отношение к собственному опыту и применяемым в работе подходам;
9) обучение с использованием компьютерных обучающих программ;
10) анализ практических ситуаций – метод обучения навыкам принятия решений, его цель - научить учащихся анализировать информацию, выявлять ключевые проблемы, генерировать альтернативные пути решения, оценивать их, выбирать оптимальное решение и формировать программы действий.

Выбор методов активного обучения зависит от различных факторов. В значительной степени он определяется численностью учащихся. Но, в первую очередь, выбор метода определяется дидактической задачей. Для успешного проведения активных методов обучения надо иметь специальную подготовку, но в настоящее время уже существует достаточное количество методической литературы по этому вопросу.

Активизация познавательной деятельности учащихся ведет к

- развитию способности к самостоятельному обучению;
- выработке навыков работы в коллективе;
- коррекции самооценки учащихся;
- формированию развития коммуникативных навыков;
- развитию навыков принятия решения;
- способности эффективной проверки знаний, умений и навыков по теме.

Выбор методов активного обучения зависит от различных факторов. В значительной степени он определяется численностью учащихся. Но в первую очередь выбор метода определяется дидактической задачей занятия. Активные методы обучения можно применять для достижения следующих дидактических целей:

-обобщения ранее изученного материала (групповая дискуссия, мозговой штурм);

-эффективного освоения большого по объему теоретического материала (мозговой штурм, деловая игра);

-развития способностей к самообучению (деловая игра, ролевая игра, анализ практических ситуаций);

-повышения учебной мотивации (деловая игра, ролевая игра);

-обработки изучаемого материала (тренинги); применение знаний, умений и навыков (баскет-метод);

-использования опыта учащихся при освоении нового материала (групповая дискуссия);

-обучения навыкам межличностного общения (ролевая игра);

-эффективного создания реального объекта, творческого продукта (метод проектов);

-развития навыков работы в группе (метод проектов)

-выработки умения действовать в стрессовой ситуации, развитие навыков саморегуляции (баскет-метод);

-развития навыков принятия решений (анализ практических ситуаций, баскет-метод);

-развития навыков активного слушания (групповая дискуссия).

Важно отметить, что ни одна из форм обучения не является единственно верной для достижения поставленных целей обучения. Сохранение внимания и работоспособности обучаемых обеспечивает использование разнообразных методов.

ОСНОВНЫЕ АСПЕКТЫ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФА МОДЕЛИ ЛОГИЧЕСКОЙ ТРУКТУРИЗАЦИИ КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ В СИСТЕМЕ CPN TOOLS

Гусейнзаде Ш.С.
Сумгаитский государственный университет, Азербайджан
shahla.huseynzade@gmail.com

Заданы нижеследующие структурные элементы модели логической структуризации компьютерной сети в виде сети Петри (СП) [1]**:**

─ функция цвета C определена для фишек сети на множестве цветов двух типов: ω1= (ID, Req) и ω2 = (ID, Data). ID обозначает идентификатор сетевого соединения. Req – передаваемая информация, Data - полученные данные;

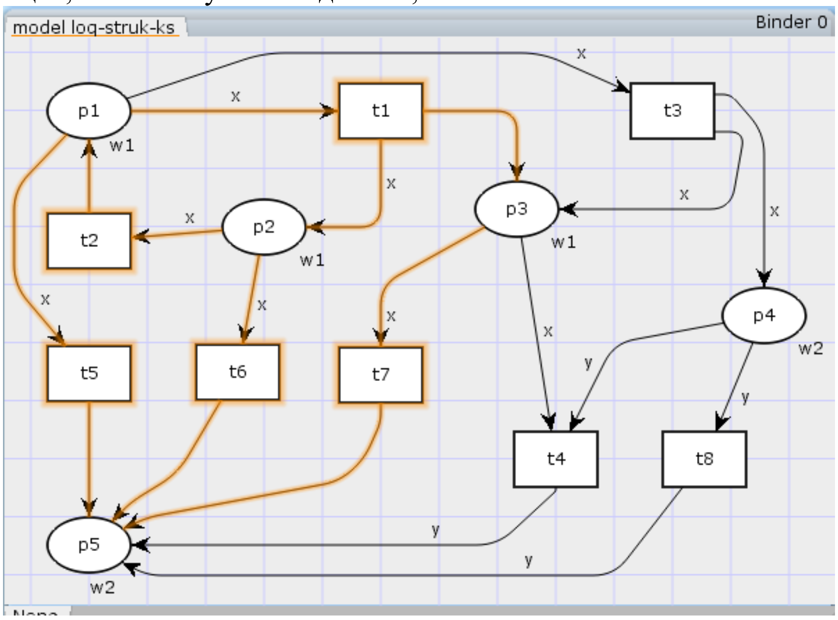


Рисунок 1. Граф модели логической структуризации компьютерных сетей в системе CPN Tools.

— позиции сети включают: P1– Вход, наличие фишки цветом (ID, Req) в которой свидетельствует о наличии запроса к коммутативному устройству от входного сегмента; P2– Форма_Add_Req □ позиция, при наличии фишек цветом(ID, Data) в этой позиции коммутативное устройство генерирует форму для входного сегмента; P3– Temp позиция для сохранения результатов цвета (ID,Req) заполнения промежуточных форм и промежуточных результатов работы приложения; P4– AppData □ позиция, фишки (цветом (ID, Data)) которой инициируют запуск приложения; P5– Выход, □ фишки цветом (ID, Data) этой позиции определяют результат работы коммутативного устройства по предоставлению информации пользователю;

— переходы и правила срабатывания определены следующим образом: t1–Check_Add_Req - переход выполняет анализ фишек позиции P1– при наличии фишек переход копирует фишку в позицию P3 и создает новую фишку в позиции P2; t2 – Add_Req переход, моделирующий подготовку ответа входного сегмента на основе данных, запрашиваемых коммутативного устройства в позиции P2; t3 – Check_Ready □ при поступлении завершенного ответа от входного сегмента. Создает фишку в позиции P4. t4 – моделируют работу коммутативного устройства. t5, t6, t7, t8 – переходы-таймеры реализуют механизм удаления устаревшей информации из позиций.

В графе (Рис. 1.) раскрашенной СП логической структуризации компьютерной сети используются следующие описания множеств цветов и переменных:

```
▼Standard declarations
  ►colset UNIT
  ►colset BOOL
  ▼colset ID = int;
  ►colset TIME
  ▼colset REAL = real;
  ▼colset req = string;
  ▼colset data = string;
  ▼colset w1 = product ID * req;
  ▼colset w2 = product ID * data;
  ▼var x : w1 ;
  ▼var y : w2;
```

Элементы множества цветов ω1= (ID, Req) и ω2 = (ID, Data) объявлены как Product который представляет собой кортежи данных, сформированные как результат декартового произведения заранее определенных множеств цветов ID, Req, Data.

x и y переменные – это идентификатор, значение которого может быть изменено во время выполнения модели. Переменные используются в атрибутах элементов СП, в данном случае присвоены к дугам СП для определения разрешенного цвета при движении по дугам. При синтаксисе описания x и y объявляются как переменных принадлежащие соответственно к классу цветов ω1 и ω2.

Литература

1. Гусейнзаде Ш.С., Насирова Е.А. Логическая структуризация компьютерных сетей с применением раскрашенных сетей Петри Научные известия СГУ, Сумгаит-2017, №1, стр. 60-64.
2. Зайцев Д.А., Шмелёва Т.Р. Основы построения параметрических моделей Петри коммутируемых сетей // Моделирование и компьютерная графика: Материалы 1-й международной научно-технической конференции, 4-7 октября 2005, Донецк, ДонНТУ, 2005, с.207-215.

РОЛЬ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В СОВЕРШЕНСТВОВАНИИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Джамилова Н.А.

Азербайджанский государственный экономический университет, Азербайджан

nika_azeri@yahoo.com

Одними из актуальных проблем методики преподавания математики, на мой взгляд, являются: 1) потеря времени на написания длинных формул и таблиц; 2) трудность индивидуального подхода к студентами в течение урока; 3) трудности в быстром тестировании прошедшего материала во время урока. По моему мнению, очень эффективным является использование информационных и коммуникационных технологий в любом образовательном процессе: электронные учебники, лекции, презентации. Особенно это важно для математических дисциплин. Например, внедрение в университетах интерактивных презентаций позволяет педагогу не терять время на написание громоздких формул. Тем самым сведены к минимуму возможные погрешности и опечатки написание формул на доске от руки. Время лекции используется максимально эффективно и все усилия педагог сможет направить на разъяснение нового материала. Математический материал усваивается студентами намного лучше, когда на уроках зрительная и слуховая подача происходит одновременно. Средства новых информационных технологий обеспечивают неограниченные возможности для самостоятельной и совместной деятельности учащихся и учителя. Более усовершенствованной ступенью интерактивного обучения математики можно считать внедрение так называемых смарт классов. Неоспоримые преимущества использования смарт классов это то, что они позволяют индивидуализировать (каждый студент может работать в своём темпе за компьютером) и дифференцировать (можно построить уровни сложности задач при работе за компьютером) обучение; способствуют повышению мотивации обучения; повышают активность обучаемых; повышают эффективность процесса обучения; дают возможность проводить ознакомление с новым материалом с последующим выполнением тренировочных упражнений; расширяют источники получения знаний в процессе обучения и их наглядность (доступ к информационно-справочные системам , электронным учебникам , электронным энциклопедиям), повышают возможности обеспечения обратной связи, возможность проводить быстрое контрольное тестирование чтобы оценить степень усвоения материла.

Преподавание математики в смарт классах, где большая часть информации подаётся наглядно и с минимальной потерей времени позволяет в значительной степени устранить одну из важных причин отрицательного отношения к математики — студенты не успевают проследить за ходом решение задачи, теряют нить рассуждения педагога и как следствие не усваивают материал и возникают значительные пробелами в знаниях. Работая на уроке за коммуникационным компьютером, студент получает возможность проследить решение любой учебной задачи до конца, поскольку связь с центральным компьютером педагога позволяет сразу оказывать ему помощь при затруднении или полностью наглядно объяснить решение. Спецификой преподавания математики является большая концентрация и интенсивная умственная активность ученика в течение всего урока. Если вести урок в одном темпе, то происходит спад активности ученика. В таком случае очень эффективным является методика чередования темпов урока. Это возможно только в том случае, если процесс познания привлекательный и самостоятельный. Использование на уроках математики мультимедиа реализует принцип наглядности. Позволяют использовать на любом уроке иллюстративный материал с большим числом таблиц и данных. Наглядность материала повышает его усвоение учениками, т.к. задействованы все каналы восприятия учащихся - зрительный, механический, слуховой. Подача учебного материала в виде мультимедийной презентации сокращает время обучения. Использование интерактивных уроков-презентаций технически позволяет неоднократно возвращаться к изученному материалу, повтору сложных формул и теорем. Интерактивные технологии в смарт классах интегрируются с технологией дифференцированного обучения и позволяет одновременно на уроке выводить на монитор или экран разноуровневые задания, контрольно-тестовые задания, задания повышенной сложности. Это дает возможность индивидуального подхода к каждому студенту, что особенно важно для математических дисциплин. Ведь тогда сценарий урока представляет собой мультимедийный конспект, содержащий краткий текст, основные формулы, таблицы, задачи разной сложности. Обычно такие сценарии подготавливаются в форме мультимедийных презентаций с использованием программы Power Point из пакета Microsoft Office.

Литература

1. Косыбаева У. А., Кервенев К. Е., Шегирова Д. К. Совершенствование методики преподавания математики в высшей школе на основе информационных технологий // Молодой ученый. — 2015. — №22. — С. 822-824.
2. Стародубцев В.А., Чернов И.П. Разработка и практическое использование мультимедийных средств на лекциях. //Образование в вузах, Т. 8, 1, 2012. – С. 86-91.

ЗНАЧЕНИЕ МЕТОДОВ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ПОДГОТОВКЕ СПЕЦИАЛИСТОВ НЕФТЕГАЗОВОГО ПРОФИЛЯ

Майский Р.А.
Уфимский государственный нефтяной технический университет, Россия
s.glbv@yandex.com

В настоящее время при изучении структуры и особенностей эволюции нефтегазового комплекса широко применяются методы системного анализа и общей теории динамических систем[1]. На рубеже 20- 21 веков произошло кардинальное изменение структуры, механизмов взаимодействия, горизонтальных и обратных связей, принципов адаптации и других системных свойств в нефтегазовой сфере, что требует использования междисциплинарного подхода при изучении возникающих проблем в отрасли[2]. Глобальные изменения, происходящие в мире, политические, экономические, экологические риски, переход в неустойчивое состояние финансовой сферы усложняют процесс стратегического прогнозирования, сокращают горизонт прогноза, требуют пересмотра традиционно применявшихся математических моделей развития нефтегазовой сферы[3,4]. Кардинально изменилась технология принятия решений в условиях революционных изменений в информационной сфере. Развитие информационных и телекоммуникационных технологий, позволяющее получить адекватную информацию на любой стадии процесса, уменьшает долю субъективизма и волюнтаризма при принятии решений[5]. С другой стороны, повышаются требования к личностным характеристикам руководителей всех звеньев, включая уровень базовой учебной подготовки. В условиях рыночной экономики предприятия нефтегазовой сферы, как и в других отраслях экономики, находятся в состоянии неустойчивости и в своем развитии часто проходят через точки бифуркации. Типичными признаками точек бифуркации является чувствительность к малым воздействиям, когда система становится очень уязвимой. Здесь переход системы к новому состоянию может быть как мягким, так и жестким и даже катастрофическим. Это основано на том, что эволюция сложных систем связана вероятностной природой факторов, оказывающих влияние на систему. В то же время, с точки зрения нелинейной динамики, случайность может быть результатом чувствительности системы к начальным условиям и определятся показателями Ляпунова. Логическим развитием этого подхода является теория детерминированного хаоса и странного аттрактора Лоренца. Таким образом, комплексное изучение процессов, протекающих в сложных динамических системах, к которым безусловно относятся современные структуры нефтегазового комплекса, требует от специалистов владения методами общей теории динамических систем и теории самоорганизации. Такой междисциплинарный подход позволит не только получить синергетический эффект, но и эффективно решать задачи в области прогнозирования, принятия решений, управления рисками, выбора оптимальной траектории развития.

Литература

1. Мирзаджанзаде А.Х., Хасанов М.М., Бахтизин Р.Н. Этюды о моделировании сложных систем нефтедобычи. Нелинейность, неравновесность, неопределенность: монография. – Уфа: Нефтегазовое дело, 2009.
2. Гайсина Г.Ф., Майский Р.А. Современное государство как сложная динамическая система // Государство будущего: политико-правовой аспект. II международная научно-практическая конференция. Уфимский государственный нефтяной технический университет. 2014. С. 135-137.
3. Ибрагимова Л.И., Майский Р.А. Использование методов теории динамических систем в трубопроводном транспорте // Актуальные проблемы науки и техники : Сб. тр. V Междунар. заоч. науч.-практ. мол. ученых, ноябрь 2012 г. / УГНТУ. - Уфа, 2012. - Т.1. - С. 150-151.
4. Байбакова И. Р. , Майский Р.А. Организационно-методические аспекты управления предприятиями нефтегазового комплекса / И. Р. Байбакова, Р. А. Майский // Актуальные проблемы науки и техники-2015 : материалы VIII Междунар. науч.-практ. конф. молодых ученых в 3 т. / УГНТУ. - Уфа, 2015. - Т. 3. - С. 173-175.
5. Об основных аспектах проектирования беспроводных сетей параметрического мониторинга удаленных объектов / Павлова З.Х., Балтин Р.Р., Краснов А.Н., Майский Р.А.// Международный научно-исследовательский журнал. 2016. № 12-3 (54). С. 161-164.

ДИСТАНЦИОННОЕ ОБУЧЕНИЕ В УСЛОВИЯХ МОДЕРНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ

Шамматова А.А.
Уфимский государственный нефтяной технический университет, Россия
s.glbv@yandex.com

В современных ВУЗах при подготовки будущих специалистов все большую роль играют сетевые взаимодействия и построение индивидуальных образовательных траекторий обучающихся [1] в условиях модернизации образования. В связи с этим в образовательный процесс вносятся изменения, внедряются новейшие технологии, позволяющие повышать эффективность учебной деятельности обучающихся. Основой нового образовательного процесса служит дистанционное обучение, позволяющего корректировать традиционное обучение. При таком обучении обеспечивается повышение мотивации, мобильность преподавателей и обучающихся. Образование становится доступнее для большего круга населения, обучение приобретает гибкость и позволяет учитывать индивидуальные траектории каждого обучающегося и развивать информационную культуру [2]. Обучение осуществляется с помощью учебного курса, состоящего из нескольких модулей. Авторами курса закладывается последовательность изучения тем и контроль процесса усвоения материала при самообучении. Дистанционно обучение способствует повышению уровня образования. Таким образом, перспективы и проблемы реализации личностно-ориентированного подхода [3] встают на первый план перед ВУЗами и дидактические особенности построения образовательной медиасреды в высшей школе [4] одним из самых обсуждаемых вопросов методистами высших учебных заведениях.

Литература

1. Построение индивидульных образовательных траекторий обучения студентов на основе смарт-технологий в условиях модернизации образования *Жданов Э.Р., Баринова Н.А., Магсумов И.Р., Яфизова Р.А.* Казанский педагогический журнал. 2015. № 3 (110). С. 34-39.
2. Информационная культура в системе личностно ориентированного образования *Сытина Н.С.* В сборнике: Личностно-ориентированное профессиональное образование материалы научно-практической конференции: в 3-х частях. 2001. С. 54-57.
3. Перспективы и проблемы реализации личностно-ориентированного подхода при сетевом взаимодействии образовательных учреждений *Фаткуллин Н.Ю., Шамшович В.Ф.* Информатика и образование. 2016. № 10 (279). С. 46-49.
4. Дидактические особенности построения образовательной медиасреды в высшей школе Кудинов И.В. В сборнике: Инструментальная дидактика и дидактический анализ: теория, технология и практика многофункциональной визуализации знаний Первая Всероссийская научно-практическая конфренция. 2013. С. 201-204.

MƏSƏLƏ HƏLLİ TƏLİMİNİN METODİK PROBLEMLƏRİ

Həsənova X.S.
Sumqayıt Dövlət Universiteti
abdullayev_ayxan@list.ru

Məlumdur ki, riyaziyyat təliminin həyatla əlaqələndirilməsi mühüm prinsip kimi riyaziyyat elminin mahiyyətindən irəli gəlir. Çünki, riyaziyyat tətbiqi elmdir. Məktəbdə riyaziyyat təlimini həyatla əlaqələndirmək üçün əsas vasitə-çalışmalar sistemidir. Məsələ və misalların, praktik və laborator işləri – məzmununun pedaqoji tələblərə cavab veriləcək şəkildə seçilməsi, onların icrasında texnoloji qaydaların tətbiq edilməsi – qarşıya qoyulan məqsədin həyata keçirilməsini təmin edir. Seçilən çalışmalar sistemi didaktik prinsiplərə cavab verməlidir. müxtəlif siniflərin riyaziyyat kursunda çalışmalar sisteminə müəyyən pedaqoji, elmi tələblər irəli sürülür.

Məktəb riyaziyyat kursunun məzmunu və onun təlimi məqsədlərinə uyğun olaraq, həmin tələbləri qeyd edək:

1. Məsələlər çətinliyi tədricən artan ardıcılıqla seçilməlidir.

Bu prinsip (tələb) şagirdlərin yaş və bilik səviyyələrinə tamamilə uyğundur.

2. Məsələ məzmunu və həlli ilə birlikdə şagirdlər üçün müyəssər olmalıdır. Köhnə psixoloji terminlə desək şagirdlərə - müvafiq olmalıdır. Şagird məsələni dərk etməlidir.

Təcrübə göstərir ki, çox vaxt şagirdlərin məsələ həllində çətinlik çəkməsi – məhz bu prinsipin pozulmasından irəli gəlir. Bu, nədə özünü göstərir?

Proqramların tərtib edilməsində, dərsliklərə məsələlərin daxil edilməsində şagirdlərin imkanları da nəzərə alınmalıdır. Sinifdə həll edilən məsələ bütün şagirdlər üçün müyəssər olmalıdır. Lakin bu, o demək deyildir ki, məsələ olduqca sadə olmalıdır. Məsələ didaktik tələblərə cavab verməlidir.

Müəllim konkret hallarda məsələnin müyəssərliyi ilə yanaşı, əldə edilən biliklərin möhkəmliyinə də diqqət yetirməlidir.

3. Seçilən məsələlər kifayət dərəcədə şagirdlərin idrak fəallığını gücləndirməlidir.

4. Məsələləri seçərkən, şagirdlərin fərdi xüsusiyyətləri nəzərə alınmalıdır. Bu, təlimin fərdiləşdirilməsi prinsipi hesab olunur. Çünki, fəal və qabiliyyətli şagirdlərin marağını, fəaliyyətini zəiflətmək olmaz.

5. Seçilən məsələlər maraqlı olmalı, həyatın, praktikanın müxtəlif sahələrini əhatə etməlidir.

6. Seçilən məsələlər proqrama uyğun olmaqla, məzmunu etibarilə şagirdlərin ümumi inkişafına, tərbiyəsinə müsbət təsir etməlidir.

Məsələlərin məzmunu etibarilə həyatla əlaqələndirilməsi digər məqsədlə yanaşı, tərbiyə məqsədinin də reallaşdırılmasına xidmət edir: vətənin tarix ilə, abidələri ilə, görkəmli şəxsiyyətləri ilə, zəngin təbiəti, faydalı yeraltı, yerüstü sərvətləri ilə fəxr etmək və s.

Məhz məsələ həlli vasitəsilə şagirdlərdə riyaziyyata maraq yaratmaq, onları yaradıcı fəaliyyətə cəlb etmək mümkündür. Bunun üçün seçilən məsələlər ilk növbədə həyatdan götürülməli, düşündürücü olmalı və şagirddən yaradıcı fəaliyyət tələb etməlidir.

Məktəb riyaziyyatı kursuna daxil edilən məsələlər aşağıdakı prinsip əsasında qurulmalıdır:

1. Yeni anlayışın mənimsənilməsinə xidmət edən məsələlər;

2. Yeni anlayışın (biliyin) möhkəmləndirilməsinə aid məsələlər. Burada yeni bilik öz tətbiqini tapır;

3. Yeni biliyin standart olmayan situasiyada, həyatda tətbiqinə aid məsələlər;

4. Şagirdin yaradıcı fəaliyyətini inkişaf etdirən və geniş mənada onun riyazi hazırlığına əsaslanan məsələlər.

Bu prinsip metodik ədəbiyyatdan məlum olan «Qalperin – Talızina prinsipi» də adlanır. Bir dərsin məqsədinə xidmət edən məsələlərin funksiyalarını aşağıdakı kimi xarakterizə etmək olar:

- nəzəri materialın (yeni anlayışın) mənimsənilməsi;
- yeni biliyin standart məsələlərin həllinə tətbiq edilməsi;
- fənlərarası əlaqələrin aşkar edilməsi.

Məsələdən motivasiya mərhələsində istifadə etmək olar və şagird həll prosesində yeni biliyə ehtiyac hiss edir.

İndi məsələ həlli təliminin metodik problemlərini nəzərdən keçirək:

Məktəb riyaziyyat kursu əsaslarını şagirdlərin mənimsənilməsi üçün müxtəlif yollar və vasitələrdən istifadə olunur. Lakin elə didaktik vasitələr vardır ki, onlardan təlim prosesində həm də metod kimi istifadə olunur. Həqiqətən, məktəb riyaziyyat kursunu və onun təlimini tədrisini məsələsiz təsəvvür etmək mümkün deyil. Çünki hər bir tədris və riyazi məsələ elmin əsasları haqqında informasiyanı özündə əks etdirməklə, başlıca rolu şagirdlərdə riyazi mədəniyyəti formalaşdırmaq və onu inkişaf etdirməkdən ibarətdir. Şagirdlərin idrak fəaliyyətini gücləndirmək üçün təlim prosesində müstəqillik, təşəbbüskarlıq elementlərinə diqqət yetirmək lazımdır. Məhz bu iki fəaliyyət növü – şagirdlərin yaradıcı riyazi təfəkkürünü inkişafında mühüm rol oynayır. Təlim prosesində şagirdlərin müstəqil idrak fəaliyyətini gücləndirmək üçün, onlarda riyazi bilik, bacarıq və vərdişlər sistemini formalaşdıran məsələlərdən düzgün və səmərəli istifadə etmək lazımdır. Şagirdlər məsələni həlletmə qabiliyyətinə və praktik fəaliyyət hazırlığına malik olmalıdırlar.

Ədəbiyyat

1. Adıgözəlov A.S. Orta məktəbdə riyaziyyatın tədrisi metodikası (ümumi metodika): Pedaqoji Universitet tələbələri üçün dərs vəsaiti. Bakı: ADPU, 2009, 250 s.
2. Əliyev A.Ə. Riyaziyyat təlimində problemli yanaşma. Bakı: ADPU, 1995, 106 s.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ГРАДИЕНТНОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ОБСЛУЖИВАЮЩИХ СИСТЕМ СО ШТРАФОМ

Рамазанов А.Б.
Бакинский государственный университет
ram-bsu@mail.ru

В настоящей работе анализируется устойчивость градиентного алгоритма для задачи обслуживание сетевых систем при малых возмущениях штрафов.

Пусть Z_+^n (R_+^n) - множество n-мерных неотрицательных целочисленных (действительных) векторов. Множество $P \subseteq Z_+^n$ обладает свойствами:

1). $0 = (0,\dots,0) \in P$;

2). $|P| < +\infty$;

3). $[0, x] = \{z = (z_1,\dots, z_n) \in Z_+^n : 0 \le z \le x\} \subseteq P, \ \forall x = (x_1,\dots, x_n) \in P$.

Рассмотрим задачу

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i^2 \to \max, \qquad (1)$$

где $x \in P, c = (c_1,\dots, c_n), \ \alpha = (\alpha_1,\dots, \alpha_n) \in R_+^n$

В задаче (1) предполагается, что

$$c_i - \alpha_i x_i - \alpha_i / 2 \ge 0, \ \forall x = (x_1,\dots,x_n) \in P,$$
$$\forall i \in fes(x, P) = \{i \in N = \{1,\dots,n\} : \pi_i(x) \in P, x \in P\},$$
$$\pi_i(x) = (x_1,\dots,x_{i-1}, x_i + 1, x_{i+1},\dots,x_n)$$

Пусть вектор $\alpha = (\alpha_1,\dots, \alpha_n)$ возмущается в пределах $(0, \delta)$, где $0 = (0,\dots,0), \ \delta = (\delta_1,\dots,\delta_n) \in R_+^n$. Получаем задачу:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} (\alpha_i + \delta_i) x_i^2 \to \max, \qquad (2)$$

где $x \in P, c = (c_1,\dots, c_n), \ \alpha = (\alpha_1,\dots, \alpha_n) \in R_+^n$

Пусть $x^g = (x_1^g,\dots, x_n^g)$ и $x^* = (x_1^*,\dots, x_n^*)$ соответственно градиентное и оптимальное решение задачи (1).

Как обычно (см., напр., [1]), под гарантированной оценкой точности градиентного алгоритма для задачи (1) понимается такое число $\varepsilon \ge 0$, что

$$\frac{f(x^*) - f(x^g)}{f(x^*) - f(0)} \le \varepsilon$$

Через $\varepsilon(\delta)$ обозначим гарантированную оценку точности градиентного алгоритма для задачи (2). Градиентный алгоритм будем называть устойчивым для задачи (1), если $\varepsilon(\delta) \le K(\delta)\varepsilon$, где $K(\delta) \to 1$ при $\delta \to 0$ (см., напр., [1]).

Теорема. При малых возмущениях (колебаниях) вектора $\alpha = (\alpha_1,\dots, \alpha_n)$ в задаче (1) градиентный алгоритм устойчив.

Литература

Ramazanov A.B. On stability of the gradient algorithm in convex discrete optimization problems and related questions. // Discrete Mathematics and Applications. 2011, v. 21, issue 4, pp. 465-476.

AN ALGORITHM FOR THE PROBLEM OF OPTIMAL PLACEMENT AND INTEGRATION OF PETROLEUM PLATFORMS BASED ON CLUSTERING METHOD

Elnur Nuri
Ege University, Turkey

Directional drilling of offshore petroleum and natural gas wells and the problem of optimal placement and integration of the platforms is discussed in study [1]. Moreover, a mathematical models of the related problem is analyzed and more comprehensive models is suggested.

Mathematical formulation of the problem Let n be a number of the wells to be drilled. Lets show this wells with $j\ \left(j=\overline{1,n}\right)$. Let m be a number of possible centers where offshore platforms will be established and lets show them with $i\ \left(i=\overline{1,m}\right)$. Of course, not all of the platforms will be installed in all these centers.

Lets show the drilling cost of j th well from i th platform with $c_{ij}\ \left(i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,n}\right)$. We can calculate the c_{ij} with known methods, if depth of the area and the angle that platform occupies is given. Lets show the cost for installation of platform in i th center with a_i.

Each platform has a certain capacity. So, lets show the maximum number of wells to be drilled from the i th platform with $p_i\ \left(i=\overline{1,m}\right)$.

Let's determine the following variables:

$$x_{ij}=\begin{cases}1, & \text{if } j \text{ th well is drilled from platform } i\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

$$y_i=\begin{cases}1, & \text{if platform } i \text{ is constructed}\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

$$z_{ij}=\begin{cases}1, & \text{if } j \text{ th platform is connected with platform } i\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

Thus, a mathematical model of this problem will be as following :

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}+\sum_{i=1}^{m}a_iy_i+\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{m}l_{ik}z_{ik}+\sum_{i=1}^{k}l_{0i}z_{0i}\to\min \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{m}x_{ij}=1,\ \left(j=\overline{1,n}\right) \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n}x_{ij}\le p_i\cdot y_i\ ,\ \left(i=\overline{1,m}\right) \tag{3}$$

$$z_{ik}\le y_i\cdot y_k\ ,\ \left(i,k=\overline{1,m}\right) \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{m}z_{oi}=1 \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{m}z_{ik}\ge y_k\ ,\ \left(k=\overline{1,m}\right) \tag{6}$$

$$x_{ij}=1\vee 0,\ \ y_i=1\vee 0,\ \ z_{ik}=1\vee 0,\ \ \left(i,k=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}\right) \tag{7}$$

The problem (1)-(7) is a 0-1 nonlinear programming and NP-hard problem [2].

Method for the Solution of the Problem After determining the place and number of the wells to be drilled in order to minimize the cost of platforms, it is necessary to place a platforms in such a position that will cover all the wells to be drilled. Therefore, the clustering of the wells which will be drilled should be optimum. To execute this clustering operation k-means algorithm is used [3]. In order to determine the optimum number of clusters, the algorithm is started from k = 2 to the number that the decision maker decide. Some of the best results (decision maker decide the number of the best results) saved and one of them is selected by the decision maker as the rational solution. After that, it is required to integrate selected platforms with each other and with land with a minimal cost. In order to solve this problem The Kruskal algorithm that determine the minimum spanning tree is used [2].

Algorithm for the Solution of the Problem

Step 1 : Enter the number of the coordinates of the wells that will be drilled (n)**.**

Step 2 : Enter the Coordinates of the possible places (m) where the the platforms will be build.

Step 3 : Enter the number of the best solutions that are going to be saved in memory (*l*).

Step 4 : Run the K means algorithm from *k*=2 to *m* for *n* points and k centers. Add the best integration cost to the total cost with Kruskal algorithm. Save the *l* number of solution with a lowest cost in a memory.

Step 5 : Decision maker must select the fittest solution from this *l* best solutions with the help of his subjective knowledge and experience.

References

1. Nuri E., Nuriyeva F., Nasiboğlu E., A Fuzzy Model of the Problem of Optimal Placement and Integration of Offshore Oil and Gas Platforms, Journal of Modern Technology and Engineering, 1(1), 30-38, 2016.
2. Papadimitriou C.H., Steiglitz K., Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity, Prentice Hall, New Jersey, 1998, 496p.
3. Xu R., Wunsch D.C., Clustering, IEEE Press, New Jersey, 2009, 358 p.

ON COMPUTING THE TOPOLOGICAL INVARIANTS OF THORNY NETWORKS

Zeynep Nihan BERBERLER

Dokuz Eylul University, Turkey

zeynep.berberler@deu.edu.tr

Abstract. The first and second Zagreb eccentricity indices are defined respectively in terms of the vertex eccentricities as $E_1(G)=\sum_{v\in V(G)}\varepsilon(v)^2$ and $E_2(G)=\sum_{uv\in E(G)}\varepsilon(u)\varepsilon(v)$, where $\varepsilon(u)$ denotes the eccentricity of the vertex u. We discuss and determine the Zagreb eccentricity indices of thorny networks in terms of the underlying parent graph and consider some special cases.

1. Main results

The concept of thorny graphs was proposed by Gutman [12]. Let G be a connected graph on n vertices. The thorn graph G^* of G is obtained by attaching p_i new vertices of degree one to the vertex u_i of the graph G, where $p_i > 0$ and $i=1,\dots,n$. The p_i pendant vertices attached to vertex u_i are called the thorns of u_i. We let u_i be the i th vertex in G and let t_{ij} be the j th thorn of u_i in G^*, where $i=1,\dots,n$, $j=1,\dots,p_i$. By the definition of thorny graphs, for every vertex u_i in G, we have, $\varepsilon_{G^*}(t_{ij})=\varepsilon_{G^*}(u_i)+1=(\varepsilon_G(u_i)+1)+1$.

Theorem 1.1. If G^* is the thorn graph of an (n,m)-graph G with parameters p_i, $p_i>0$, $i=1,\dots,n$, then $E_1(G^*)=E_1(G)+2\theta(G)+n+\sum_{i=1}^{n}p_i(\varepsilon_G(u_i)+2)^2$.

Proof. By the definition of the first Zagreb eccentricity index, we have

$$E_1(G^*)=\sum_{x\in V(G^*)}\varepsilon_{G^*}(x)^2=\left(\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_{G^*}(u_i)^2\right)+\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p_i}\varepsilon_{G^*}(t_{ij})^2\right)$$

$$=\left(\sum_{i=1}^{n}(\varepsilon_G(u_i)+1)^2\right)+\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p_i}(\varepsilon_G(u_i)+2)^2\right)=\left(\sum_{i=1}^{n}(\varepsilon_G(u_i)+1)^2\right)+\left(\sum_{i=1}^{n}p_i(\varepsilon_G(u_i)+2)^2\right)$$

$$=\left(\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_G(u_i)^2\right)+2\left(\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_G(u_i)\right)+n+\sum_{i=1}^{n}p_i(\varepsilon_G(u_i)+2)^2.$$

$$= E_1(G) + 2\left(\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_G(u_i)\right) + n + \sum_{i=1}^{n} p_i \left(\varepsilon_G(u_i) + 2\right)^2 .$$

Then, the result follows from the definition of total eccentricity of a graph [4], that is, $\theta(G) = \sum_{v\in V(G)} \varepsilon(v)$

Theorem 1.2. If G^* is the thorn graph of an (n,m)-graph G with parameters p_i, $p_i > 0$, $i = 1,\ldots,n$, then $E_2(G^*) = E_2(G) + \xi^c(G) + m + \sum_{i=1}^{n} p_i \left(\varepsilon_G(u_i)+1\right)\left(\varepsilon_G(u_i)+2\right)$.

Proof. The edge set of a thorny graph G^* is $E(G^*) = E(G) \cup \left\{u_i t_{ij} : u_i \in V(G) \text{ and } t_{ij} \in V\left(\overline{K_j}\right)\right\}$, where $i = 1,\ldots,n$, $j = 1,\ldots, p_i$. Then, we distinguish two cases:

Case 1. Let $uw \in E(G)$ in G^*. Then, $\sum_{\forall uw\in E(G)} \varepsilon_{G^*}(u)\varepsilon_{G^*}(w) = \sum_{\forall uw\in E(G)} \left(\varepsilon_G(u)+1\right)\left(\varepsilon_G(w)+1\right)$

$$= \left(\sum_{\forall uw\in E(G)} \varepsilon_G(u)\varepsilon_G(w)\right) + \left(\sum_{\forall uw\in E(G)} \left(\varepsilon_G(u)+\varepsilon_G(w)\right)\right) + m. \qquad \textbf{(1)}$$

By the definition of $E_2(G)$ and the eccentric connectivity index of a graph [5], that is $\xi^c(G) = \sum_{v\in V(G)} \deg(v)\varepsilon(v)$, we have $\sum_{\forall uw\in E(G)} \varepsilon_{G^*}(u)\varepsilon_{G^*}(w) = E_2(G) + \xi^c(G) + m$.

Case 2. Let $u_i t_{ij} \in E(G^*)$ where $u_i \in V(G)$, $t_{ij} \in V\left(\overline{K_j}\right)$. Then,

$$\sum_{\forall u_i t_{ij}} \varepsilon_{G^*}(u_i)\varepsilon_{G^*}(t_{ij}) = \sum_{\forall u_i t_{ij}} \left(\varepsilon_G(u_i)+1\right)\left(\varepsilon_G(u_i)+2\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p_i} \left(\varepsilon_G(u_i)+1\right)\left(\varepsilon_G(u_i)+2\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} p_i \left(\varepsilon_G(u_i)+1\right)\left(\varepsilon_G(u_i)+2\right). \qquad \textbf{(2)}$$

By applying equations 1-2, we can obtain the desired result. This completes the proof. □

References

1. D. Vukičević and A. Graovac, Note on the Comparison of the First and Second Normalized Zagreb Eccentricity Indices, Acta Chim. Slov. 57 (2010) 524–528.

I. Gutman, Distance of Thorny Graphs, Publications De L'institut Mathématique Nouvelle série 63 (77) (1998) 31–36.

2. M. Ghorbani and M.A. Hosseinzadeh, A new version of Zagreb indices, Filomat 26(1) (2012) 93-100.
3. P. Dankelmann, W. Goddard and C.S. Swart, The Average Eccentricity of a Graph and Its Subgraphs, Utilitas Math. 65 (2004) 41-51.
4. V. Sharma, R. Goswami and A.K. Madan, Eccentric connectivity index: A novel highly discriminating topological descriptor for structure-property and structure-activity studies, J. Chem. Inf. Comput. Sci. 37 (1997) 273–282.

MÜNDƏRİCAT

PLENAR İCLAS

1. *Марданов М. Дж., Асланов Р.М., Гасанова Т.Х.* Из истории развития математики в Азербайджане. (*ИММ НАН Азербайджана*) 8
2. *Fursikov A. V.* Parabolic equation of normal type connected with 3d helmholtz system and its nonlocal stabilization (*Lomonosov Moscow State University)* 13
3. *Сабитов К.Б.* О нелокальной задаче франкля для уравнений смешанного типа (*Стерлитамакский филиал Института стратегических исследований РБ,Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета)*........... 13
4. *Tadumadze T., Dvalishvili P.* Some questions of the qualitative theory of delay differential equations: variation formulas of solutions, optimization , sensitivity analysis (*Tbilisi State University, Institute of Applied Mathematics)*.. 15
5. *Ivanchov M.* An inverse problem for a strongly degenerate heat equation in a rectangular domain (*Ivan Franko National University of Lvov)* 16
6. *Feyziyev F.G., Mehdiyeva M.R.* Modulyar dinamik sistemlər nəzəriyyəsinin inkişafinin müasir vəziyyəti və tətbiqi problemləri (*Sumqayıt Dövlət Universiteti, Bakı Dövlət Universiteti)* 17

I BÖLMƏ

7. *Ağayeva G.A.* Bir sinif sərhəd məsələsinin Fredholumluğu haqqında *(BDU)*......................... 20
8. *Bayramov A.M., Alməmmədov M.S.* IV tərtib bir diferensial operatorun izi haqqında *(ADPU, ADİU)*... 21
9. *Cəfərova A.M., Cəfərov E.İ.* Yeni tip fərq tənlikləri cütlüklərinin dəqiq həlləri: Uilson və kəsilməz Han çoxhədliləri *(AMERMİ, AMEAFİ)*.. 22
10. Əhmədov S.Z., Mehdiyev A.Ə. *Bir spektral məsələnin məxsusi ədədlərinin asimptotikasının tapılması* (BDU) 23
11. *Hüseynov V.H.* Gecikən arqumentli bir sərhəd məsələsinin məxsusi ədədləri və məxsusi funksiyaları haqqında *(ADİU)*.. 24
12. *Hüseynov H.M., Lətifova A.R.* Birtərtibli qeyri-lokal diferensial operator üçün iz düsturu *(BDU, AMEA RMİ)*.. 25
13. *İsmayılov E.U.* Kvadratik operator dəstənin rezolventasının bir qiymətləndirilməsi haqqında *(BDU)*.. 26
14. *Məmmədova T.B.* İbtidai sinif riyaziyyat dərslərində modelləşdirmə metodunun köməyi ilə məsələ həlli *(BSU)*... 26
15. *Qazilova A.T.* Aralıq törəmələrin qiymətləndirilməsi haqqında *(BDU)*................................ 27
16. *Zamanov H.İ.* Bir sinif sərhəd məsələsinin həll olunması haqqında *(BMU)*........................ 28
17. *Aliyev A.B., Pashayev A.F.* The existence and nonexistence of global solutions of the Cauchy problem for a fractional damping semi-linear pseudo-hyperbolic equations *(ATU, IMM of NASA)*.. 29
18. *Babayev R.F.* The embedding theorems in generalized Sobolev-Morrey type space *(IMM of NASA)*.. 30
19. *Bilalov B.T. Ismayilov M.I., Nasibov Y.İ.* Bessel families and uncountable frames in non-separable hilbert spaces. *(IMM of NASA, BSU, IIT of NASA)*.. 30
20. *Cafarli V., Cigdem Gunduz Aras, Bayramov S.* Soft sequences topological spaces *(BSU, Kocaeli University)*.. 32
21. *Dadashova I.B.* Potential operators in modified Morrey spaces defined on carleson curves *(BSU)*.. 32
22. *Gadirova G.R.* The well-posedness of the Cauchy problem for one system of thermoelasticity with singular coefficient *(IMM of NASA)*.. 33
23. *Gasimov Y.S., Aliyeva A.R.* On a numerical solution of a shape optimization problem for the eigenvalues of Pauli operator *(IAM, BSU)*... 34

24. *Humbataliev R.Z.* Some theorems for the type of entire functions *(APSU)*.......................... 35

25. *Ismailov M.I., Salimov M.Y.* The well-posedness of an inverse coefficient problem for a parabolic equation with a general impedance boundary condition *(Gebze Technical University, Turkey, SDU)* 36

26. *Israfilov D.M., Ahmet Testici Varol.* Fractional order modulus and approximation in weighted variable exponent spaces *(Balikesir University Department of Mathematics, Turkey)*.. 37

27. *Israfilov D.M., Ahmet Testici Varol.* Approximation by matrix transform in weighted lebesgue space with variable exponent *(Balikesir University Department of Mathematics, Turkey)*.. 38

28. *Israfilov D.M., Elife Gursel Ramazan, Esra Akcay Abubekir.* Maximal convergence in smirnov classes with variable exponent *(Balikesir University Department of Mathematics, Turkey)*.. 40

29. *Jafarov S.Z.* On approximation of functions in weighted generalized grand Lebesgue spaces *(Mush Alparslan University, Turkey)* 41

30. *Kerbalayeva R.E.* Some Characterization of the Space of Lizorkin−Triebel–Morrey Type *(IMM of NASA)*.. 42

31. *Muradova Sh.A.* Parabolic fractional integral operators with rough kernels in parabolic local generalized Morrey spaces *(IMM of NASA)*... 44

32. *Mustafayeva Y.Y., Aliyev N.A.,* New method of investigation of the solvability of three-dimensional helmholtz equation with nonlocal boundary value conditions depending on a parameter *(DAMC, BSU)*.. 44

33. *Nizami Mustafa* . Starlikeness and convexity of some analytic and univalent functions *(Department of Mathematics, Kafkas University, Turkey)*.. 45

34. *Nizami Mustafa, Nur Sheyma Chiceksis.* Radii of starlikeness and convexity of certain subclass of analytic and univalent functions *(Department of Mathematics, Kafkas University, Turkey)*.. 47

35. *Orujov A.D.* On the Floquet solutions of the differential equation with almost periodic coefficients when characteristic polynomial has multiple roots *(Cumhuriyet University, Turkey)*.. 48

36. *Orujova A.T., Rusmatova N.R.* İnterpolation theorems for Nikolskii-Morrey type spaces *(IMM of NASA)*.. 49

37. *Sedat Akleylek, Hakan Kutucu, Ramin Mohammadi*. Optimizing Reliability and Energy in Wireless Sensor Networks with an Effective Topology *(Ondokuz Mayıs University, Karabük University, Turkey)*.. 50

38. *Shahbazov A.I., Seyidov D.A., Panahova Z.A.* Eigensubcpaces of composition operators on the spaces of holomorphic functions (*IMM of NASA, ASPU, NSU)* 50

39. *Salimov A.* On structure-preserving connections (*Atatürk University, Turkey)*……………….. 51

40. *Shukurov A.Sh., Ismayilov N.A.* On the completeness and minimality of the exponential system with degenerate coefficients *(GSU)* 52

41. *Veysel Nezir*. Asymptotically isometric copies of $l^1 \oplus c_0$ *(Kafkas University*, Turkey*)*......... 53

42. *Аббасова Ю.Г.* Покомпонентная расходимость для дифференциального оператора третьего порядка с матричными коэффициентами *(ИММ НАНА)*.................................. 53

43. *Абдулзаде С.И.* О модулях гладкости в различных пространствах $L_{p,\gamma}\ (1 \le p \le \infty)$ *(АГЭУ)*.. 54

44. *Алиев Б.А.* Асимптотическое поведение собственных значений одной краевой задачи для операторного уравнения штурма-лиувилля с квадратичным спектральным параметром в краевых условиях *(ИММ НАНА, АГПУ)*... 55

45. *Алиев З.С., Ашурова Л.В.* О бифуркации решений нелинейной задачи Штурма-Лиувилля с индефинитным весом. *(БГУ, ИММ НАНА, СГУ*)....................................... 56

46. *Алиев И.В*. Разрешимость нерегулярной задачи для дифференциального уравнения второго порядка со спектральным параметром *(АГПУ)* 57

47. *Алиева К.Г.* Асимптотика функции грина при $\mu \to \infty$ оператора L *(СГУ)*................... 58

48. *Аскеров В.А.* Полнота корневых векторов неограниченного оператора *(АГПУ)*........... 59

49. *Асланов Г.И., Байрамова Н.С.* О резольвенте операторного уравнения высокого порядка на конечном отрезке *(ИММ НАНА, СГУ)*.. 61

50. *Асланов Г.И., Гадирли Н.А.* Оценки для числа собственных значений операторно-дифференциального уравнения второго порядка на полуоси *(ИММ НАНА, СГУ)*......... 61
51. *Асланов Г.И., Гасанов Ф.М., Сулейманов С.Е.* Об асимптотическом поведении решений операторно-дифференциальных уравнений с частными производными в гильбертовом пространстве *(ИММ НАНА, БГУ)*... 63
52. *Асланов Г.И., Гусейнов З.Г.* О полноте одной системы функций*(ИММ НАНА, СГУ)*..... 64
53. *Бабаев Р.М.* Об обратном некоторого обобщения потенциала рисса *(БГУ)*............... 65
54. *Бабаева С.Ф.* Об ϕ - разрешимости одного класса краевой задачи для операторно-дифференциального уравнения в гильбертовом пространстве *(БГУ, ИММ НАНА)*....... 66
55. *Багирова С.М.* О регулярной разрешимости второй краевой задачи *(ГГУ)*.................. 67
56. *Гамидов Э. Г.* О гладких решениях одного типа операторно – дифференциального уравнения второго порядка в гильбертовом пространстве *(АГПУ)*............................. 68
57. *Гасымова Г.М.* О регулярной разрешимости одной краевой задачи для эллиптического дифференциального уравнения *(БГУ)*.. 70
58. *Годжаева Х.Р.* О сходимости спектрального разложения функции из класса $W_1^1(G)$ по собственным функциям дифференциального оператора четного порядка *(АГПУ)* 71
59. *Гулиева А.А.* Базисность возмущенной системы экспонент в пространстве Морри-Лебег *(ИММ НАНА)*... 72
60. *Гусейнов З.Г., Мамедов М.М., Сулейманов С.Е.* Коэрцитивная разрешимость системы линейных операторных пучков *(СГУ, БГУ)*.. 73
61. *Гусейнов И.М., Мамедова А.Ф.* Задача рассеяния для ангармонического уравнения *(БГУ, ИММ НАНА, ГГУ)*.. 74
62. *Джабарзаде Р.М., Джабраилова А.Н.* О разложении со скобками по собственным и присоединенным векторам многопараметрической системы операторов в гильбертовом пространстве *(ИММ НАНА)*.. 76
63. *Джафарова С.А.* О порядке сходимости сингулярных интегралов гегенбауэра в метрике $L_{p,\mu}[-1;1](p \geq 1)$ (АГЭУ).. 76
64. *Искендеров Н.Ш., Алимарданова К.А.* Прямая задача рассеяния для системы пяти гиперболических уравнений первого порядка на полуоси с тремя заданными рассеянными волнами *(БГУ, ИММ НАНА)* 78
65. *Исмайлов М.И.* Об обобщении бесселевых и гильбертовых систем в несепарабельных банаховых пространствах *(БГУ, ИММ НАНА)*.. 79
66. *Курбанов В.М., Буксаева Л.З.* О риссовости корневых вектор-функций разрывного оператора дирака с суммируемым коэффициентом *(АГПУ)*... 80
67. *Магомедов А.М., Алибекова П.Х.* Рекуррентные формулы для перечисления разбиений *(Дагестанский государственный университет, Россия, Махачкала)*.......... 81
68. *Магомедов А.М.* Разбиение на несколько подмножеств с равными суммами элементов *(Дагестанский государственный университет, Россия)*.. 83
69. *Мамедова (Султанова) Э.Б.* О двукратной полноте собственных и присоединенных векторов одного класса операторных пучков второго порядка*(БГУ)*........................... 84
70. *Мусаева М.А.* Численное решение обратной задачи определения квантового потенциала *(АГПУ)*.. 85
71. *Наджафов А.М., Гасымова А.М.* О некоторых свойствах функций из пространства лизоркина-трибеля-морри *(ИММ НАНА, СГУ)*.. 86
72. *Рагимов Ф.Г., Ибадова И.А., Фархадова А.Д.* Об усиленном законе больших чисел для семейства моментов первого выхода за уровень в случайном блуждании, описываемом нелинейной функцией от процесса авторегрессии первого порядка ($ar(1)$) *(БГУ, ИММ НАНА)*............................. 87
73. *Рзаев Р.М., Гусейнова Л.Э.* О локальных свойствах многомерного сингулярного интеграла *(АГПУ)*.. 88
74. *Рзаева Х.Ш.* Глобальная бифуркация решений некоторых нелинеаризируемых одномерных систем дирака *(ГГУ)*... 89
75. *Сабзалиев М.М., Керимова М.Э.* Асимптотика решения краевой задачи для сингулярно возмущенного однохарактеристического дифференциального уравнения *(АГУНП)*..... 91

76.	*Сабзалиев М.М.* Асимптотика решения бисингулярно возмущенного эллиптического уравнения высокого порядка, вырождающегося в эллиптическое уравнение более низкого порядка *(АГУНП)*..	91
77.	*Садыгова С.Р., Касимов З.А.* Базисность части системы экспонент с вырождающимися коэффициентами в классах харди *(ИММ НАНА)*..............................	92
78.	*Сорокин В.А.* Асимптотика для комбинаторной суммы биномиальных коэффициентов (*УГНТУ, Россия)*..	94
79.	*Сулейманов Н.М., Фараджли Д.Е.* Об оценках типа вимана-валирона в области дифференциальных уравнений *(ИММ НАНА)*...	95
80.	*Фатуллаева Л.Ф.* Об устойчивости многослойных вязко-упругих стержней при различных краевых условиях *(БГУ)*...	96
81.	*Ханмамедов А.Х., Алескеров Р.И.* О специальных решениях дискретной системы дирака на всей оси *(БГУ, ИММ НАНА, ГГУ)*...	97
82.	*Шахбазов Р.И.* Сходимость спектрального разложения по собственным функциям дифференциального оператора нечетного порядка, функции из класса $W_1^1(G)$ *(АГПУ)*..	98

II BÖLMƏ

83.	*Abasova G.* Diferensial tənliklərin iqtisadiyyatda tətbiqi *(ADİU)*...	100
84.	*Balayev M.K., Qocayeva G.I.* Qeyri-xətti adi diferensial tənliklər sisteminə tətbiq olunan ayırma metodu *(AKU, BMU)*...	101
85.	*Əliyev A.B.* Elastiki silindrik örtükdə mayedəki kiçik amplitudlu dalğaların yayılması haqqında *(BDU)*...	102
86.	Əliyev D.Ə. *Nazik divarlı dairəvi lövhələrin optimal layihə edilməsi (*ARMSN "NEİM" MMC)...	102
87.	*Cəlilov K.Ə.* Bükülmə tipli bir qarışıq məsələnin həlli haqqında *(BDU)*..............................	103
88.	*İsmayılova Ş.H., Cumaliyeva İ.C., İsmayılov R.Ş.* Boru kəmərlərinin girişində maye axının riyazi modeli *(SDU, ATU)*...	105
89.	*Qasımov Y.S., Allahverdiyeva N.A.* Lövhənin məxsusi tezliyinin onun oblastından qabarıq asılılığı haqqında (BDU, AMEA RMI, SDU)..	106
90.	*Niftullayeva Ş.* Üçüncü tərtib birgə tip tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtləri daxilində məsələnin fredholmluğu *(LDU)*..	107
91.	*Paşayev N.C.* Parabolik tənliklər sistemi üçün bir tərs məsələ haqqında *(LDU)*.....................	109
92.	*Salmanova G.M., Əkbərli R.S.,.Pənahova S.Q* Deformasiyalanan boruda özlü mayenin hərəkəti zamanı yaranan xətti dalğalar *(BDU,AzMİU)*...	110
93.	*Sayılov N.S., Əliyeva Ü.S.* Kövrək dağılmanın ellips konturu ətrafında tədqiqi (*SDU)*.............	111
94.	*Seyfullayeva X.İ.* Lövhəyəbənzər konstruksiyanin rəqsləri tənliyinin sağ tərəfinin təyini haqqında *(SDU)*...	112
95.	*Kalemkuş Ü.O.* Dördtərtibli operator-diferensial tənliklər üçün bir sinif sərhəd məsələsi haqqında *(NDU)*...	113
96.	*Yagub G., Zengin M.* The optimal control problem for movement charged particles in the nonlinear non-homogeneous media *(Kafkas University, Turkey)*...	114
97.	*Guliyev A.F.* The estimates of parabolic potential in special domains *(IMM of NASA)*...........	115
98.	*Hajiyev T., Yagnaliyeva A.* Regularity of solution degenerates parabolic non-linear equations *(IMM of NASA, SSU)*..	116
99.	*Hasanova Sh.M.* Bifurcation from intervals surrounding the principial eigenvalues of the quasilinear elliptic problems with indefinite weight *(IMM of NASA)*.....................................	117
100.	*Isayeva S.E., Rzayeva N.A.* Timoshenko systems with memory operator in shear force *(BSU, IMM of NASA)*	119
101.	*Jafarov I.* The sufficient conditions on the Regular Solvability of a Boundary-Value Problem for a Second-Order Partial Differential Operator Equations on a band *(IMM of NASA)*	120
102.	*Panahov G.M., Museibli P.T.* Influence of the electrostatic potential on the dynamics of gas	122

evolution *(IMM of NASA)* ....

103. *Zulfaliyeva G.S., Mammadova K.N.* Qualitative property of solutions degenerate elliptic equations *(SSU, IMM of NASA)* 122
104. *Алиев Н.А., Ахундов И.С., Алиев А.М.* Исследование одной граничной задачи для неоднородного уравнения Коши-Римана (*БГУ, ИПМ*) 123
105. *Алиев Н.А., Фатуллаева Л.Ф., Мамедова Н.Б.* Граничная задача для неоднородного уравнения Коши-Римана с нелокальными граничными условиями *(БГУ)*...................... 124
106. *Алиев С.Я., Салимов М.Ю.* Одна краевая задача для уравнения колебаний стратифицированной жидкости с нелокальным интегральным по времени условием первого рода *(БГУ, СГУ)* 126
107. *Ахмедов Н.К., Гасанов Н.С.* Задача кручения сферической оболочки с переменными модулями сдвига с закрепленной боковой поверхностью *(АГИУ)*................................... 127
108. *Ахундов А.Я.* Приближенное решение обратной задачи для эллиптического уравнения *(ИММ НАНА)* 128
109. *Бабаджанова В.Г.* Исследование волновых процессов в пористых средах, насыщенных жидкостью *(СГУ)* 129
110. *Бабанлы В.Ю., Алиев Н.А., Алиев А.М.* Исследование одной задачи для уравнения фильтрации нефти к центральной совершенной скважине *(БГУ)*.................................... 131
111. *Бабанлы В.Ю.* Исследование математической модели процесса фильтрации *(БГУ, ИПМ)* 132
112. *Биккулов М.И.* О классах единственности решения одной смешанной задачи для эллиптического уравнения 6-го порядка в неограниченной области *(УГНТУ, Стерлитамаке)* 134
113. *Габдрахманова К.Ф., Маджидов М. А.*Использование дифференциальных уравнений в нефтегазовом деле *(Филиал ФГБОУ ВО УГНТУ в г. Октябрьском, Российская Федерация, г. Октябрьский)* 136
114. *Гаджиева Г.Ф., Агаева Г.Э.* Движение взвешенных твердых частиц в жидкой среде *(СГУ)* 138
115. *Гахраманов П.Ф.* Уравнение внутренней (тепловой) энергии гидродинамики двухфазных систем *(СГУ)* 139
116. *Гималтдинова А.А.* Краевая задача для уравнения с оператором Лаврентьева – бицадзе с двумя линиями изменения типа в прямоугольной области (*Уфимский государственный нефтяной технический университет, Российская Федерация)*..... 141
117. *Гулиев Э.Ф.* Численный метод решения турбулентного течения в пограничном слое *(СГУ)* 142
118. *Гусейнов С.Т., Садигов М.Н.* О непрерывности по гельдеру решений вырождающихся квазилинейных уравнений эллиптического типа *(БГУ, СГУ)*... 144
119. *Джаббаров И.И.* Применение дифференциального уравнения к одному из гидродинамических задач *(СГУ)*.. 145
120. *Емеличев В.А., Бухтояров С.Е.* О ядре и радиусе устойчивости многокритериального варианта инвестиционной задачи Марковица с критериями рисков (*Белорусский государственный университет)*.. 147
121. *Ермоленко А.В.* Об одном решении системы уравнений типа кармана-тимошенко-нагди (*Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина, г. Сыктывкар, РФ)*.. 148
122. *Искендеров Н.Ш., Гусейнова А.Ф.* Задача об определении неизвестных коэффициентов в псевдогиперболических уравнениях четвертого порядка *(БГУ)*...... 149
123. *Исмаилова М.Ф.* Условия разрешимости одного класса операторно-дифференциальных уравнений четвертого порядка *(МГУ)*... 151
124. *Исмаилова М.Ф.* О разрешимости операторно-дифференциальных уравнений четвертого порядка в частных производных поведении резольвенты соответствующего операторного пучка на мнимых осях *(МГУ)*.................................... 152
125. *Курбанов Н.Т., Хатамова Р.Ф.* Исследование нелинейных колебаний вязкоупругих систем *(СГУ)* 154
126. *Мамедов Я.Я., Мамедли А.Г., Мамедов Р.Т.* Решение задачи продолжения 155

гармонической функции методом преобразования фурье *(НИУ, ННАНА)*......................
127. *Мамедова Х.А.* Коррозионное разрушение круговой концентрической пластины под внутренним давлением *(ИММ НАНА)* 156
128. *Мансимов К.Б., Масталиев Р.О.* Метод Римана в стохастических дифференциальных уравнениях в частных производных гиперболического типа *(ИММ НАНА)*.................. 158
129. *Мегралиев Я.Т., Аллахвердиева С.И.* Об одной краевой задаче для уравнения буссинеска-лява с нелокальными интегральными по времени условиями второго рода *(БГУ, МГУ)* 158
130. *Мустафаева Н.А.* Глобальная бифуркация решений из бесконечности некоторых нелинейных задач четвертого порядка *(ГГУ)* 160
131. *Намазов Ф.М., Алиев С.Дж. Алиева А.Г.* Исследование решения почти всюду одномерной смешанной задачи для одного класса полулинейных уравнений длинных волн *(БГУ, ИММ НАНА)* 161
132. *Рагимова З.Н.* Некоторые преобразования для сумм и рядов вида $\sum_j a_j x^j$ *(СГУТК)* 162
133. *Рамазанова Г.Ш., Мансимов К.Б.* Об одной минимаксной задаче управления системами гурса-дарбу *(ИММ НАНА, БГУ)* 163
134. *Рустамова К.Ф.* Исходная система уравнений движения для отдельных фаз смеси *(СГУ)* 164
135. *Рустамова С.О.* Смешанная задача для систем полулинейных гиперболических уравнения с нелинейной диссипацией и нелинейным источником *(ИММ НАНА)* 165
136. *Сабзалиева И.М.* Об асимптотике рещения краевой задачи для сингулярно возмущенного дифференциального уравнения неклассического типа произвольного нечетного порядка *(АГУНП)* 166
137. *Фатуллаева Л.Ф.* Об устойчивости многослойных вязко-упругих стержней при различных краевых условиях *(БГУ)* 167
138. *Хазиев Ф.М., Гаврикова Ю.В., Имангулов Э.А.* Решение дифференциальных уравнений с интервальными данными. (*ФГБОУ ВПО «Филиал Уфимского государственного технического университета в г.Салават», Россия)*...................................... 168
139. *Шахбазова Г.Л.* О функции Грина операторно – дифференциального уравнения высокого порядка на конечном отрезке *(ФГПУШФ)*.. 170

III BÖLMƏ

140. *Abbasova G.Y.* Yüksəklikdə yerləşən su təchizatı sisteminin optimal iş rejimlərinin hesablanması *(SDU)* 173
141. *Atayev Q.N., Rufullayeva R.A.* Qeyri-səlis idarəetmədə qərar qəbuletmənin əsas mərhələləri *(SDU)* 174
142. *Əliyev A.B., Sultanova G.Ə.* Borunun qazın hərəkəti nəticəsində gərginlik-deformasiya vəziyyəti haqqında *(BDU)* 175
143. *Ələkbərov A.A.* Bir dəyişən strukturlu optimal idarəetmə məsələsində optimallıq üçün zəruri şərtlər *(LDU)* 176
144. *Əliyev F.F., Ağayarov M.H.* Ortoqonal şəbəkə əmələ gətirən çubuqlarla möhkəmləndirilmiş mühitlə dinamik təmasda olan silindrik örtüyü parametrlərinin optimallaşdırılması *(SDU)*.... 177
145. *Həmidov R.A.* Kvazixətti elliptik tip yüklənmiş tənliklərlə təsir olunan sistemlər üçün optimal idarəetmə məsələsi *(LDU)*.. 178
146. *Haxıyev S.S., Əkpərova H.A., Şelemanov A.Ş.* Bir sinif hiperbolik idarəetmə məsələsinin optimallığı üçün zəruri və kafi şərtlər *(ADPU)*... 180
147. *Hüseynov S.Y., Baxşəliyeva İ.İ.* Tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin suboptimal həllinin qurulması üçün bir üsul *(AMEA İSİ)*.. 182
148. *Həsənov A. B., Həsənova T. A., Həsənova Ş.A.* Torpaq – qrunt mühitində məsamələrin paylanma funksiyasının təyini *(AMEA İSİ, AMEA TAİ)*.. 183
149. *Həsənli N.İ.* Hissə-hissə optimallaşdırma metodunda qeyri-müəyyənliyin təsviri *(ADNSU)* 184
150. *Həmidov R.H., Allahverdiyeva N.K.* Kollektiv qərar qəbuletmənin faza məhdudiyyətli bir 186

məsələsi *(BDU)*..
151. *İsgəndərov Ə.Ə., Kərimova X.F., Həsənova S.S.* İnternetdə informasiyanın ötürülməsinə nəzarət və uçotun optimallaşdırılma parametrlərinin seçilməsi *(SDU)*.................................. 186
152. *Quluzadə T.H.* Valyuta məzənnəsi matrisinin qurulması *(AzDİU)*.. 187
153. *Məmmədov Ə.C., Alıyev X.H.* İstilikkeçirmə prosesi üçün hərəkət edən optimal idarəetmə məsələsi *(SDU)* 189
154. *Məmmədov K. Ş., Məmmədov N. N.* Çoxölçülü çanta məsələsi üçün funksionala görə zəmanətli suboptimal həllin qurulması *(BDU, MAA)* 190
155. *Rəsulov M.B.* Sabit əmsallı xətti bircins diferensial tənliklər sisteminin həll üsulu ilə matrisin minimal çoxhədlisinin qurulması *(MDU)*.. 192
156. *Şimiyev H.V.* Münaqişələrin tədqiq olunmasında faydalılıq nəzəriyyəsinin tətbiq olunması *(BDU)* 193
157. *Tağıyev R.Q., Səmədli Ş.İ.* Parabolik tənlik üçün əmsalın tapılması haqqında tərs məsələnin variasiya qoyuluşu *(BDU)* 194
158. *Zeynallı F.M., Şərifov Y.Ə.* Qeyri-lokal şərtli inteqro-diferensial tənliklərlə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələsində klassik mənada məxsusi idarəedicilər *(GDU, BDU)* 195
159. *Alekberova I.T.* Optimal control impulsive system with nonlocal conditions described by the second order differential equations *(ASEU)* 196
160. *Ahmet Tekin, Arif Gursoy.* Band collocation problem: a station-based model *(Ege University, Turkey)* 197
161. *Gabdrakhmanova K.F., Gabdrakhmanova D.M.* Mathematical calculations of the analysis of a possibility of use of heat of associated gas for the prevention of freezing of conduits and mouth of fittings of wells (*Oktyabrsky branch of FSBEI HE USPTU)*............................ 199
162. *Mardanov M.J., Melikov T.K., Mamedov E.Sh.* The second order necessary conditions for astrong minimum in problems of classicalcalculus of variations *(IMM of NASA, ICS of NASA)* 201
163. *Malik S.T.* The transformation of variation method for studying singular controls indynamical systems with a delay in control *(IMM of NASA, BHOS)*.................................... 201
164. *Mehrdad A. Babavand Arablou.* Of one modification's of algorithm peterson-gorenstein-zierler *(İslamic Azad University)*.. 202
165. *Nur Uylash Satı, Burak Ordin.* A mathematical approach on forecasting students' academic performance (*Mugla Sitki Kocman University, Ege University)*.. 204
166. *Ömer Deveci, Erdal Karaduman.* On the Lucas p-sequences in finite polyhedral groups *(Kafkas University, Turkey)*.. 205
167. *Tanır D., Sadık T., Nuriyev U.* A mathematical model for density-based clustering methods (*Ege University, Turkey)*.. 206
168. *Yakub H. Haji, Muhammed Candan.* On the parameter-dependent nonlinear stochastic binary dynamic system *(Canakkale Onsekiz Mart University)*.. 207
169. *Алиева С.Т., Ахмедова Ж.Б., Мансимов К.Б.* Об одной дискретной двухпараметрической задаче оптимального управления *(БГУ)*.. 208
170. *Биккулов И.М.., Говорушкин И.А.* Использование методов кодирования при моделировании технологических процессов (*Уфимский государственный нефтяной технический университет, филиал в г.Стерлитамаке)*.. 208
171. *Бенгина П.М., Котенко А.П.* Пример экономической постановки задачи игры с природой в теории игр *(Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева)*... 210
172. *Велиева Ф.М., Алиева Ф.Х., Исаев Н.З.* Оптимизация процесса этерификации вицинальных дикарбоновых кислот *(НАНА ИНП)*.. 211
173. *Гусейнзаде Г.А., Мансимов К.Б.* Необходимые условия оптимальности в процессах, описываемые системой дифференциально-рекуррентных уравнений (*ИСУ НАНА, БГУ)* 212
174. *Гашимов С.А* . Задача оптимального управления для параболического уравнения с нелокальными краевыми условиями *(БГУ)*.. 213
175. *Гасанова С.А.* Математическое моделирование экономических процессов *(АГЭУ)* 214
176. *Гусейнзаде Ш.С., Насирова Е.А.* Создание структурных элементов сети петри имитирующей конечного автомата *(СГУ)*.. 215
177. *Гусейнов А.Г., Талыбов Н.Г.* Разработка системной модели технического объекта при 216

концептуальном проектировании *(СГУ)* ....

178. *Еникеева Л.В.* Оптимизация кинетических параметров низкотемпературной паровой конверсии метан-пропановой смеси (*Уфимский государственный нефтяной технический университет, Россия)* 218
179. *Заманова С., Шарифов Я.* Задача оптимального управления, описываемая интегро-дифференциальными уравнениями с импульсными воздействиями при нелокальных краевых условиях *(АГЭУ, БГУ)* 219
180. *Кулиев Г.Ф., Насибзаде В.Н.* Обратная задача акустики и её исследование методами оптимального управления *(БГУ, СГУ)* 220
181. *Кулиев Ф. , Исмаилова Г.Г.* Приведение обратной задачи термоакустики к задаче оптимального управления и её исследование *(БГУ, СГУ)* 222
182. *Кондратьева В.Д.* Математическое моделирование технологического процесса охлаждения дихлорэтана *(УГНТУ в г.Стерлитамаке)*.. 223
183. *Кулиев Г.Ф., Сафарова З.Р.* Об оптимизационном методе в задаче дирихле для гиперболического уравнения второго порядка *(БГУ, НГУ)*.. 225
184. *Мамедов А.Д., Юсифов Б.М., Рамазанова Л.М.* Задача оптимального управления продольных колебаний балки с дополнительными ограничениями *(СГУ)*.................... 226
185. *Мамедов А.Д., Алиева Х.Г, Юсифов Б.М.* Задача оптимального управления упругими колебаниями балки *(СГУ)* 228
186. *Мамедов К.Ш., Мамедли Н.О.* Решение частично-целочисленной задачи о ранце с интервальными данными *(БГУ, ИСУ НАНА)* 229
187. *Мансимов К.Б., Нагиева И.Ф.* Необходимые условия оптимальности в задаче управления системами с запаздыванием и нетиповым критерием качества *(БГУ, ИСУ НАНА)* 230
188. *Мансимов К.Б., Масталиев Р.О.* Об оптимальном управлении стохастическими дифференциальными (*БГУ, ИСУ НАНА)*.. 231
189. *Мустафаев В.А., Салманова М.Н.* Алгоритм вычисления структурных элементов модели нечеткого управления *(СГУ)*.. 232
190. *Маннанов И.А.* Методы оптимизации структуры системы управления с нечетким регулятором **(***ФГБОУ ВО УГНТУ в г. Стерлитамаке)*... 234
191. *Марданов М.Дж., Меликов Т.К., Шагаватова С.С.* Линеаризованные условия оптимальности в дискретных системах с запаздыванием в управлении *(ИММ НАНА)* 235
192. *Насибзаде В.Н.* Об определении начальной функции в смешанной задаче для гиперболического уравнения второго порядка *(СГУ)*... 236
193. *Наджафова М.Я., Мансимов К.Б.* Необходимое условие оптимальности в одной нелокальной ступенчатой дискретной задаче управления *(БГУ,ИСУ НАНА)* 237
194. *Наджафов М.А.* Асимптотика решения начальной задачи для линейной сингулярной возмущенной системы *(АГПУ)* 238
195. *Насияти М.М.* Об одной ступенчатой дискретной двухпараметрической задаче оптимального управления *(ИСУ НАНА)*.. 239
196. *Панкратов И.А.* О прямых методах аппроксимации оптимальных траекторий (*Саратовский национальный исследовательский государственный университет, г. Саратов, Россия)*.. 240
197. *Панкратов И.А.* Учёт второй поправки в уравнениях ориентации орбитальной системы координат (*Саратовский национальный исследовательский государственный университет, г. Саратов, Россия)*.. 241
198. *Панкратов И.А.* Кватернионный генетический алгоритм расчёта перелётов космического аппарата (*Саратовский национальный исследовательский государственный университет, г. Саратов, Россия)*.. 242
199. *Расулова Ш.М.* К необходимым условиям в одной не стандартной задаче управления *(ИСУ НАНА, АГУ)*.. 243
200. *Сулейманова Ш.Ш., Мансимов К.Б.,* Линеаризованное необходимое условие оптимальности в одной задаче управления с переменной структурой, описываемой системой Гурса-Дарбу *(ИСУ НАНА, АГПУ)* 244
201. *Сулейманова В.А.* Задача на минимакс в одной граничной задаче управления системами Гурса-Дарбу *(СГУ)* 245
202. *Талыбова А.Н.* К методам приближенных вычислений значений радикалов *(СГУТК)*.... 246

203. *Фейзиев Ф.Г., Мехтиева М.Р., Рамазанова Л.М.* Новая модификация метода Питерсона-Горенстейна-Цирлера для недвоичных кодов Боуза-Чоудхури-Хоквингема *(СГУ, БГУ)* …… 247
204. *Фейзиев Ф.Г., Мехтиева М.Р., Гусейнова А.Дж.* Определение коэффициентов полиномиальных представлений двоичных двухпараметрических многомерных модулярных динамических систем *(СГУ, БГУ)* 249
205. *Фараджева Ш.А., Велиева Н.И., Муталлимов М.М.* Метод прогонки для решения одной задачи оптимизации с трехточечными краевыми условиями *(ИПМ БГУ)*....... 251
206. *Хазиев Ф.М., Гаврикова Ю.В., Ахметов А.Э.* Задачи оптимального управления средствами интервальной оценки в среде Maple (*ФГБОУ ВПО «Филиал Уфимского государственного технического университета в г.Салават», Салават, Россия)*..... 252
207. *Чырахова М.У. О*б одной ступенчатой задаче оптимального управления, описываемая разностным уравнением типа вольтерра (*ИСУ НАНА)*........................... 254
208. *Чырахова М.У., Мансимов К.Б.* Необходимые условия оптимальности в одной ступенчатой задаче оптимального управления разностными уравнениями типа вольтерра *(БГУ, ИСУ НАНА)* 254
209. *Шарифов Ф.А.* Тестирования и надежности различных структур (ИК *им. В.М. Глушкова НАН, Украины)* 255
210. *Шихлинская Г.Т.* Определение верхних критических усилий цилиндрической оболочки из неоднородного по толщине материала *(АГЭУ)* 257
211. *Шулаева Е.А., Коваленко Ю.Ф., Шулаев Н.С.* Оптимальное управление стадией обесхлоривания анолита при производстве соды каустической и хлора ртутным методом (*Филиал ФГБОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет» в г. Стерлитамаке)*... 258
212. *Ягубов М.А., Ягубов А.А.* О связи между множествами решений исходной и выпуклой задач оптимального управления в процессе, описываемого уравнением манжерона *(БГУ, НАА)*.. 259

IV BÖLMƏ

213. *Abbasov R.Z.* Bəzi eynigüclü münasibətlərə əsaslanmaqla intervallar metodunun tətbiq dairəsinin genişləndirilməsi *(ADPU)* 261
214. *Aslanov İ.İ., Talıbova D.A.* İnformatika dərslərində keys təlim metodu *(AzTU)*.................... 262
215. *Babayeva Ü.R., Səfərli B.Y.* Tənliklərin və bərabərsizliklərin həllinin öyrədilməsinə funksiyanın kəsilməzlik xassəsinin tətbiqi *(SDU)* 263
216. *Bəşirov M.M. Cəmiyyətin informasiyalaşması və tədris prosesində İKT -nin tətbiqi (LDU)* 264
217. *Cəbrayılzadə S.C.* İbtidai sinif müəllimi hazırlığında AlpLogo mühitinin istifadəsi *(ADPU)* 266
218. *Cəfərli E.V.* Təlimin həyatla əlaqələndirilməsində riyazi anlayışların tətbiqinin psixoloji xüsusiyyətləri (GDU) 267
219. *Əkbərova S.B. Abdullayeva İ.Ə.* Loqarifmik funksiyalara aid mövzuların keçirilməsi zamanı dərsin motivasiya mərhələsinin təşkili (*SDU)* 268
220. *Əliyev F.F., Aşurova L.V.* Törəmə anlayışının bəzi məsələlərin həllinə tətbiqi *(SDU)*........... 270
221. *Həsənova X.S., Əhmədova A.N.* Məktəb riyaziyyat kursunda riyazi məntiq işarələrinin rolu və əhəmiyyəti (*SDU)* 272
222. *Heydərova M.N., Babayeva Ü.R.* İbtidai siniflərdə riyaziyyatın təlimi prosesində kəsr anlayışının formalaşdırılması imkanları *(SDU)*.. 273
223. *Hümbətəliyev R.Z., Bayramova F.B.* Məntiqi təfəkkürün inkişafında İKT-nin rolu *(ADPU, BBKK)*... 274
224. *Hümbətəliyev R.Z., Həmidov C.T.* İnformasiya-kommunikasiya texnologiyalarının təhsilin keyfiyyətinə təsiri *(ADPU)*... 275
225. *İsmayılov E.Ə.* Azərbaycan dilində çap əlyazma simvollarının tanınmasına dayaq vektorlar üsulunun tətbiqi *(ADGKA)*... 276
226. *Mirzəzadə İ.H.* Toksiki maddələrlə zəhərlənmələrdə monitorinqin təşkili (*AMEA RMİ)*........ 278
227. *Mustafayeva F.F.* Qeyri-standart məsələlərin həllində qrafik təsvirlərdən istifadə edilməsi *(ADPU-nun Şamaxı filialı)* 279
228. *Novruzova X.T.* İbtidai siniflərdə şagirdlərin fəza təsəvvürlərinin inkişaf etdirilməsində modelləşdirmə *(BSU)* 280
229. *Pələngov Ə.Q., Həmidova L.Q.* Parabolik funksiyaların qrafiklərinin öyrədilməsi 281

təcrübəsindən *(ADPU)* ....

230. *Qasımova G.İ., Mahmudzadə T.B.* Təhsildə informasiya texnologiyaları *(SDU, BMU)*.......... 281

231. *Rzayev M.T., Əliyeva A.Ə.* Həndəsi məsələlərin həlli zamanı rast gəlinən çətinliklər və onların aradan qaldırılması yolları *(ADPU)* 283

232. *Rzayev M.T., Həsənova X.S.* Riyazi məsələlərin mürəkkəblik və çətinlik xarakteristikası *(ADPU, SDU)* 284

233. *Səfərli İ.S., Əhmədova K.Ş.* Riyaziyyatdan məsələ həlli prosesində coğrafiya xəritələrinin riyazi əsaslarının öyrənilməsi (SDU, *Z.Əliyeva adına texniki təmayüllü lisey)*...................... 285

234. *Səfərli İ.S.* Funksiyanın limiti və kəsilməzliyi anlayışlarının öyrədilməsi və tətbiqi *(SDU)*... 286

235. *Nuriyeva F.* An algorithm for a special case of the sequential partially covering problem *(Dokuz Eylul University).* 287

236. *Абзалимов Р.Р.* Формирование самооценки учащихся в учебной деятельности *(ФГБОУ ВО УГНТУ)*.. 289

237. *Белобородова Т.Г., Григорьева Т.В.* Электронная информационно-образовательная среда вуза на основе LMS Moodle (*Стерлитамакский филиал ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет», Стерлитамакский филиал, Россия)*... 290

238. *Гасымова С.Н.* Методы численного интегрирования в среде программирования MATLAB *(ШФ АГПУ)*……………………………………………………………………… 291

239. *Гужвенко Е.И.* Изучение геоинформационных систем на занятиях по информатике *(Рязанское высшее воздушно-десантное командное училище)*.. 292

240. *Гумбаталиев Р.З., Газиева С.А.* Активные методы обучения на уроках информатики *(АГПУ)* 294

241. *Гусейнзаде Ш.С.* Основные аспекты построения графа модели логической структуризации компьютерных сетей в системе CPN TOOLS *(СГУ)*........................... 295

242. *Джамилова Н.А.* Роль информационно-коммуникационных технологий в совершенствовании преподавания математики *(АГЭУ)*.. 296

243. *Майский Р.А.* Значение методов общей теории динамических систем в подготовке специалистов нефтегазового профиля (*Уфимский государственный нефтяной технический университет)*... 298

244. *Шамматова А.А.* Дистанционное обучение в условиях модернизации образования (*ФГБОУ ВО Уфимский государственный нефтяной технический университет)*.......... 299

245. *Həsənova X.S.* Məsələ həlli təliminin metodik problemləri *(SDU)* 299

246. *Рамазанов А.Б.* Об устойчивости градиентного алгоритма для обслуживающих систем со штрафом (*БГУ*) ………………………………………………………………. 301

247. *Elnur Nuri*. An algorithm for the problem of optimal placement and integration of petroleum platforms based on clustering method *(Ege University, Turkey)*………………….. 302

248. *Zeynep Nihan Berberler*. On computıng the topologıcal ınvarıants of thorny networks (*Dokuz Eylul University, Turkey)* 303

Kompüter yığımı - *G.Hacıyeva*
Korrektorlar - *L.Aşurova*
- *G.Zülfəliyeva*
Dil dəstəyi - *Linqvistik mərkəz*
Texniki redaktor - *E.Həsrətova*
Buraxılışa məsul redaktor - *dos. S.Əkbərova*

Çapa imzalanmışdır: 22.05.2017-cı il.
Format: $70^{*}108$ ¼.
Yüksək çap üsulu. Həcmi: 19,3 ş.ç.v.
Sifariş 50. Tiraj 250 nüsxə.

Sumqayıt Dövlət Universiteti
Redaksiya və nəşr işləri şöbəsi

Müxbir ünvan:

Azərbaycan, 5008, Sumqayıt,43-cü məhəllə
Tel: (0-12) 448-12-74
(0-18) 644-88-10
Faks: (0-18) 642-02-70

Web: www.sdu.edu.az
E-mail: sdu.riyaziyyat@gmail.com